



## **Optimización de Portafolios con Criptomonedas**

**Yuber E. Cifuentes Quintero**

**Colegio de Estudios Superiores de Administración - CESA**

**Maestría en Mercados Bursátiles**

**Bogotá- noviembre, 2022**

**Optimización de Portafolios con Criptomonedas**

**Yuber E. Cifuentes Quintero**

**Director:  
Jhon Alexander Jiménez Triviño**

**Colegio de Estudios Superiores de Administración - CESA  
Maestría en Mercados Bursátiles  
Bogotá- noviembre, 2022**

## Tabla de contenido

Resumen .....	5
Introducción.....	6
Marco Teórico .....	8
Propuesta Metodológica .....	12
Desarrollo Metodológico.....	13
Conclusiones.....	25
Referencias .....	27

## Tabla de tablas

Tabla 1. <i>Matriz de Varianzas y Covarianzas</i> .....	15
Tabla 2. <i>Capitalización bursátil en trillones de dólares estadounidenses</i> . ....	16
Tabla 3. <i>Vector de equilibrio para los excesos de los retornos implícitos</i> . ....	17
Tabla 4. <i>Matriz de incertidumbre</i> . ....	18
Tabla 5. <i>Retornos esperados del modelo BL</i> .....	18
Tabla 6. <i>Distribuciones de los retornos</i> .....	19
Tabla 8. <i>Comparativo de resultados</i> .....	22
Tabla 9. <i>Comparativo Tracking Error</i> .....	23
Tabla 10. <i>Rendimientos Promedio de los Portafolios</i> .....	24

## **Resumen**

En un mundo cambiante y dinámico la adaptación es una cualidad indispensable en los mercadosbursátiles. Hace cerca de diez años el mundo conoció una nueva moneda digital y esta trajo consigo un mercado nuevo y emocionante para quienes buscan alternativas de inversión: las criptomonedas. Así pues, este trabajo incluye estos activos en un portafolio de inversión en renta variable y destaca las bondades que ofrece esta inclusión.

## Introducción

El uso de criptoactivos, y en especial de criptomonedas, es una realidad actualmente. Cada vez más y más agentes participan activamente en la compra y venta de estos activos digitales, ya sea por buscar alternativas de inversión o sencillamente por tendencia. Dos razones que explican esta situación son la masificación de plataformas que hacen posible este tipo de transacciones: Binance, Buda.com, Gemini, Obsidiam, entre otras, y la inminente digitalización de las actividades humanas que se potenció con la pandemia del COVID 19.

Como resultado de esta realidad, los gobiernos mundiales en su función de salvaguardar el ahorro público, dada la volatilidad y los riesgos asociados a este tipo de activos, se han visto incentivados a intervenir el mercado. De tal forma que países latinoamericanos como Argentina, Brasil, Chile, Colombia, El Salvador y México, desde el 2021 comenzaron a supervisar la gestión y tributación de estas monedas<sup>1</sup>. En el mismo sentido, Estados Unidos está trabajando en una ley para regular los activos digitales e integrarlos con sus leyes fiscales y bancarias vigentes<sup>2</sup>.

En consecuencia, la regulación crea mercado para los intermediarios del mercado bursátil y da confianza a los inversionistas. Las criptomonedas son un mercado en el que las comisionistas de bolsa no cuentan con participación significativa, por lo que potencialmente pueden ser la llegada de nuevos inversionistas cuyo perfil de riesgo valore la diversificación en activos volátiles siguiendo las nuevas tendencias bajo las manos de los expertos.

---

<sup>1</sup> Comparar con: *Así avanza la regulación del bitcoin y otras cripto en los países de América Latina*. Disponible en: <https://www.larepublica.co/globoeconomia/asi-avanza-la-regulacion-del-bitcoin-y-otras-criptomonedas-3251504>

<sup>2</sup> Comparar con: *Estados Unidos avanza en la regulación de criptomonedas, pero hay desconfianza*. Disponible en: <https://forbes.co/2022/06/08/criptomonedas/estados-unidos-avanza-en-la-regulacion-de-criptomonedas-pero-hay-desconfianza/>

Según lo expuesto anteriormente, las criptomonedas son el futuro. La humanidad vive un proceso de evolución y transformación constante, en el cual todo aquel que no logra adaptarse al cambio en un entorno cada vez más competitivo, termina quedándose sin participación en el mercado.

Así pues, este trabajo de grado busca incluir a las criptomonedas dentro de un proceso de optimización de portafolios de renta variable. La idea es armar y optimizar un portafolio de acciones y criptomonedas tomando como referencia de mercado a los rendimientos de los índices S&P 500, COLCAP, IPSA, Nasdaq Criptomonedas y el ETF Evolve de criptomonedas, para obtener los retornos esperados de la optimización inversa tal y como lo definieron Black y Litterman (1992). Finalmente, se optimiza el portafolio a través de la maximización de la media del Sharpe Ratio con una simulación de Montecarlo en Crystall Ball para realizar una comparación entre los resultados obtenidos con BL y Sharpe Ratio. De esta forma, entender el comportamiento el portafolio antes y después de las optimizaciones. En adición, se realiza la prueba de desempeño ajustada por riesgo: Tracking Error para medir la relación de riesgo y volatilidad a la que se incurriría en el portafolio propuesto y se presenta un gráfico de rentabilidades como soporte a la conclusión.

Este documento pretende servir como guía al inversor que desee encontrar beneficios económicos al darle un manejo óptimo y efectivo al desempeño sus portafolios ‘mixtos’<sup>3</sup>, esto gracias a que la optimización está relacionada a la maximización de la rentabilidad esperada y la minimización del riesgo asociado a la inversión. Básicamente, se le dará un ‘pequeño empujón’,

---

<sup>3</sup> Portafolio compuesto por activos de renta variable y criptomonedas.

o ‘Nudge’ como Sustain y Thaler (2008) lo llamaron, a todo aquel que desee tomar la mejor decisión en el mediano y largo plazo.

La pregunta que se responderá es: ¿Qué beneficios ofrece la inclusión de criptomonedas en un portafolio optimizado del mercado bursátil latinoamericano en el mediano y largo plazo?

Y su hipótesis será: A través del modelo Black-Litterman (1992), al sumar las perspectivas de rentabilidad futura de los inversionistas en el modelo y partir del portafolio de equilibrio establecido por capitalización bursátil, la inclusión de criptomonedas en portafolios del mercado bursátil latinoamericano incrementaría el retorno y minimizaría el nivel de riesgo en comparación con una maximización del Sharpe Ratio.

Este artículo se divide en siete partes. La primera como resumen, la segunda como introducción, la tercera como marco teórico, la cuarta como propuesta metodológica, la quinta como desarrollo metodológico, la sexta analiza los resultados y da las conclusiones y, para finalizar, la séptima son las referencias bibliográficas.

## **Marco Teórico**

Este trabajo está centrado en la optimización de portafolios de renta variable incluyendo las criptomonedas como el factor innovativo dentro del modelo. A lo largo de la historia se han escrito múltiples artículos científicos con respecto a la optimización de portafolios tradicionales, pero ¿Qué es la optimización de un portafolio? Según Markowitz (1952) los inversores deben seleccionar una de aquellas asignaciones porcentuales cuyas combinaciones de rendimiento esperado y varianza sean eficientes. Esto implica que la distribución de porcentajes que le asigne el inversor a su conjunto de activos maximiza su rendimiento esperado y minimiza la varianza – o riesgo – que se asumen.

Para muchos, Markowitz fue el padre de la optimización de portafolios pues fue la primera persona en establecer este paradigma y junto a él, se han venido sumando distintos autores con la finalidad de sustentar su tesis. Sharpe (1966) basándose en la premisa establecida por Markowitz (1952) y Treynor (1965), llega la conclusión que la división entre el diferencial del retorno de un activo menos la tasa libre de riesgo, sobre la desviación estándar del activo subyacente, nos ofrece una medida de retorno-riesgo que permite complementar la optimización de un portafolio, ya que entre mayor sea el valor de la operación, se obtiene mayor rentabilidad a un menor riesgo asumido.

Sesenta y seis años más tarde, Vásquez et al. (2018) estudiaron las tesis de Markowitz y Sharpe aplicando sus modelos en el mercado peruano tomando data de diez empresas que cotizan en la bolsa de Lima. Después de realizar el proceso de optimización concluyen que maximizar los rendimientos, sujeto a la minimización del riesgo en un portafolio diversificado permite escoger portafolios en la frontera eficiente con un índice de Sharpe alto.

En los 90s Black y Litterman (1992) proponen una nueva metodología de optimización. Los autores plantean que el modelo de optimización de Markowitz arroja resultados no deseables y así, introducen que la adopción del modelo CAPM puede mejorar significativamente los resultados, pues se pueden incluir perspectivas futuras de los expertos quienes acomodan los porcentajes asignados en el portafolio eficiente.

Con esta última publicación han venido algunas más a complementarla. Tal es el caso de Mankert y Seiler (2011) quienes complementan el modelo Black-Litterman (BL) incluyendo una función que describe las perspectivas futuras de los expertos a través de un muestreo teórico. En seguida, Bertsimas et al. (2012) incorporan información de volatilidad del inversionista y

agregan dinámicas de mercado, lo cual le da mayor flexibilidad al modelo y posibilita incorporar nociones de riesgo más generales en comparación con el modelo tradicional de varianza media.

Si bien fue revolucionaria la inclusión de las perspectivas futuras de los agentes, estos últimos tienden a asignar valores en intervalos de confianza excesiva y esto representa un problema para el modelo BL (Mankert y Seiler, 2012). Esta sobreasignación implica una subasignación en los activos subvalorados y esto, a su vez, cancela la optimización inicial.

Finalmente, Sahamkhadam et al. (2021) extienden el alcance del modelo BL a través de la inclusión de un modelo estadístico de cópulas sobre los retornos del activo evaluado, en dónde logran demostrar que a través de este mecanismo se robustece el modelo BL bajo la premisa de conseguir menores riesgos en las colas de la distribución de los retornos y, consecuentemente, mayores retornos ajustados por nivel de riesgo asumido.

Ahora bien, dado que las criptomonedas son un activo digital que apareció en el siglo XXI, su literatura científica frente a la optimización es escasa. Lo que sí se sabe es que, dada su naturaleza, existe una falta de conexión con un activo físico que las soporte y esto genera inestabilidad en sus volatilidades (Caginalp y Caginalp, 2018). Al no estar apoyadas en algún subyacente tangible como sí lo están las monedas tradicionales que se apoyan en la fortaleza de cada estado, esta ‘desprotección’ permite que cualquier agente con alta capacidad de inversión altere los precios significativamente, lo que a su vez se puede desencadenar en altos niveles de especulación.

Sokic (2021) apoya la idea que las criptomonedas y en especial el Bitcoin son instrumentos de especulación, pues su alta divisibilidad – hasta ocho decimales – y su alto nivel de disponibilidad nominal superan por mucho su demanda y así demuestra que desde su salida en

2009 ha seguido caminos especulativos de hiperdeflación. No obstante, este trabajo ve la otra cara de la moneda: el Bitcoin tiene un universo finito de producción, lo que en el mediano y largo plazo las hará un activo escaso y a su vez apetecido.

La especulación no es el único problema al que se enfrentan las criptomonedas. Harwick (2016) hace un análisis general sobre el estado actual de las criptomonedas y los regímenes a los que se enfrentan. Una de las conclusiones a las que llega es que al no estar reguladas, se crean asimetrías de información, puntualmente de riesgo moral, pues una consecuencia directa sería la descentralización en la intermediación actual de captación y colocación de recursos públicos. A pesar que el autor plantea un punto válido, para efectos de este documento, no significa un impase para la inclusión en un portafolio de inversión.

En términos generales Walker (2017), desde un punto de vista jurídico, explora el significado y la naturaleza de varios recursos digitales que se usan en la actualidad incluidas las criptomonedas. Describe en particular detalle el funcionamiento del Bitcoin y señala algunas ventajas y desventajas.

Como se expuso páginas atrás, existe una falta de documentos científicos sobre la optimización de portafolios que incluyan las criptomonedas, sin embargo, como lo resaltaron Caginalp y Caginalp (2018) son un activo altamente volátil. Por lo que, en aras de postular algunas publicaciones académicas, se revisarán optimizaciones con activos altamente volátiles como las divisas.

Dominguez y Frankel (1993) demostraron que al contrario de las creencias que se tenían en el mercado estadounidense antes de los 80s, la intervención de los bancos centrales en las tasas de cambio a través de ajustes en las tasas de interés afecta el precio de negociación por la

compra y venta de activos expuestos al dólar. Esta teoría confirma que tanto los precios como las volatilidades de las divisas se ven afectados por factores ajenos a su funcionamiento normal, situación que se replica con las criptomonedas.

¿Esta volatilidad por factores externos al activo en sí, realmente funciona al momento de optimizar un portafolio? Jorion (1992) corrió un experimento en el que comparó el desempeño de un portafolio óptimo estadounidense que incluía exposición a bonos extranjeros y lo comparó con dos índices, uno global y otro local. Como resultado obtuvo que la exposición a bonos extranjeros, y consecuentemente a volatilidad ante divisas, le permitió al portafolio optimizado obtener mejores rentabilidades frente al índice local. Lo que sugiere que una exposición a criptomonedas efectivamente posibilita la optimización de un portafolio internacional.

Álvarez et al. (2016) estudiaron el impacto a la exposición en más de una divisa que minimice el riesgo de tipo de cambio y resaltaron que el hecho de tener posiciones en al menos dos divisas como medida de diversificación reduce el VaR y CVaR en un 9% en promedio. Al extrapolar este resultado al campo de investigación que revisa este documento, inicialmente se obtiene una prueba más que valida la hipótesis planteada.

### **Propuesta Metodológica**

Se tomarán cinco acciones estadounidenses, cinco chilenas, dos colombianas y las tres criptomonedas con mayor nivel de negociación en el mercado y se creará un portafolio optimizado tomando como referencia de mercado a los rendimientos de los índices S&P 500, COLCAP, IPSA, Nasdaq Criptomonedas y el ETF Evolve de criptomonedas para obtener los retornos esperados de la optimización inversa del modelo BL y, a partir de aquí, se maximizará el Sharpe Ratio para los activos escogidos a través de una simulación de Montecarlo, llegando

finalmente a una prueba de tracking error para medir la relación de riesgo y volatilidad a la que se incurriría en el portafolio propuesto frente a los títulos norteamericanos.

### Desarrollo Metodológico

El modelo BL de Black y Litterman (1992) plantea que la siguiente función:

$$E(r) - r_{ff} = [(rS)^{-1} + P^T\Omega^{-1}P]^{-1}[(rS)^{-1}\mathbb{I} + P^T\Omega^{-1}QQ]$$

Donde:

$E(r) - r_{ff}$ : es el retorno esperado de la inversión.

$r$ : representa el nivel de confianza de las opiniones de los inversionistas.

$S$ : es la matriz de varianzas y covarianzas de los retornos para cada activo.

$P$ : es la matriz que conecta las opiniones de los inversionistas al modelo.

$QQ$ : es el vector de las opiniones de los inversionistas.

$\Omega$ : representa la matriz de incertidumbre que los inversionistas tienen frente a sus opiniones. Y se puede calcular de la siguiente forma:

$$\Omega = rPSP^T$$

$\mathbb{I}$ : es el vector de retornos implícitos para los excesos que se calcula usando la función:

$$\mathbb{I} = ASAA$$

En donde:

$A$ : es el valor de aversión al riesgo asociado al mercado y se calcula siguiendo la fórmula:

$$A = \frac{E(r_m) - r_{ff}}{\sigma_m^2}$$

AA: es el vector de pesos de cada activo asociado a su capitalización bursátil.

Es la solución al problema de minimizar:

$$(E[R] - \mathbb{1})r \diamond^{-1} (E[R] - \mathbb{1})^T \text{ susseto } a: P \cdot E[R]^T = QQ$$

Para encontrar el vector de retornos esperados que el inversionista asoció con sus opiniones frente a cada uno de los activos incluidos en el modelo. En el caso que compete a este documento, se describirá el paso a paso llevado a cabo con el fin de optimizar el portafolio propuesto.

El portafolio seleccionado se compone de cinco acciones estadounidenses, cinco chilenas, dos colombianas y tres criptomonedas. El racional detrás de los activos presentados a continuación fue capitalización bursátil ¿Por qué? El modelo BL sugiere que el portafolio de equilibrio se da a partir de la capitalización bursátil, razón por la cual, para cada mercado seleccionado se seleccionaron los activos más grandes y líquidos, pues le daría consistencia al documento.

En primer lugar, se tomaron los precios para las acciones de Apple, Microsoft, Alphabet, Amazon, Tesla, Banco Itaú Chile, Banco Central de Chile, Compañía Sur Americana de Vapores S.A., Enel Américas S.A., Banco Santander de Chile, ADS de Ecopetrol en Estados Unidos, ADS de Bancolombia en Estados Unidos, Bitcoin, Ethereum y Tether para el periodo comprendido entre el primero de septiembre del 2015 hasta el primero de octubre del 2022 en una periodicidad mensual.

Con la finalidad de obtener el valor de aversión al riesgo  $A$ , se tomó el mismo plazo en tiempos recién mencionado para los índices expuestos en la propuesta metodológica, sin embargo, dado que los dos últimos llevan en el mercado un poco más de un año, todos los valores antes del primero de mayo del 2021 están en cero. En este punto, se obtuvo el rendimiento en logaritmos naturales para cada punto de referencia y se totalizaron los rendimientos.

Dado que la función de aversión:

$$A = \frac{E(r_m) - r_{ff}}{\sigma_m^2}$$

incluye la tasa libre de riesgo, esta se obtuvo a través de los rendimientos mensuales de los bonos estadounidenses de 10 años para poder obtener la matriz de excesos que se describe en el numerador de la fórmula.

Así las cosas, se obtuvo la varianza para el vector de retornos de los puntos de referencia y esta operación arrojó un resultado de aversión al riesgo igual a -0.0023259. De alguna manera, este número puede estar recogiendo los retornos negativos que se han venido presentando dados los problemas macroeconómicos que está viviendo la humanidad en este momento, pues sugiere que los inversionistas están asumiendo pérdidas con el objetivo de alcanzar rendimientos más altos cuando pase la crisis.

En segundo lugar, se calculó la matriz Var-Covar de los rendimientos para los quince activos y el resultado se muestra en la Tabla 1.

**Tabla 1. Matriz de Varianzas y Covarianzas**

	AAPL LN	MSFT LN	GOOGL LN	AMZN LN	TSLA LN	ITAU LN	CHILE.SN LN	APORES.SN L	NELAM.SN LN	LNNTANDER.SN	EC LN	CIB LN	BTC LN	ETH LN	TETHER LN
AAPL LN	0.0070132	0.00331933	0.00311088	0.00428677	0.00718048	0.00179465	-0.0003757	0.00312341	0.00117607	0.00025642	0.00382931	0.00209404	0.00506824	0.00741038	7.7589E-05
MSFT LN	0.00331933	0.00342344	0.0030143	0.00365307	0.00415358	0.00103122	-0.0001187	0.00131829	0.00066364	0.00042852	0.00232139	0.00137936	0.0036219	0.00484266	-3.281E-05
GOOGL LN	0.00311088	0.0030143	0.00446541	0.00375258	0.00427311	0.00126315	1.6528E-05	0.00152516	0.00076824	0.00086215	0.00303867	0.00244619	0.00433505	0.00720541	1.4469E-05
AMZN LN	0.00428677	0.00365307	0.00375258	0.00775417	0.00585418	0.00196245	0.00023877	0.00092839	0.00111902	0.00058152	0.00398623	0.00216277	0.00521366	0.00714393	2.1942E-05
TSLA LN	0.00718048	0.00415358	0.00427311	0.00585418	0.02689975	0.00230511	-0.0004546	0.00387444	0.00282569	0.00020408	0.00536787	0.0055652	0.00896805	0.0187005	-3.005E-05
ITAU LN	0.00179465	0.00103122	0.00126315	0.00196245	0.00230511	0.00851016	0.00289097	0.00395639	0.00346368	0.00419571	0.0059732	0.00622761	0.00307504	0.00725289	1.2368E-05
CHILE.SN LN	-0.0003757	-0.0001187	1.6528E-05	0.00023877	-0.0004546	0.00289097	0.00326593	0.00058707	0.00192621	0.00288262	0.00181336	0.00199076	0.00191519	0.00137828	6.3226E-05
VAPORES.SN	0.00312341	0.00131829	0.00152516	0.00092839	0.00387444	0.00395639	0.00058707	0.01401147	0.00298175	0.00184778	0.00739256	0.0051906	0.00563475	0.00777382	-3.406E-05
ENELAM.SN	0.00117607	0.00066364	0.00076824	0.00111902	0.00282569	0.00346368	0.00192621	0.00298175	0.0062734	0.00260878	0.00412642	0.00342177	0.00198758	0.00348099	-3.957E-05
BSANTANDE	0.00025642	0.00042852	0.00086215	0.00058152	0.00020408	0.00419571	0.00288262	0.00184778	0.00260878	0.00457575	0.00381894	0.00341145	0.00225669	0.00431066	6.3258E-05
EC LN	0.00382931	0.00232139	0.00303867	0.00398623	0.00536787	0.0059732	0.00181336	0.00739256	0.00412642	0.00381894	0.01776539	0.01195951	0.00787634	0.0105624	-9.033E-05
CIB LN	0.00209404	0.00137936	0.00244619	0.00216277	0.0055652	0.00622761	0.00199076	0.0051906	0.00342177	0.00341145	0.01195951	0.0145052	0.00557223	0.01250744	8.4475E-05
BTC LN	0.00506824	0.0036219	0.00433505	0.00521366	0.00896805	0.00307504	0.00191519	0.00563475	0.00198758	0.00225669	0.00787634	0.00557223	0.04756799	0.04381797	0.00054351
ETH LN	0.00741038	0.00484266	0.00720541	0.00714393	0.0187005	0.00725289	0.00137828	0.00777382	0.00348099	0.00431066	0.0105624	0.01250744	0.04381797	0.1321396	0.0008701
TETHER LN	7.7589E-05	-3.281E-05	1.4469E-05	2.1942E-05	-3.005E-05	1.2368E-05	6.3226E-05	-3.406E-05	-3.957E-05	6.3258E-05	-9.033E-05	8.4475E-05	0.00054351	0.0008701	0.00020366

En tercer lugar, se obtuvieron los valores de capitalización bursátil para todos los activos en trillones de dólares estadounidenses y se calculó el portafolio de equilibrio ajustado por los pesos relativos de cada uno de ellos. La Tabla 2 muestra los resultados obtenidos.

**Tabla 2. Capitalización bursátil en trillones de dólares estadounidenses.**

TICKER	CAPITALIZACIÓN	PESO
AAPL	2.251	28.8%
MSFT	1.747	22.3%
GOOGL	1.293	16.5%
AMZN	1.167	14.9%
TSLA	0.698	8.9%
ITAU	0.001	0.0%
CHILE.SN	0.009	0.1%
VAPORES.SN	0.004	0.0%
ENELAM.SN	0.012	0.2%
SANTANDER.S	0.007	0.1%
EC	0.02	0.3%
CIB	0.006	0.1%
BTC	0.372	4.8%
ETH	0.162	2.1%
TETHER	0.068	0.9%
TOTAL	7.817	100.0%

En cuarto lugar, siguiendo la fórmula:

$$III = ASAA$$

a través de una multiplicación matricial, se calculó el vector de equilibrio para los excesos de los retornos implícitos ( $P_i$ ), el cual nos da el punto de partida para desarrollar el modelo. La tabla 3 muestra dicho vector.

**Tabla 3. Vector de equilibrio para los excesos de los retornos implícitos.**

TICKER	$P_i$
AAPL	-0.000012
MSFT	-0.000008
GOOGL	-0.000008
AMZN	-0.000011
TSLA	-0.000018
ITAU	-0.000004
CHILE.SN	0.000000
VAPORES.SN	-0.000006
ENELAM.SN	-0.000003
SANTANDER.S	-0.000001
EC	-0.000009
CIB	-0.000006
BTC	-0.000018
ETH	-0.000028
TETHER	0.000000

En quinto lugar, dada la facilidad que ofrece el modelo, se incluyeron seis opiniones del inversionista incluyendo perspectivas de crecimiento en el mediano plazo, dadas las condiciones del mercado. Estas quedaron distribuidas en dos para el mercado estadounidense, dos para el mercado chileno, una para el mercado colombiano y una para el mercado de las criptomonedas.

De esta forma, se obtuvo la matriz

$$\Omega = rPSP^T$$

que asocia la incertidumbre intrínseca de las perspectivas que fueron recientemente agregadas.

En este punto es importante resaltar que  $r$  se asume como 1 en este ejercicio, pues se entiende que el modelo está bien especificado. La tabla 4 muestra los resultados obtenidos.

**Tabla 4. Matriz de incertidumbre.**

OMEGA					
0.006193834	0.000307958	0.000446716	0.0002894	8.819E-05	0.0004119
0.000307958	0.001860242	-9.6697E-05	-0.000298	-0.00035	-0.00165
0.000446716	-9.6697E-05	0.005994143	0.001688	7.701E-05	0.0047148
0.000289412	-0.000298404	0.001688042	0.0020764	-0.000585	0.0025909
8.81878E-05	-0.000349547	7.70089E-05	-0.000585	0.0083516	0.0042492
0.000411865	-0.001649598	0.004714758	0.0025909	0.0042492	0.0920716

Finalmente, y dado que se cuenta con todas las matrices y vectores de la fórmula del modelo BL, se procede a resolver las operaciones matriciales para obtener el vector de retornos esperados del modelo que se muestran en la tabla 5.

**Tabla 5. Retornos esperados del modelo BL**

<b>Retornos Esperados del modelo BL</b>	
AAPL	-0.04%
MSFT	-0.06%
GOOGL	0.24%
AMZN	0.16%
TSLA	-0.04%
ITAU	0.01%
CHILE.SN	0.06%
VAPORES.SN	0.03%
ENELAM.SN	0.01%
SANTANDER.S	-0.04%
EC	0.27%
CIB	0.02%
BTC	0.23%
ETH	0.03%
TETHER	0.00%

Con estos resultados se procede a optimizar el portafolio a través del uso de la metodología Sharpe Ratio con el programa Crystall Ball para maximizar el rendimiento a través de la fórmula:

$$\theta = \frac{E(r) - r_{ff}}{\sigma}$$

Se encuentra que a diferencia de lo que supone la literatura tradicional, los retornos no siguen una distribución normal salvo en los rendimientos del Bitcoin en este período de tiempo. Las distribuciones en su mayoría se ajustan a distribuciones logarítmicas tal y como lo muestra la tabla 6:

**Tabla 6. Distribuciones de los retornos**

Data Series:	AAPL LN	MSFT LN	GOOGL LN	AMZN LN	TSLA LN	ITAU LN	CHILE.SN LN	VAPORES.SN LN	ENELAM.SN LN	BSANTANDER.SN LN	EC LN	CIB LN	BTC LN	ETH LN	TETHER LN	
Distribution:	1.91%	2.05%	1.33%	1.86%	3.09%	-1.04%	0.36%	1.50%	0.33%	0.04%	1.02%	0.40%	5.20%	8.85%	0.00%	
Best Fit:	Beta	Logistic	Beta	Logistic	Lognormal	Logistic	Logistic	Weibull	Logistic	Logistic	Logistic	Logistic	Logistic	Normal	Lognormal	Student's t

El proceso de optimización se corrió con una semilla de 5,782, 100,000 iteraciones por cada simulación y 500 simulaciones. Así las cosas, los resultados obtenidos del proceso de optimización arrojan que los porcentajes de participación por cada activo son:

**Tabla 7.** *Porcentajes de participación optimizados con Sharpe Ratio*

Objectives	Best Solution:	
Maximize the Mean of Sharpe	0.34	Cell: BF54
Constraints	Left Side:	Right Side:
1 Sharpe con BL'BS45 = 1	1.00	1.00
Decision variables	Best Solution:	
AAPL	0.00%	Cell: BD45
AMZN	0.00%	Cell: BG45
BSANTANDER.SN	0.00%	Cell: BM45
BTC	8.45%	Cell: BP45
CHILE.SN	0.00%	Cell: BJ45
CIB	0.00%	Cell: BO45
EC	0.00%	Cell: BN45
ENELAM.SN	0.00%	Cell: BL45
ETH	8.19%	Cell: BQ45
GOOGL	0.00%	Cell: BF45
ITAU	0.00%	Cell: BI45
MSFT	83.36%	Cell: BE45
TETHER	0.00%	Cell: BR45
TSLA	0.00%	Cell: BH45
VAPORES.SN	0.00%	Cell: BK45

De lo que se puede destacar que solo tres activos de los quince escogidos cumplen en conjunto la premisa de maximizar la media del Sharpe Ratio. En orden de participación, MSFT, BTC y ETH con un 83.36%, 8.45% y 8.19% respectivamente, son el portafolio optimizado y esto confirma la premisa de este documento. Pues con un nivel de confianza del 95%, el error estándar medio es de 0.00 y el 63.274% de las veces se espera que el portafolio arroje retornos mayores o iguales que 0%. La figura 1 ilustra los resultados.

### Figura 1. Resultados de predicción

Cell:  
BF5  
4

Forecast: Sharpe

Summary:

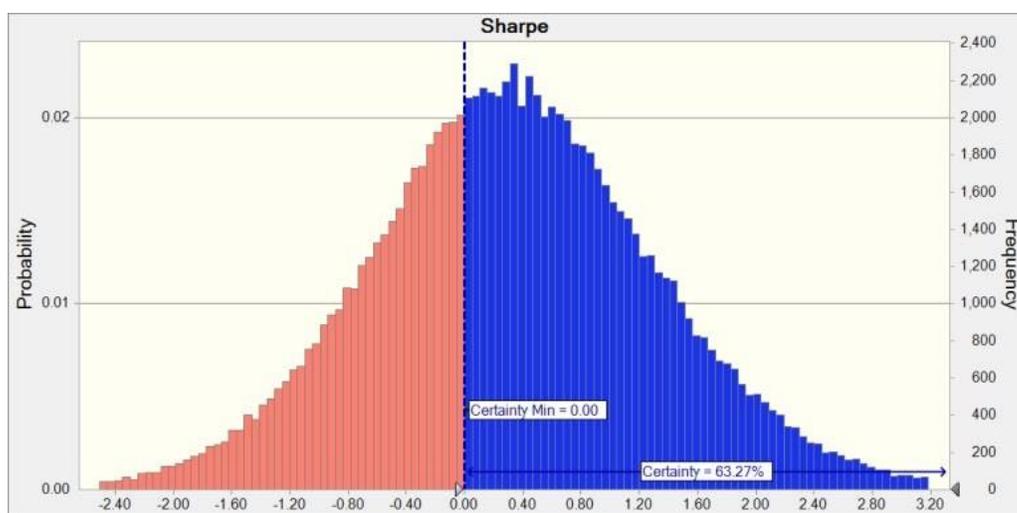
Certainty level is 63.274%

Certainty range is from 0.00 to  $\infty$

Entire range is from -5.93 to 6.34

Base case is 0.32

After 100,000 trials, the std. error of the mean is 0.00



Statistics:	Forecast values	Precision
Trials	100,000	
Base Case	0.32	
Mean	0.34	1.86%
Median	0.32	2.05%
Mode	---	
Standard Deviation	1.02	0.49%
Variance	1.03	
Skewness	0.0982	
Kurtosis	3.50	
Coeff. of Variation	2.99	
Minimum	-5.93	
Maximum	6.34	
Range Width	12.27	
Mean Std. Error	0.00	

A partir de este punto, se comparan los resultados del Sharpe Ratio para cada escenario planteado. El primero de ellos hace referencia a un portafolio de los quince activos cada uno con una participación alícuota de 6.66%, el segundo es el portafolio optimizado con BL en el que la participación de cada activo depende de su capitalización bursátil descrita en la tabla 2 y el último consiste en el portafolio optimizado con Sharpe Ratio. Para todos los casos se tomó como tasa libre de riesgo el yield del tesoro americano de 10 años disponible en la página oficial de esta la institución para el lunes 14 de noviembre del 2022.

**Tabla 8. Comparativo de resultados**

Indicador	Port sin Optimizar	BL Optimizado	SR Optimizado
Tasa libre de Riesgo	4.63%	4.63%	4.63%
Tasa libre de Riesgo Mensual	0.39%	0.39%	0.39%
Rentabilidad del Portafolio	1.63%	0.05%	2.80%
Varianza del Portafolio	0.0047	0.0049	0.0054
Sigma del Portafolio	0.0689	0.0700	0.0738
SHARPE	0.180060265	-0.048520316	0.326411357

La Tabla 8 ilustra que el portafolio SR Optimizado, que incluye tres activos y dos de ellos son criptomonedas, cuenta con un mayor índice Sharpe. Puntualmente se comporta mejor en un 82% frente al primero y un -772% mejor que el optimizado con BL. Si bien este último resultado no es fácil de comprender, al mirarlo en números absolutos se pasa de un Sharpe de -0.048 a uno de 0.326 lo cuál es una mejora significativa.

Estos Sharpe Ratios se obtienen incrementando el riesgo del portafolio en un 7.16% y un 5.49% frente a los otros portafolios, este riesgo asumido de más puede ser despreciable para inversionistas amantes y neutrales al riesgo.

Con la finalidad de entender cuál de los tres portafolios incurre en un nivel de riesgo frente al benchmark, se hizo un análisis de tracking error a través de la fórmula:

$$TR = \sigma (R_p - R_b)$$

Donde:

TR es el índice tracking error.

$\sigma$ : es la desviación estándar del diferencial de rendimientos.

$R_p$ : Es el rendimiento mensual de cada portafolio.

$R_b$ : es el rendimiento mensual del bono norteamericano

Se obtuvo que el portafolio optimizado a través del Sharpe Ratio fue el más distante y, por lo tanto, el más volátil frente al mercado. Le sigue el portafolio optimizado a través de BL y por último se encuentra el portafolio sin optimizar. La tabla 9 muestra los resultados del análisis.

**Tabla 9. Comparativo Tracking Error**

<u>Port sin Optimizar</u>	<u>BL Optimizado</u>	<u>SR Optimizado</u>
17.02%	17.69%	17.76%

Lo cual indica y confirma que entre mayor sea la rentabilidad esperada de alguna inversión, mayor es el nivel de riesgo en el que se incurre. No obstante, nuevamente se observa

que el riesgo asociado a obtener mejores rendimientos en este caso puede ser despreciable para perfiles de riesgo entre moderados y altos.

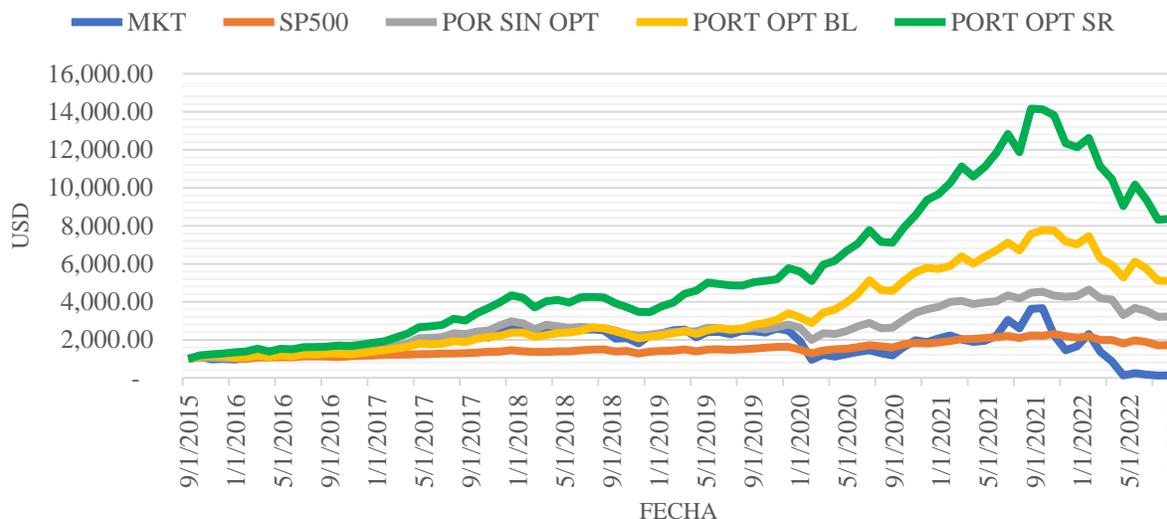
Finalmente, el cálculo de los rendimientos promedio de cada portafolio confirma que este fue efectivamente optimizado para todo el período estudiado en este documento, tal y como lo refleja la tabla 10.

**Tabla 10. Rendimientos Promedio de los Portafolios**

<u>Port sin Optimizar</u>	<u>BL Optimizado</u>	<u>SR Optimizado</u>
1.63%	2.18%	2.80%

Ahora bien, ¿Cómo se comparan estos resultados frente a los índices de mercado y el S&P500 para el periodo estudiado? La figura 2 ilustra el comportamiento de una inversión de 1,000 USDs al comienzo del periodo para cada portafolio y benchmark. Claramente se observa que los portafolios que incluyen criptomonedas posibilitan mayores retornos a la inversión frente a los benchmarks y el portafolio distribuido alícuotamente.

**Figura 2. Gráfico de retornos**



## Conclusiones

La inclusión de criptomonedas en portafolios de renta variable ofrece tres beneficios principalmente. El primero de ellos posibilita acceder a mayores retornos, situación que es siempre deseada para perfiles de inversionistas amantes al riesgo que en general son el tipo que se encuentra en la renta variable.

El segundo de ellos evidenció que el riesgo asumido para lograr mayores rendimientos no es significativamente alto como para desestimar el apetito por estos portafolios. Según lo expuesto en este documento, invertir en un portafolio no optimizado entre acciones y criptomonedas implica un riesgo, sin embargo, el riesgo a pagar por recibir una unidad adicional de rendimiento es comparativamente bajo, por lo que puede ser una alternativa interesante para el típico perfil de inversionista en este mercado.

El tercer beneficio se presenta en ofrecer una alternativa a aquellos inversionistas dedicados en su totalidad al mercado de criptomonedas y a aquellos que se enfocan solo en las

acciones. Crear un portafolio mixto entre estos dos activos implica diversificación y mejor gestión del riesgo.

Si bien es cierto que la inclusión de criptomonedas en un portafolio de renta variable aumenta el retorno esperado, por lo menos para lo que concierne a este texto, esto no se logra disminuyendo el nivel de riesgo en el que se incurre. Tal vez valdría la pena hacer el mismo análisis para algún sector en específico, ya que podrían obtenerse resultados interesantes. Por lo que queda abierta la puerta para futuros estudios.

Dado el rango de datos y los activos seleccionados, la optimización inversa de BL no se desempeña mejor que la optimización a través del Sharpe Ratio. El punto de partida de BL fue asignar la participación a cada activo según su capitalización bursátil y ajustar los resultados según los puntos de vista del inversionista, estos supuestos pueden ser un error a la hora de optimizar, pues se incluyen todos los activos en el portafolio (incluso aquellos que presentan bajos desempeños), mientras que al maximizar el Sharpe Ratio a través de una simulación de Montecarlo y no establecer alguna restricción, además que la suma de los pesos del portafolio sea 100%, se eliminan todos los activos que no aportan a la media del índice.

Así las cosas, la inclusión de criptomonedas efectivamente aporta al desempeño de portafolios de renta variable. Tanto la metodología BL, como la de maximización de la media del Sharpe Ratio, pero principalmente esta última, optimizaron el portafolio estudiado y sobrepasaron los benchmarks en gran medida.

## Referencias

- Álvarez, S., Alfaro, E., & Fernández, O. (2016). Hedging foreign exchange risk: Multi-currency diversification. *Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa*, 25(1) 2-7.
- Bertsimas, D., Gupta, V., & Paschalidis, I. Ch. (2012). Inverse Optimization: A New Perspective on the Black-Litterman Model. *Operations Research*, 60(6), 1389–1403. <http://www.jstor.org/stable/23323707>
- Black, F., & Litterman, R. (1992). Global Portfolio Optimization. *Financial Analysts Journal*, 48(5), 28–43. <http://www.jstor.org/stable/4479577>
- Caginalp, C., & Caginalp, G. (2018). Valuation, liquidity price, and stability of cryptocurrencies. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 115(6), 1131–1134. <https://www.jstor.org/stable/26507145>
- Dominguez, K. M., & Frankel, J. A. (1993). Does Foreign-Exchange Intervention Matter? The Portfolio Effect. *The American Economic Review*, 83(5), 1356–1369. <http://www.jstor.org/stable/2117567>
- Harwick, C. (2016). Cryptocurrency and the Problem of Intermediation. *The Independent Review*, 20(4), 569–588. <http://www.jstor.org/stable/44000162>
- Jorion, P. (1992). Portfolio Optimization in Practice. *Financial Analysts Journal*, 48(1), 68–74. <http://www.jstor.org/stable/4479507>
- Mankert, C., & Seiler, M. J. (2011). Mathematical Derivations and Practical Implications for the Use of the Black-Litterman Model. *The Journal of Real Estate Portfolio Management*, 17(2), 139–160. <http://www.jstor.org/stable/24884598>
- Mankert, C., & Seiler, M. J. (2012). Behavioral Finance and its Implication in the use of the Black-Litterman Model. *The Journal of Real Estate Portfolio Management*, 18(1), 99–122. <http://www.jstor.org/stable/24885497>
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91. <https://doi.org/10.2307/2975974>

- Sahamkhadam, M., Stephan, A., & Östermark, R. (2022). Copula-based Black–Litterman Portfolio Optimization. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, 297(3), 1055-1070.
- Sharpe, W. F. (1966). Mutual Fund Performance. *The Journal of Business*, 39(1), 119–138. <http://www.jstor.org/stable/2351741>
- Sokic, A. “Dynamique Des Prix Du Bitcoin et Hyperdéflation: Une Approche En Théorie Monétaire.” *Revue Économique* 72, no. 1 (2021): 135–46. <https://www.jstor.org/stable/26983694>
- Sustein, C., & Thaler, R. (2008). *Nudge: Improving Decisions about Health, Wealth and Happiness*. New Haven & London: Yale University Press.
- Treynor, J. L. (1965). Hot to Rate Management of Investment Funds. *Harvard Business Review*, 43, 63-75.
- Vásquez Serpa, L. J., Dextre Osco, K., Mejia Quiñones, D., & Calapuja Escobedo, A. (2018). Elección de Portafolio Óptimos de Activos con y sin Riesgo. *Pesquimat*, 20(2), 21–36. <https://doi.org/10.15381/pes.v20i2.13964>

Walker, G. (2017). Financial Technology Law – A New Beginning and a New Future. *The International Lawyer*, 50(1), 137–216. <https://www.jstor.org/stable/26415633>