



Betas contables

Presentado por:

John Alexander Jiménez Triviño

Director:

Jaime Ricaurte Junguito

COLEGIO DE ESTUDIOS SUPERIORES EN ADMINISTRACIÓN

JULIO 2012

ABSTRACT	3
1 INTRODUCCIÓN	4
2 MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE	5
2.1 CAMBIOS EN LA METODOLOGÍA	9
2.2 CAMBIOS EN LAS FUENTES DE LOS DATOS	11
3 SUSTENTACIÓN DEL MODELO	14
4 MODELO	16
4 COMPROBACIÓN EMPÍRICA DEL MODELO	17
4.1 PRIMERA PREMISA	17
4.2 SEGUNDA PREMISA	19
4.3 TERCER PREMISA	20
4.4 CÁLCULOS ECONÓMICOS Y PRUEBAS ESTADÍSTICAS	22
5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	26
7 BIBLIOGRAFÍA	27
ANEXOS	29

Abstract

El cálculo del coeficiente beta es fundamental para muchas labores en finanzas corporativas. Infortunadamente, el método tradicional tiene bastantes limitaciones para su aplicación en países emergentes como Colombia. Esto se debe a que el mercado bursátil en estas plazas regularmente carece de amplitud y profundidad en sus emisores o emisiones de acciones.

Con el objetivo de dar mayor aplicación al modelo "*Capital Asset Pricing Model*" (CAPM) en mercados poco bursátiles o con pocos sectores representativos en el mercado de valores, se buscará demostrar que el coeficiente beta usado para este modelo puede calcularse mediante fuentes trimestrales contables provenientes de los estados financieros de cada una de las empresas, y que a través de este modelo se llegará a un resultado semejante al calculado con fuentes diarias en la bolsa de valores.

Para dicha demostración se usarán trece empresas que hicieron parte del índice general de la bolsa de valores de Colombia entre el primer trimestre del 2006 y último del 2010, y que durante este tiempo hubiesen reportado sus estados financieros a la superintendencia financiera de Colombia de manera trimestral.

La investigación concluye que efectivamente es posible llegar al mismo resultado partiendo de dos bases de datos absolutamente diferentes pero altamente correlacionados, como debe ser en un mercado público y eficiente. El resultado se contrastó con los betas para las mismas empresas realizados por una autoridad mundial en este tipo de cálculos como lo es el Profesor Aswath Damodaran. Estos betas tuvieron una semejanza de más de 9 puntos básicos en promedio.

Keywords

Systematic Risk - Accounting beta - Beta.

Clasificación JEL G120

1 Introducción

El mercado bursátil Colombiano nace en el 2001 bajo un esquema moderno, aunque se fundó en 1928. El común denominador de dicha bolsa, como muchas bolsas para mercados emergentes, es que representa pocos emisores, emisiones con altos niveles de concentración de la propiedad y un mercado secundario liderado en un muy alto porcentaje por el sector solidario o por grupos económicos con tendencia oligopólica, ambos con posición dominante en el mercado. Como consecuencia, se tienen índices bursátiles poco representativos del mercado general y pocos sectores representados en las negociaciones diarias.

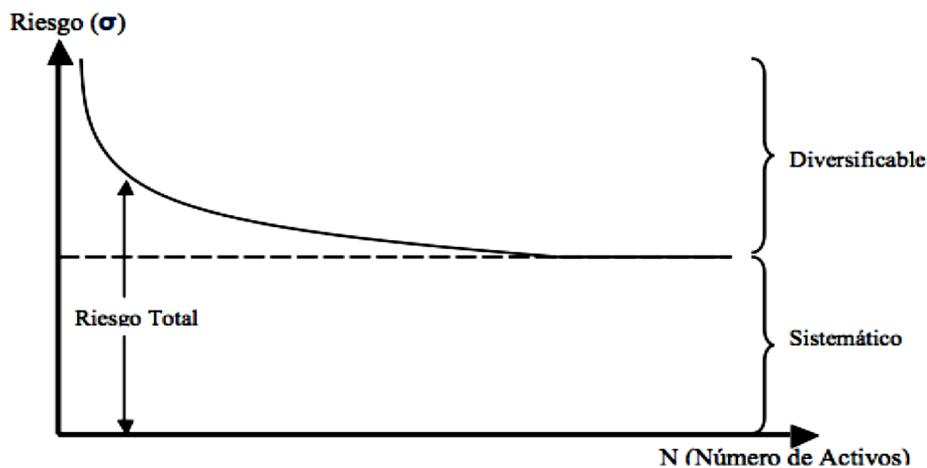


Gráfico 1. Representación del efecto diversificación de un portafolio

Con el anterior escenario es improbable calcular para muchas empresas en Colombia el riesgo sistemático dada la dificultad de encontrar fuentes para el cálculo del coeficiente beta. Teniendo en cuenta estas limitaciones, el profesional en finanzas de Colombia se ha visto obligado a buscar métodos alternativos para la aplicación de esta importante teoría. A manera de marco teórico de esta investigación, a continuación se hará una presentación del avance de la literatura financiera que ha sido utilizada para calcular dicho coeficiente.

2 Marco teórico y estado del arte

Cuando se lee la literatura financiera actual, se observa un avance significativo; al ver las crisis financieras de los últimos diez años se advierte qué tan lejos estamos de controlar tan apasionante realidad socio-económica.

Una de las investigaciones que mejor ejemplifican este progreso es la teoría moderna del portafolio, creada por el dr. Harry Markowitz. Su trabajo expone de manera excepcional la posibilidad de reducir el riesgo, manera través de la diversificación metódica el portafolio, lo cual fue la plataforma para la importante teoría del CAPM.

Esta estructura conceptual divide el riesgo total en dos tipos, diversificable y sistemático, como se muestra en la gráfico 1.

Markowitz expone claramente cómo disminuir el riesgo diversificable y expone un método para cuantificar el riesgo sistemático. La disminución del riesgo mediante la diversificación del portafolio es una idea tan ampliamente aceptada, que ha sido considerada popularmente como una ley natural de las finanzas, semejante a la teoría de los rendimientos decrecientes a escala en economía.

En contraste, la idea del riesgo sistemático, siendo igualmente importante, no ha tenido una difusión tan grande y no por ser menos real o práctica, infortunadamente es por la dificultad en su cuantificación.

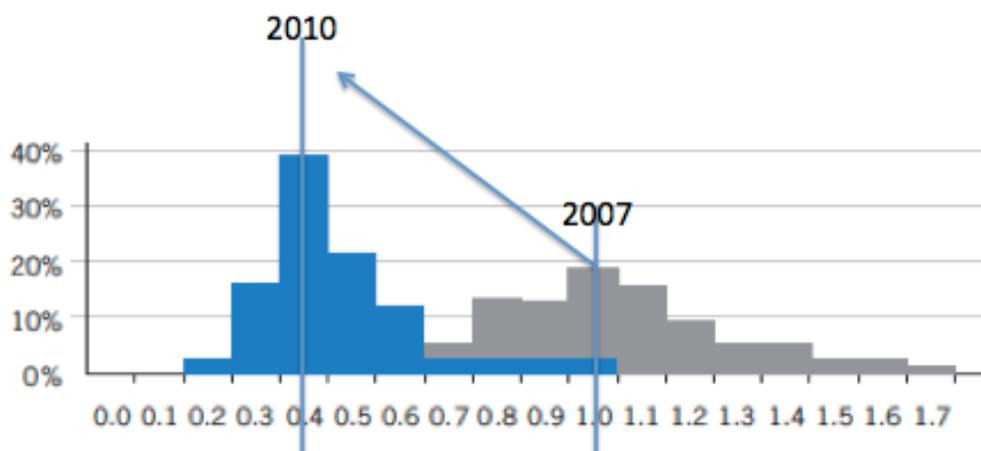


Gráfico 2. Histograma de betas para mercados emergentes 2007 vs 2010, Fuente: (Pereiro, 2010)

La evolución histórica de los betas para países emergentes que se presenta en el gráfico 2 revela una disminución importante en el coeficiente desde el 2007. Esto podría explicarse como una reducción del riesgo sistemático en estos mercados. Si estos resultados se contrastan con la evolución en la calificación de los mercados emergentes que se presenta en el gráfico 3, podría considerarse que el coeficiente ha sido sensible a la variación del riesgo percibido por parte de las calificadoras de riesgo; esto confirma la validez del coeficiente beta como factor cuantificador del riesgo sistemático.

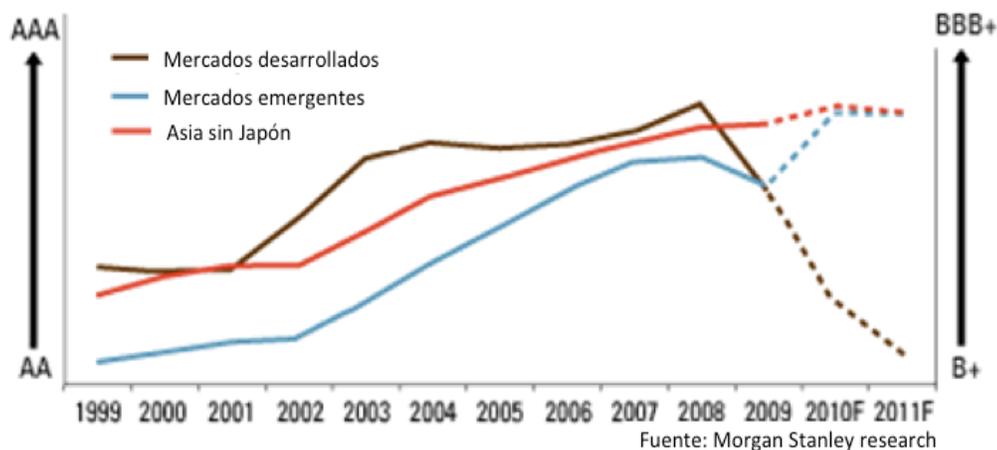


Gráfico 3. Evolución de las calificaciones mercados desarrollados, emergentes y asiáticos. .

El riesgo sistemático es un concepto inherente a la economía en su conjunto, y depende de diferentes factores que influyen la acción en cuestión tales como los aspectos coyunturales, estructurales, sectoriales, tendencia del ahorro, tipos de interés y tasa de inflación, entre otros. Su cuantificación surge de la sensibilidad de la acción frente a variaciones del mercado. En la práctica, se mide mediante una regresión lineal entre las rentabilidades de una acción y las rentabilidades de un portafolio de tangencia.

En mercados desarrollados con un amplio avance del mercado de capitales, y en particular en mercados de valores amplios y profundos, este tipo de cálculos son tan solo un proceso más y no reviste mayor complejidad, no siendo así en los mercados emergentes.

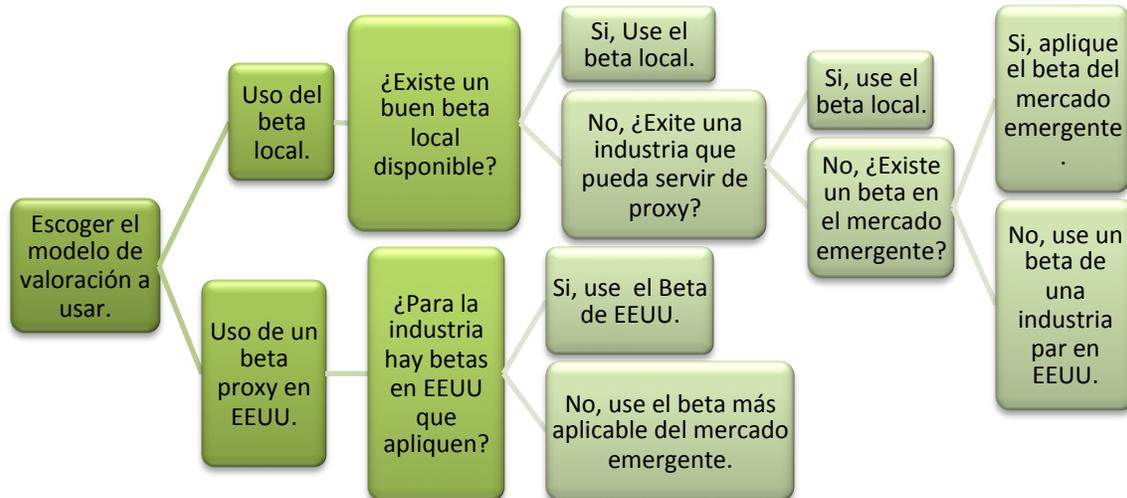
En países emergentes es común encontrar que la principal fuente de apalancamiento es el mercado bancario, y pocos son los emisores de ofertas públicas, bien sea de bonos o de acciones. Como prueba de ello se observa que la capitalización bursátil en países emergentes significa, en promedio, el 40% del PIB, cifra que para Estados Unidos llega a ser del 180%. Algo semejante ocurre con la liquidez, la que para los países emergentes representa tan solo una tercera parte del mercado norteamericano.

Bajo estas condiciones, la complejidad en dicho cálculo para los mercados emergentes radica en que no existen datos confiables para determinar la

rentabilidad de un activo; muy pocos cotizan en un sistema transaccional, y si lo hacen, estos son poco representativos del subyacente.

Como consecuencia de lo anterior, existe la misma dificultad al conformar un portafolio de tangencia que vincule todas las posibles alternativas en el mercado, que adicionalmente se les conozca su cotización y que estas sean eficientes en términos estadísticos.

Si bien es cierto que el escenario suena desalentador, los académicos encontraron en éste un verdadero reto a su creatividad. Las soluciones han sido diversas y de todos los estilos. Dentro de las diferentes alternativas se encuentra la de asignar variables proxy de industrias locales semejantes, de mercados emergentes similares o, finalmente, adoptarlas de su par en EEUU. En concreto, la decisión para determinar el beta más apropiado se determina por lo general bajo el siguiente árbol de decisión. (Pereiro, 2010)



En el árbol de decisión expuesto observamos por lo menos dos soluciones precisamente cuando la beta local no es confiable o simplemente no existe. Ambas implican importar betas de otras economías, bien sea de países emergentes o del mercado norteamericano, Este proceso tiene por lo menos las siguientes dos limitaciones:

1. El ciclo del negocio está en una etapa diferente a la del sector analizado.

Un ejemplo de ello podría ser el de la industria aeronáutica. En Colombia es apenas naciente; en Brasil está en una etapa de crecimiento y en Estados Unidos ya es una industria madura. Desde el punto de vista de riesgo sistemático, se trata de valores diferentes.

2. El contexto económico por el cual atraviesan las industrias no es comparable.

En Estados Unidos la industria está en el mismo estadio de evolución que en Colombia, pero aún se ve afectada por la crisis subprime, al contrario de lo que ocurre en nuestro país. Como prueba de lo diferentes que pueden llegar a ser los betas en cada contexto dadas las anteriores limitaciones, se presentan a continuación las diferencias numéricas entre betas sectoriales promedio para mercados emergentes y para EEUU.

Tabla 1. Betas mercados emergentes vs EEUU. Fuente: (Pereiro, 2010)

Sector	Empresas analizadas		Beta total desapalancad		Diferencias	Sector	Empresas analizadas		Beta total desapalancad		Diferencias
	EM	EEUU	EM	EEUU			EM	EEUU			
Machinery	251	92	2,42	2,42	0 Pbs	Information-services	15	17	1,75	2,18	43 Pbs
Beverages	75	25	1,82	1,83	1 Pbs	Air-transportation	41	28	1,44	1,89	45 Pbs
Cosmetics/Personal-care	24	12	2,09	2,07	2 Pbs	Furniture/Home-decoration	71	26	2,37	2,87	50 Pbs
Environmental	39	37	2,79	2,81	2 Pbs	Oilfield-services/equipment	100	83	2,07	2,59	52 Pbs
Retail-Restaurant	26	52	2,48	2,44	4 Pbs	Food-Wholesalers	15	13	2,08	1,55	53 Pbs
Oil-Integrated	18	24	1,95	2,01	6 Pbs	Hotel/Casino	153	41	1,91	2,44	53 Pbs
Electronics	430	133	2,96	3,05	9 Pbs	Real-Estate-Services/Development	480	8	2,09	1,55	54 Pbs
Food-Processing	271	74	1,7	1,79	9 Pbs	Apparel/Textile	291	34	2,34	2,89	55 Pbs
Food-Retail/Supermarkets	25	12	1,81	1,7	11 Pbs	Oil-Producing	32	93	2,21	2,77	56 Pbs
Semiconductor-equipment	83	13	2,51	2,62	11 Pbs	Telecom-Services	80	69	1,48	2,04	56 Pbs
Electrical-equipment	238	58	2,63	2,75	12 Pbs	Maritime-transportation	112	34	1,72	1,13	59 Pbs
Computer-Hardware/Equipment	175	79	3,33	3,46	13 Pbs	Medical-supplies	45	157	2,29	2,91	62 Pbs
Office-Equipment/Supplies	27	15	2,14	2,27	13 Pbs	Chemical-Basic	226	12	2,39	3,04	65 Pbs
Entertainment	42	39	2,86	2,71	15 Pbs	Construction-Residential/Commercial	168	21	2,01	1,34	67 Pbs
Telecom-Equipment	191	69	2,74	2,89	15 Pbs	Electric-utility	155	59	1,56	0,87	69 Pbs
Chemical-Specialty	153	58	2,29	2,46	17 Pbs	Mining	156	52	2,78	3,47	69 Pbs
Computer-Software/Services	372	163	2,66	2,85	19 Pbs	Construction-Heavy/Engineering	362	11	2,14	2,84	70 Pbs
Packaging/Container	77	20	1,69	1,9	21 Pbs	Financial-services-Brokerage	94	21	1,87	2,58	71 Pbs
Building-materials	87	32	2,14	2,36	22 Pbs	Auto/Truck	41	15	2,59	1,87	72 Pbs
Industrial-services	169	99	2,12	2,34	22 Pbs	Auto-parts	145	28	2,15	2,88	73 Pbs
Paper/Forest-products	98	26	1,68	1,9	22 Pbs	Semiconductor	225	86	3,82	3,07	75 Pbs
Cable-TV/TV/Radio	40	11	1,96	1,73	23 Pbs	Retail-Store	169	148	2,07	2,83	76 Pbs
Natural-gas	48	68	1,28	1,05	23 Pbs	Biotechnology	25	45	2,74	3,53	79 Pbs
Retail-Automotive	20	14	1,57	1,8	23 Pbs	Steel	182	27	1,81	2,64	83 Pbs
Recreation/Leisure time	45	41	2,42	2,17	25 Pbs	Metal-fabricating	42	20	1,65	2,5	85 Pbs
Chemical-Diversifed	46	23	2,55	2,29	26 Pbs	Advertising	26	14	2,36	3,25	89 Pbs
Trucking	35	30	2,28	2,01	27 Pbs	Shoe	22	17	1,62	2,52	90 Pbs
Household-products	66	20	2,17	1,83	34 Pbs	Medical-services	49	89	1,45	2,47	102 Pbs
Printing/Publishing	61	16	2,27	2,61	34 Pbs	Pharmaceuticals	199	144	2,25	3,46	121 Pbs
Educational-services	15	22	2,35	2,7	35 Pbs	Financial-services-Diversified	79	103	1,13	2,4	127 Pbs
Pharmacy-services	20	10	2,27	1,92	35 Pbs	Telecom-Wireless/Cellular/Satellite	47	32	1,41	2,79	138 Pbs
Internet	86	80	2,95	3,33	38 Pbs	Coal	35	16	4,17	2,78	139 Pbs
Aerospace/Defense	20	45	2,79	2,39	40 Pbs	Water-utility	29	11	3,21	1,11	210 Pbs

En el anterior cuadro se observa qué tan disímiles pueden llegar a ser las betas entre economías en contextos diferentes y, por lo tanto, el riesgo que implica importar dicho coeficiente. En promedio, existe una diferencia de 50 puntos básicos, lo cual significa una cifra muy alta si se tiene en cuenta que el coeficiente comúnmente se calcula en 0,4; es decir, solo la diferencia explicaría más del 100% del beta promedio.

Esta evidente dificultad en la asignación cuantitativa del riesgo sistemático para mercados emergentes ha dado origen a una serie de tratamientos en los datos para dicho coeficiente, los cuales se resumen a continuación:



Infelizmente existen múltiples formas de ser calculados, pero pocos métodos para comprobar si tal cálculo es veraz frente a la realidad que examina. por momentos parece un proceso dialéctico entre la arbitrariedad y la subjetividad, cuya síntesis no parece no tener la esperanza de ser contundente en alguna instancia con el propósito.

Los modelos teóricos han propuesto soluciones, especialmente con dos tendencias. Una mediante el uso de métodos cada vez más sofisticados y técnicas econométricas que aproveche el avance matemático-estadístico de dicha herramienta, con el objetivo aprovechar al máximo los pocos datos con que se cuentan. La otra vertiente considera que el método es expedito para el fin, y que lo más relevante del asunto es la fuente de los datos, que a ese punto deben apuntar las nuevas soluciones.



2.1 Cambios en la metodología

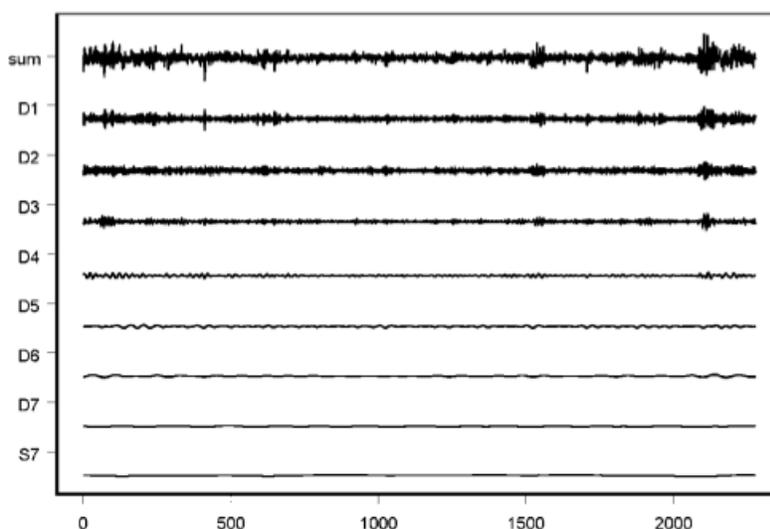
En cuanto a las soluciones que atañen con el método de cálculo se relacionan principalmente las que usan la teoría de la volatilidad auto regresiva condicionada modelada bajo métodos econométricos GARCH y GARCH en-media.

Por otra parte, en la actualidad se desarrolla un nuevo método de cálculo para el coeficiente con la aplicación de la teoría de ondas cortas o "Wavelets". Esta permite cuantificar el grado de correlación entre series de tiempo financieras. Esta teoría se constituye bajo un avance en la serie de Fourier.

En general, las ondas cortas son funciones semejantes a las funciones seno y coseno, por lo que también oscilan en torno a cero. El método permite descomponer en diferentes capas la función de la serie de tiempo estudiada como si se tratase de una frecuencia sonora u óptica, conservando la característica oscilatoria, análisis del tiempo y frecuencia de la serie. Según (Graps, 1995), "se puede decir que las wavelets tienen la flexibilidad de mirar el bosque y a la vez los árboles"(1995).

Luego de la aplicación de la técnica, la descomposición en las diferentes capas en la serie de tiempo se observa de la siguiente forma:

Gráfica 4. Descomposición por multirresolución de los rendimientos del índice bursátil IPC de México en 7 niveles. (Téllez Gaytán, Vargas Vega, & Hernández González, 2010)



De acuerdo con las diferentes investigaciones realizadas con este método, se evidencia que el riesgo sistemático contenido en la serie de tiempo del activo se halla comúnmente en frecuencias menores del portafolio, esto es con la variación de mediano plazo del mercado.

Los wavelets avanzan rápidamente en diferentes ciencias y las finanzas no son la excepción. Los resultados hallados demuestran que se trata de una herramienta poderosa para descomponer series de tiempo; esto muestra las diferentes capas por las que está compuesta, una de ellas el riesgo sistemático.

Su principal desventaja es el alto nivel matemático que exige el modelo, agudizado por la alta dependencia de la capacidad del investigador para identificar los diferentes elementos que integran las series y que determinan el riesgo estudiado.

2.2 Cambios en las fuentes de los datos

Teniendo en cuenta que el problema radica en la fuente de los datos, se ha estimado reemplazar como fuente la formación de las rentabilidades mediante bolsa, a través de la rentabilidad proveniente del emisor directamente, mediante sus estados financieros. A esta técnica se le conoce como betas contables.

Como se presenta de manera detallada en el trabajo de Ball & Brown, An Empirical Evaluation of Accounting Income Numbers (1968), si el mercado de valores es eficiente, el comportamiento de las empresas debe influenciar bajo una tendencia altamente correlacionada con el comportamiento del activo en bolsa. Así, la rentabilidad de las empresas provista desde los balances contables debe ser una excelente alternativa para sustituir la falencia del mercado de valores. En el trabajo citado se encuentra evidencia empírica en la que el mercado de valores anticipa de manera eficiente el resultado contable de la empresa para el mercado norteamericano.

En particular, se demuestra matemáticamente en el trabajo realizado por Hill & Stone (1980) que el beta calculado con datos contables, β_i^c , puede hallarse mediante la derivada de los retornos sobre el patrimonio de la firma, con respecto a la derivada de los retornos sobre el patrimonio del Mercado.

$$\frac{d ROE_i}{d ROE_m}$$

En dicho trabajo, luego de realizar diferentes pruebas de correlación entre el cálculo del beta tradicional y el beta contable, se llega finalmente a demostrar que los betas contables y los betas de mercado son muy semejantes. De igual forma, los autores dejan expuesto que las debilidades de un modelo con fuentes contables son las siguientes:

- **En este tipo de cálculos la estructura de capital tiene una gran influencia en el resultado final, por lo que debe identificarse dicho efecto antes de analizar los resultados.**
- **El uso de rendimientos trimestrales hacen poco robustos los resultados, y requiere de un manejo de pruebas estadísticas constante para identificar el grado de significancia de las regresiones.**
- **Se deben tener en cuenta problemas y posibles soluciones para la presencia de auto correlación en la estimación.**

Adicionalmente, en el trabajo de Vos (1992) se mencionan otras limitaciones al mismo modelo, como son:

- Separar el efecto crecimiento de la empresa del relacionado directamente con el riesgo estudiado en mayor proporción que el método tradicional.
- El beta depende en gran medida de la fiabilidad de los datos y dicha condición no puede garantizarse.
- El trabajo de Hill & Stone (1980) no deflacta; se aconseja hacerlo.

Para profundizar el método de cálculo mediante datos contables, se presenta a continuación un resumen de los métodos más representativos de esta técnica:

Tabla 2. Resumen de métodos para el cálculo del coeficiente beta asociado a retornos contables.

Nombre	Símbolo	Medida de rentabilidad	Fórmula del Beta
Beta operativo	β_i^{ROA}	$ROA_i = \frac{UO_{dd}}{Activos\ totales}$	$\frac{Cov (ROA_i, ROA_M)}{Var (ROA_M)}$
Beta a partir de los ingresos	β_i^I	$I_i = \frac{IN + I \square NA}{Activos\ totales}$	$\frac{Cov (I_i, I_M)}{Var (I_M)}$
Beta basado en el retorno sobre las acciones.	β_i^{ROE}	$ROE_i = \frac{DN_{ARE} + INNA}{AO}$	$\frac{Cov (ROE_i, ROE_M)}{Var (ROE_M)}$
Beta basado en el patrimonio ponderado por la estructura de capital	β_i^C	$ROA_i = \frac{U_{neta}}{Activos\ totales}$	$\frac{\beta_i^{ROA}}{1 - \bar{f}_i} \left(\sum_{K=1}^N \frac{\omega_K \beta_K^{ROA}}{1 - \bar{f}_i} \right)^{-1}$

Tomado y traducido del trabajo de (Hill & Stone, 1980, p. 609)

UO_{dd} = Utilidad operativa después de depreciación.

IN = Ingresos netos antes de items no recurrentes.

$INNA$ = Ingresos no recurrentes ajustados al ingreso neto.

DN_{ARE} = Dividendos netos ajustados antes de repartos extraordinarios.

AO = Acciones ordinarias.

También existen propuestas alternativas a las anteriores en las que se intenta encontrar el coeficiente mediante el uso de los retornos de la acción suministrados por fuentes contables, contrastándolo con los retornos de un índice bursátil provisto por el mercado de valores. Esto constituye una mezcla entre fuentes contables y del mercado de valores. Este enfoque está estudiado por el trabajo de Vélez Pareja (2002) en donde se propone el cálculo del beta bajo el siguiente método:

$$\beta = \frac{K_e - R_{ft}}{R_m - R_{ft}}$$

Donde K_e es igual a

$$K_e = \frac{D_t - P_t}{P_{t-1}} - 1$$

Donde D es el dividendo en el periodo t y P es el valor del patrimonio contable en el periodo t.

Por otra parte, R_m es el rendimiento en bolsa del índice bursátil de referencia local, y R_{ft} es la rentabilidad libre de riesgo para el mercado local.

El experimento empírico de dicha investigación prueba ser una alternativa significativa bajo un concepto estadístico, cercano a la realidad y muy aplicable al contexto que viven los analistas para mercados emergentes. Infortunadamente, el análisis se hace únicamente para una sola acción y no se propone un método para comprobar si los resultados son robustos frente a resultados usados o aceptados.

En conclusión, el cálculo del coeficiente beta para medir el riesgo sistemático en mercados emergentes es posible, pero requiere una adaptación al contexto en el que se aplica. Infortunadamente el método a aplicar no es tan general como se requiere, pues el objeto de estudio es bastante diverso.

3 Sustentación del modelo

La disminución del riesgo está en función de la diversificación del portafolio, comenta Markovitz (1959); no obstante, existe un riesgo que no logra ser diversificado y queda como un riesgo residual a la diversificación.

Este riesgo no diversificable, que está inmerso en la relación unidireccional que el mercado trasmite a cada empresa individualmente, es cuantificado mediante un proceso de regresión lineal con datos provenientes de la formación de precios formados en las bolsas de valores.

Según la investigación realizada para la conformación del marco teórico de este trabajo, se encontró que las razones por las cuales estos investigadores no tomaron datos directamente de los estados de resultados de las empresas son:

- En los países en los que se desarrolla la investigación, las plazas bursátiles ofrecen un amplio abanico de alternativas de inversión y el inversionista tiene pocos incentivos por invertir en acciones no listadas.
- En caso que el inversionista quiera analizar una empresa no listada, va encontrar fácilmente empresas semejantes que cotizan. Con los datos de las empresas listadas, y bajo la metodología de variable proxy, se puede encontrar que el riesgo sistemático para la empresa no listada en bolsa existe, dada la correlación lineal de esta frente a sus pares. Como consecuencia de ello, el coeficiente de la regresión lineal hallado para las empresas listadas debería ser igual, dada su alta correlación, al de la empresa no listada. En efecto, este beta sería suficiente para lo que hace falta del análisis de inversión.
- Con el propósito de cumplir con el principio de parsimonia¹, partir de datos de mercado tiene más sentido que tomar datos contables de las empresas. Por otra parte, en el momento del desarrollo de la teoría del CAPM el desarrollo de máquinas para el almacenamiento y procesamiento de datos era bastante limitado, lo que estimulaba aún más el desarrollo del beta de mercado. Luego, con el avance tecnológico, ya no tenía sentido volver a los datos contables dado que también el mercado de valores había profundizado el análisis de las empresas que aportaban información más amplia para el mismo cálculo.

En contraste a las anteriores conclusiones, países emergentes como el nuestro conviven con las siguientes condiciones:

- Las plazas bursátiles carecen de alternativas y regularmente están representados pocos emisores y sectores. Por esta razón el inversionista

¹ La **navaja de Ockham** (a veces escrito **Occam** u **Ockam**), **principio de economía** o **principio de parsimonia** (*lex parsimonia*), es un principio metodológico y filosófico atribuido a Guillermo de Ockham (1280-1349), según el cual cuando dos teorías en igualdad de condiciones tienen las mismas consecuencias, la teoría más simple tiene más probabilidades de ser correcta que la compleja.

tendrá más estímulo a invertir en empresas no listadas. Así, tener una forma de obtener betas de empresas no listadas es de suma importancia en las finanzas corporativas.

- Obtener una variable proxy para una empresa colombiana en un mercado bursátil de 123 empresas listadas y con una población de mpas de 300.000 empresas, donde solo 23 cotizan por lo menos una vez al mes, pierde todo mérito estadístico.
- Dado que se cuenta con sistemas de almacenamiento y procesamiento de datos avanzado para retomar el cálculo a partir de los estados de resultados de las empresas, vale la pena regresar a lo básico, los estados financieros.

A partir de lo anterior, y en conclusión, el modelo para esta tesis se base en que el riesgo no diversificable en la práctica se cuantifica a partir del beta, el cual se halla mediante cálculo diferencial. Este beta es la derivada total de la rentabilidad continua de la acción respecto a la rentabilidad continua del mercado.

Bajo el método tradicional, la rentabilidad continua se calcula mediante la diferencia logarítmica de los precios cotizados de la acción. Según se propone en este trabajo, este cálculo será modificado a partir del siguiente modelo:

4 Modelo

El coeficiente beta es la medida de la sensibilidad de los activos para un movimiento en el mercado general. Este coeficiente generalmente se halla mediante una regresión de los datos históricos. Un beta superior a uno significan que frente a la media este activo es "arriesgado" en el sentido de su aporte al riesgo del portafolio en general, por debajo de uno, el beta indica una contribución menor que el riesgo promedio de la cartera.

Dado que dicho coeficiente β es una sensibilidad se calcula mediante la derivada total de la acción respecto al mercado bajo la siguiente expresión:

$$\frac{\partial R_{\text{acción en bolsa}}}{\partial R_{\text{mercado}}}$$

Suponiendo una relación lineal entre las variables, se observa que el cálculo de dicha derivada es:

$$\frac{\text{Cov} (R_{\text{acción en bolsa}}, R_{\text{Mercado}})}{\text{Var} (R_{\text{Mercado}})} = \frac{E[R_{ab}R_m] - \mu_{ab}\mu_m}{\text{Var} (R_{\text{Mercado}})}$$

Si el mercado de valores es eficiente, se debe considerar que la relación entre la rentabilidad de una acción en bolsa está altamente correlacionada con los resultados contables de la misma.

Por tanto, las siguientes esperanzas matemáticas son semejantes:

$$E[R_{\text{acción en bolsa de } x} * R_{\text{mercado}}] \approx E[R_{\text{rentabilidad contable de } x} * R_{\text{mercado}}]$$

$$E[R_{\text{acción en bolsa de } x}] \approx E[R_{\text{rentabilidad contable de } x}]$$

Dado que las anteriores esperanzas matemáticas son semejantes el coeficiente β puede hallarse mediante la siguiente expresión:

$$\frac{E[R_{\text{rentabilidad contables } x} R_{\text{mercado}}] - \mu_{\text{rentabilidad contable } x} \mu_{\text{mercado}}}{\text{Var} (R_{\text{mercado}})}$$

Por tanto puede considerarse que:

$$\frac{\partial R_{\text{acción en bolsa } x}}{\partial R_{\text{mercado}}} \approx \frac{\text{Cov} (R_{\text{rentabilidad contable } x}, R_{\text{Mercado}})}{\text{Var} (R_{\text{Mercado}})} \approx \frac{\partial R_{\text{rentabilidad contable } x}}{\partial R_{\text{mercado}}}$$

4 Comprobación empírica del modelo

Para comprobar que las anteriores equivalencias son ciertas, se hará una prueba empírica. Se propondrá el modelo bajo las siguientes tres premisas con su respectiva demostración empírica.

4.1 Primera premisa

Los precios de las acciones en bolsa varían en función a la rentabilidad de las empresas.

Los retornos de una empresa pueden verse bajo múltiples formas; la tres que se escogieron para esta investigación son ROE, ROA y otra creada para esta investigación, el VARE.

Esta última asume que la empresa es tan rentable como capaz sea de aumentar efectivamente el valor patrimonial de cada acción. Por tanto, la rentabilidad bajo este enfoque se mide de la siguiente forma:

$$\left[\frac{\text{Valor patrimonial de cada acción en } t - \text{Valor patrimonial de cada acción en } t - 1}{\text{Valor patrimonial de cada acción en } t - 1} \right]$$

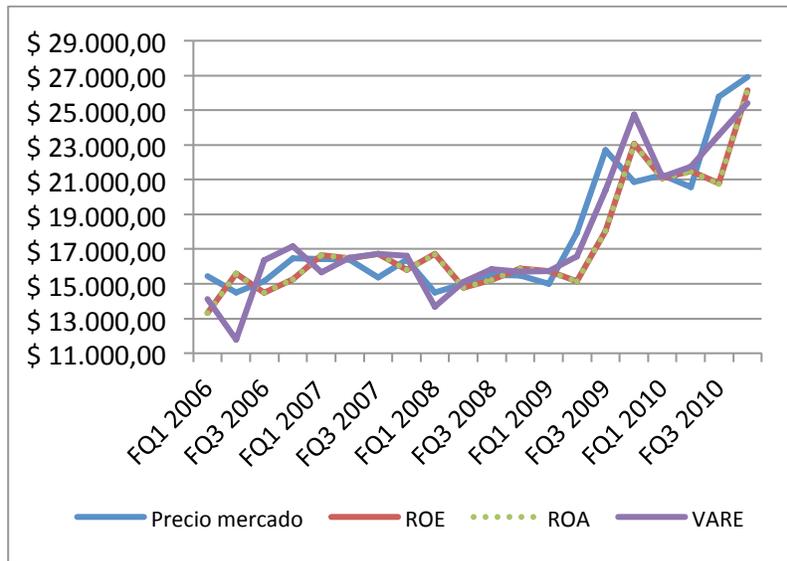
La primera premisa infiere que si un precio base se altera mediante los sucesivos retornos (ROE, ROA o VARE), finalmente se llegará al mismo precio de mercado, como se muestra a continuación con un análisis realizado a la acción de NUTRESA, antes Compañía Nacional de Chocolates.

El precio base tomado para este ejercicio fue el reportado por bloomberg para el último trimestre del 2005, que fue de \$12.832. Este precio aumentó o disminuyó en proporción a las rentabilidades ROE, ROA Y VARE tomados de los balances; numérica y gráficamente, el ejercicio arroja lo siguientes resultados:

Tabla 3. Rentabilidad Nutresa

TRIMESTRES	NUTRESA		
	ROE	ROA	VARE
FQ1 2006	2,23%	2,20%	28,22%
FQ2 2006	3,77%	3,64%	9,91%
FQ3 2006	0,89%	0,85%	-23,76%
FQ4 2006	-0,11%	-0,10%	12,71%
FQ1 2007	0,85%	0,83%	13,46%
FQ2 2007	1,12%	1,07%	-5,01%
FQ3 2007	0,14%	0,14%	0,45%
FQ4 2007	1,98%	1,93%	2,02%
FQ1 2008	2,89%	2,84%	7,97%
FQ2 2008	1,95%	1,86%	-16,60%
FQ3 2008	1,96%	1,88%	4,19%
FQ4 2008	1,59%	1,54%	5,60%
FQ1 2009	2,36%	2,31%	1,28%
FQ2 2009	1,44%	1,37%	1,58%
FQ3 2009	1,02%	0,97%	10,52%
FQ4 2009	0,74%	0,72%	13,72%
FQ1 2010	1,63%	1,59%	9,18%
FQ2 2010	1,18%	1,14%	1,41%
FQ3 2010	0,95%	0,92%	2,13%
FQ4 2010	1,06%	1,03%	14,75%
FQ1 2011	1,47%	1,45%	-1,45%

Gráfico 5 Evolución de la acción Nutresa



En la gráfica observamos el contraste entre los resultados obtenidos por los ejercicios y los precios realmente cotizados en bolsa, según puede verse en la línea azul. Salta a la vista la eficiencia del mercado de valores al afectar el valor de la acción conforme los cambios contables se presentan.

De manera preliminar se observa que el mercado anticipa los resultados. Para ver los detalles, se presentan los resultados en las estimaciones de precios:

Tabla 4.

Contraste de los precios de bolsa vs precios estimados por retornos contables

DATE	NUTRESA CB Equity	ROE	ROA	VARE
31/03/06	\$ 15.454	\$ 13.316	\$ 13.300	\$ 14.104
30/06/06	\$ 14.501	\$ 15.591	\$ 15.586	\$ 11.782
29/09/06	\$ 15.137	\$ 14.485	\$ 14.486	\$ 16.344
29/12/06	\$ 16.468	\$ 15.265	\$ 15.263	\$ 17.174
30/03/07	\$ 16.428	\$ 16.652	\$ 16.644	\$ 15.643
29/06/07	\$ 16.408	\$ 16.451	\$ 16.450	\$ 16.502
28/09/07	\$ 15.375	\$ 16.732	\$ 16.724	\$ 16.740
31/12/07	\$ 16.388	\$ 15.819	\$ 15.812	\$ 16.600
31/03/08	\$ 14.501	\$ 16.708	\$ 16.693	\$ 13.667
30/06/08	\$ 14.998	\$ 14.785	\$ 14.774	\$ 15.108
30/09/08	\$ 15.514	\$ 15.236	\$ 15.229	\$ 15.837
31/12/08	\$ 15.494	\$ 15.880	\$ 15.872	\$ 15.713
31/03/09	\$ 14.998	\$ 15.718	\$ 15.707	\$ 15.739
30/06/09	\$ 17.918	\$ 15.150	\$ 15.144	\$ 16.576
30/09/09	\$ 22.685	\$ 18.051	\$ 18.047	\$ 20.376
31/12/09	\$ 20.858	\$ 23.054	\$ 23.046	\$ 24.767
31/03/10	\$ 21.275	\$ 21.104	\$ 21.095	\$ 21.152
30/06/10	\$ 20.560	\$ 21.477	\$ 21.471	\$ 21.729
30/09/10	\$ 25.784	\$ 20.777	\$ 20.772	\$ 23.592
31/12/10	\$ 26.916	\$ 26.162	\$ 26.157	\$ 25.409

En la tabla se observa un alto grado de ajuste de los precios calculados mediante las rentabilidades frente a los precios realmente cotizados. Para obtener una óptica objetiva de este hecho, se calculará el coeficiente de correlación para algunas de las acciones que se estudiarán en esta investigación. Este se muestra a continuación.

Tabla 5.

Correlación entre el precio de mercado y los estimados a partir de los retornos contables

Matriz de correlaciones precio vs rentabilidades					Mejor método del beta
IBA	EMPRESA	ROE	ROA	VARE	
9,27	GRUPOSUR CB Equity	0,826	0,826	0,934	ROE
9,05	PFBCOLO CB Equity	0,638	0,854	0,842	VARE
8,52	INVARGOS CB Equity	0,882	0,881	0,965	ROA
8,47	ISAGEN CB Equity	0,697	0,692	0,625	VARE
8,29	EXITO CB Equity	0,800	0,797	0,823	ROA
8,21	TABLEMA CB Equity	0,804	0,804	0,808	ROA
8,08	AVAL CB Equity	0,905	0,909	0,950	VARE
7,86	NUTRESA CB Equity	0,859	0,859	0,917	ROE
7,70	ETB CB Equity	0,646	0,657	0,628	VARE
7,50	BOGOTA CB Equity	0,839	0,789	0,898	ROA
6,76	VALOREM CB Equity	0,623	0,643	0,732	VARE
5,44	OCCID CB Equity	0,892	0,892	0,933	ROE
4,45	SANTAN CB Equity	0,641	0,637	0,601	ROA
Promedio		0,776127083	0,773805464	0,808407763	

Como se puede observar, el ejercicio genera altos coeficientes de correlación, lo que puede ser concluyente para afirmar que los precios de las acciones fluctúan conforme a los resultados de las empresas. Por ello, las rentabilidades contables de las empresas son un excelente proxy de los rendimientos de la acción en bolsa.

4.2 Segunda premisa

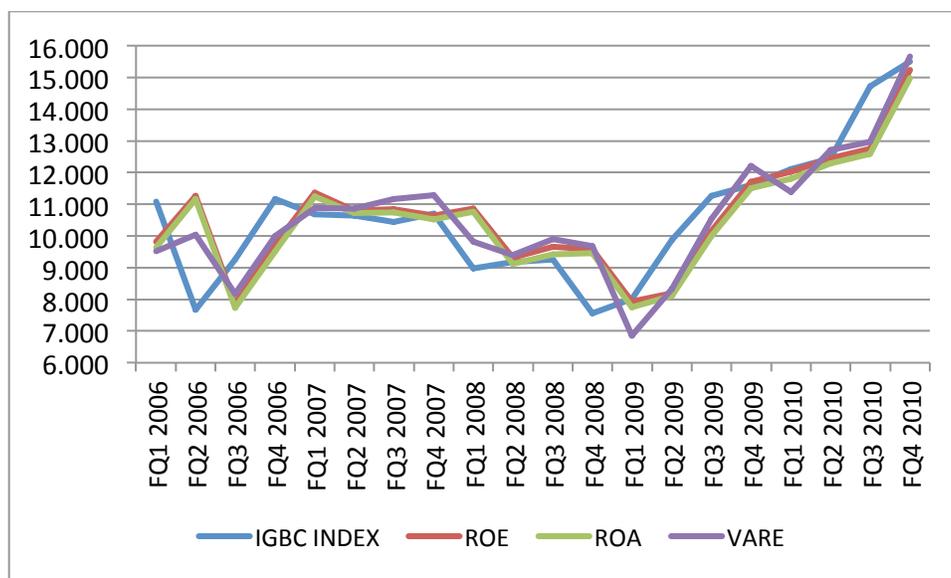
A partir de la comprobación se deduce que se puede construir un índice bursátil mediante las rentabilidades ponderadas de las empresas que han conformado las canastas.

Para confirmar dicha premisa se buscaron las diferentes canastas del IGBC desde el 2006. Se calcularon los ROE, ROA y los VARES de cada una de las empresas que conformaron en algún momento el IGBC en ese periodo. A partir de lo anterior se obtuvieron el ROE, ROA y VARE agregados del IGBC para cada canasta, multiplicado por el peso de cada acción en su correspondiente canasta por su respectiva rentabilidad. Luego se tomó un valor base para el índice en el último

trimestre del 2005, el cual fue de 9.513 unidades. Se varió dicho índice en proporción a las rentabilidades ponderadas y se contrastó gráficamente con el IGBC obtenido en el mercado. El resultado es el siguiente:

Gráfico 6

Contraste del IGBC vs IGBC estimado mediante los retornos ponderados de las empresas que lo conformaron.



Los coeficientes de correlación del índice real contra los calculados son de 76,23% contra ROE; 75,55% para ROA y 83,15% contra VARE.

Con lo anterior se puede establecer que la construcción de un IGBC mediante cálculos contables es posible y suficientemente aproximado.

De esta manera se pueden elaborar las dos materias primas para generar el coeficiente BETA mediante los rendimientos financieros contables, considerándolos un excelente proxy de los rendimientos en bolsa. Así se llega a la tercera premisa:

4.3 Tercer premisa

Si mediante los balances de las empresas se pudo llegar a estimar una con gran aproximación al valor de cotización de una acción en bolsa, y se logró conformar el índice bursátil de referencia del mercado con un alto grado de correlación, es posible calcular el coeficiente beta mediante los balances financieros de las empresas y se debe llegar a un resultado bastante aproximado al calculado mediante los precios de mercado.

Para contrastar dicha premisa se utilizarán los betas calculados por el profesor Aswath Damodaran, publicados en enero del 2011 en su página de internet <http://www.stern.nyu.edu/~adamodar/pc/datasets/emergcompfirm.xls> y se contrastarán con las calculadas mediante los balances de las empresas.

Para realizar el cálculo se escogieron 13 empresas que han reportado a la superintendencia financiera sus resultados de manera trimestral por lo menos durante 21 oportunidades entre el 2005 y el 2011.

Para efectuar los cálculos de los betas mediante estados financieros, se asumen las tres rentabilidades antes presentadas.

Las regresiones se realizaron mediante el método de mínimos cuadrados ordinarios, y las pruebas estadísticas se realizaron bajo un 5% de grado de significancia.

Los datos con los cuales se hicieron las regresiones fueron tomados de bloomberg, el SIMEV de la superintendencia financiera de Colombia y se contrastaron con los estados financieros que presenta cada emisor en su web site y con los presentados por la empresa BPR BENCHMARK.

Primero se obtienen el ROA, ROE y VARE para cada empresa que hubiese conformado el IGBC desde el 2006 hasta el 2010. Luego, se obtienen el ROA, ROE, VARE del IGBC para cada trimestre. Este se obtiene multiplicando los ROA, ROE o VARE de cada empresa por su respectivo peso en cada canasta. Finalmente, se suman todos los retornos ponderados para obtener el retorno respectivo para cada trimestre del índice. En este caso la única empresa que no se le encontraron datos fue a CORFINVERS, pero el caso no afecta de manera importante dado que dicha acción solo cotiza en una canasta del IGBC y lo hace con un peso muy bajo, por lo cual se decidió ponerle 0% de ROE, de ROA Y VARE. Los valores obtenidos para cada canasta del IGBC se presentan en la tabla 6.

Posteriormente se estima el IGBC mediante cada una de las rentabilidades trimestrales en proporción a cada ROE, ROA y VARE. A este índice IGBC estimado se le calcula la rentabilidad mediante diferencias logarítmicas, siguiendo el procedimiento tradicional del cálculo de betas de mercado. Se realiza el mismo procedimiento para las empresas escogidas encontrando una serie en diferencias logarítmicas, lo cual arroja como resultados los retornos continuos, tanto del IGBC estimado mediante datos contables como del retorno continuo de cada acción con la misma fuente.

Tabla 6.

Retornos ponderados por las empresas que conforman el IGBC.

TRIMESTRES	FECHAS	CANASTAS	IGBC		
			ROE	ROA	VARE
FQ1 2006	31/03/2006	CANASTA 19	3.12%	1.34%	-0.03%
FQ2 2006	30/06/2006	CANASTA 20	1.48%	0.62%	-9.55%
FQ3 2006	30/09/2006	CANASTA 21	2.40%	0.94%	6.60%
FQ4 2006	31/12/2006	CANASTA 22	5.24%	2.82%	8.10%
FQ1 2007	31/03/2007	CANASTA 23	1.89%	0.81%	-2.40%
FQ2 2007	30/06/2007	CANASTA 24	1.09%	0.42%	1.63%
FQ3 2007	30/09/2007	CANASTA 25	1.89%	0.95%	4.92%
FQ4 2007	31/12/2007	CANASTA 26	1.95%	0.84%	8.10%
FQ1 2008	31/03/2008	CANASTA 27	1.52%	0.57%	-8.24%
FQ2 2008	30/06/2008	CANASTA 28	3.75%	1.63%	4.78%
FQ3 2008	30/09/2008	CANASTA 29	5.33%	2.70%	7.93%
FQ4 2008	31/12/2008	CANASTA 30	3.51%	2.22%	4.70%
FQ1 2009	31/03/2009	CANASTA 31	4.88%	2.56%	-9.34%
FQ2 2009	30/06/2009	CANASTA 32	2.22%	1.05%	3.97%
FQ3 2009	30/09/2009	CANASTA 33	2.78%	1.19%	6.70%
FQ4 2009	31/12/2009	CANASTA 34	4.02%	2.13%	8.38%
FQ1 2010	31/03/2010	CANASTA 35	3.74%	1.84%	-1.80%
FQ2 2010	30/06/2010	CANASTA 36	2.78%	1.46%	6.23%
FQ3 2010	30/09/2010	CANASTA 37	2.45%	1.19%	3.36%
FQ4 2010	31/12/2010	CANASTA 38	3.55%	1.82%	6.46%
FQ1 2011	31/03/2011	CANASTA 39	2.57%	1.17%	-1.87%

Una vez se cuenta con las series de rendimientos continuos, se procede a realizar el mismo método que se utiliza para obtener el beta de mercado; este se realiza a partir de una regresión lineal, utilizando como variable exógena el rendimiento en primera diferencia logarítmica del $IGBC_{ROA}$, $IGBC_{ROE}$ y $IGBC_{VARE}$, contra el rendimiento en primera diferencia logarítmica de la acción $ACCIONX_{ROA}$, $ACCIONX_{ROE}$ y $ACCIONX_{VARE}$ estudiada como variable endógena. El resultado es el siguiente:

4.4 Cálculos econométricos y pruebas estadísticas

Se realizaron regresiones lineales mediante Excel. Para comenzar, se realizaron las regresiones considerando intercepto. Ninguna regresión demostró que el intercepto fuese significativo, por cuanto el p value de la hipótesis nula del intercepto igual a 0 no fueron rechazadas con un 5% de significancia.

Una vez realizada la regresión, se llevaron a cabo pruebas estadísticas para determinar la eficiencia y veracidad de los coeficientes. Para ello se llevó a cabo la

prueba f de Fisher, el test t de Student y la determinación del intervalo de confianza para los coeficientes a un 95%, las cuales se presentan en el anexo de cada acción estudiada al final.

De las pruebas se pudo determinar que todos los coeficientes que fueron cercanos a los betas calculados por el Profesor Aswath Damodaran aprobaron todas las pruebas estadísticas a un 5% de significancia y a un 95% de grado de confianza, excepto en el caso de la acción de ETB, que aprueba con un 7% de significancia y un 95% de grado de confianza.

Tabla 7. Betas contables efectivas mediante el método del VARE

IBA	β equity Damodaran	Empresa	Método del beta contable	Beta obtenido	Diferencia a mejor aproximación
9,05	0,660	BANCOLOMBIA	ROE	1,458	0,030
			ROA	0,3135	
			VARE	0,630	
8,47	0,250	ISAGEN	ROE	0,729	0,093
			ROA	0,9865	
			VARE	0,343	
8,08	0,578	GRUPOAVAL	ROE	1,151	0,044
			ROA	1,7925	
			VARE	0,534	
7,7	0,328	ETB	ROE	0,558	0,044
			ROA	0,5380	
			VARE	0,28367	
4,45	0,482	VALOREM	ROE	-0,121	0,043
			ROA	-0,2028	
			VARE	0,439	

Como se observa en el cuadro de resultado de los coeficientes betas efectivos mediante el método del VARE, las diferencias entre el β Damodaran y el β contable son bastantes pequeñas; en el mayor de los casos la diferencia fue de 9,3 puntos básicos

También se puede deducir un fenómeno bastante particular en los resultados: los betas que no son cercanos al calculado por el profesor Damodaran se muestran muy alejados del más semejante. En el caso de Bancolombia, para dar un ejemplo, el beta más semejante fue 0,63 que está a 3 puntos básicos del beta de mercado; los otros dos métodos arrojan betas que están a 79 y 34 puntos básicos.

Adicionalmente, se presenta un patrón en los cálculos de empresas cuyo método efectivo fue el VARE. La mayoría de estas tiene un índice de bursatilidad accionaria superior a 5 en un rango de que oscila entre 1 y 10, hecho que da pie a otra investigación acerca del porqué se presenta dicho comportamiento.

A continuación observaremos las acciones cuyo β contable fue semejante al β Damodaran mediante el método del ROA.

Tabla 8. Betas contables afectivas mediante el método del ROA

IBA	β equity Damodaran	Empresa	Método del beta contable	Beta obtenido	Diferencia a mejor aproximación
8,52	0,658	INVERARGOS	ROE	0,377	0,061
			ROA	0,7184	
			VARE	1,360	
8,29	0,614	ÉXITO	ROE	0,393	0,118
			ROA	0,4960	
			VARE	0,452	
8,21	0,992	TABLEMAC	ROE	0,471	0,191
			ROA	0,8004	
			VARE	0,226	
7,5	0,292	BOGOTA	ROE	1,448	0,061
			ROA	0,3536	
			VARE	1,040	
4,45	0,098	SANTANDER	ROE	0,7164	0,034
			ROA	0,1330	
			VARE	0,2131	

Según este método, observamos que se mantiene el patrón de comportamiento en el que los betas que no son cercanos al beta de mercado son números bastante alejados del método más acertado. Se observa la mayor dispersión al beta de mercado de los tres métodos estudiados en las que se muestra una diferencia de 9,3 puntos básicos en promedio.

Finalmente, presentaremos las empresas cuyo β contable fue semejante al β Damodaran mediante el método del ROE.

Tabla 9. Betas contables afectivas mediante el método del ROE

IBA	β equity Damodaran	Empresa	Método del beta contable	Beta obtenido	Diferencia a mejor aproximación
9,27	0,496	GRUPOSURA	ROE	0,380	0,116
			ROA	0,7215	
			VARE	1,437	
7,86	0,390	NUTRESA	ROE	0,433	0,042
			ROA	0,8073	
			VARE	1,280	
5,44	0,088	OCCIDENTE	ROE	0,191	0,103
			ROA	0,3638	
			VARE	0,991	

Mediante este método se encontraron tres betas contables que son semejantes a la de mercado. Fue el segundo método con menor dispersión en los datos frente al beta de mercado, siendo de 8,7 puntos básicos al beta de mercado en promedio.

Se observa que el método más acertado fue el del VARE; y en general, se obtuvo por algún otro método un beta bastante aproximado, lo que demuestra que el modelo teórico tiene soporte empírico, lo cual en principio era el propósito de este ejercicio.

Todos los detalles de los cálculos se presentan como documento anexo a éste.

Por otro lado, los coeficientes calculados por el dr. Damodaran se centran en el intervalo de confianza a un 95% que arrojan las regresiones, lo que demuestra que estadísticamente la muestra es confiable para contrastarla con los coeficientes de referencia.

5 Conclusiones y recomendaciones

Se comprobó que el modelo propuesto es probo para el cálculo del riesgo sistemático dado que siempre es semejante al beta de mercado, al menos por un método de cálculo el beta contable.

Las pruebas estadísticas demuestran que los coeficientes son estadísticamente viables a un 5% de significancia. A partir de esta investigación, también se puede demostrar que el mercado colombiano en el periodo estudiado fue eficiente al acoplar los precios del mercado y los resultados contables de las empresas. Dado lo anterior, los resultados de esta investigación pueden usarse con propósitos de análisis prospectivos de precio en la bolsa de valores, dado que demuestra que un desequilibrio del precio de mercado al precio obtenido mediante los fundamentales se ajustará y permitirá aprovecharlo a manera de arbitraje.

Además, el hecho que las pruebas empíricas mostraran fortaleza en el modelo propuesto, significa que hay una aproximación razonable para calcular el beta de empresas que tengan estados financieros trimestrales a pesar de no cotizar en bolsa. Para llevar a cabo dicho cálculo, se propone contrastar las rentabilidades fundamentales contra la serie de tiempo IGBC presentada en esta investigación. El resultado final será tan aproximado al que resultaría si dicha empresa fuese listada.

Claramente, esta investigación es simplemente un capítulo más en el avance del análisis del riesgo sistemático que busca que las empresas no listadas puedan hacer uso de las herramientas de valoración que la teoría financiera ofrece. Con este enfoque, el final de esta investigación es la pausa de muchas investigaciones que pueden derivarse de la misma.

Una de las investigaciones que puede abrirse camino a partir de este primer esfuerzo es la posibilidad de encontrar un método único a aplicar, dado que en esta investigación se hallaron tres, y dirimir el conflicto de cuál escoger fue sencillo dado que se tiene un beta de mercado alterno; en caso de que no se tenga tuviera, sería difícil escoger cuál utilizar, hecho que podría solucionarse si se puede llegar a entender por qué un método es más efectivo que los otros dos en cada caso.

7 Bibliografía

Ball, R., & Brown, P. (1968). An Empirical Evaluation of Accounting Income Numbers. *Journal of Accounting Research* , 159 - 178.

Ball, R., & Brown, P. (1968, Autumn). An Empirical Evaluation of Accounting Income Numbers. *Journal of Accounting Research* , 159-178.

Caicedo Cerezo, E. (2004). Medición de betas del capital propio a través de la información contable. *Simposio nacional de docentes de finanzas* (1).

Giraldo Gómez, N. (2005, enero junio). Predicciones de betas y VAR de portafolios de acciones mediante el filtro de Kalman y los modelos garch. *Cuadernos de administración* .

Gitman, L. J., & Joehnk, M. D. (1997). *Fundamentos de Administración Financiera* (8 ed.). Harcourt College.

Graps, A. (1995). An introduction to Wavelets. (IEEE, Ed.) *Computational science and engineering* , 2 (2).

Hamada S., R. (1972, May). The effects of the firm's capital structure on the systematic risk of common Stoks. *Journal of finance* , 435 - 452.

Hill, N. C., & Stone, B. K. (1980). ACOOUNTING BETAS, SYSTEMATIC OPERATING RISK, AND FINANCIAL LEVERAGE: A RISKCOMPOSITION APPROACH TO THE DETERMINANTS OF SYSTEMATIC RISK. *JOURNAL OF FINANCIAL AND QUANTITATIVE ANALYSIS* , XV (3).

Mandelker, G. N., & Rhee, S. G. (1984). The impact of degrees of operating an financial leverage on systematic risk of common stock. *Journal of financial and quantitative analysis* (19), 45-57.

Mora A., H. (1996). Valoración de activos en mercados con restricciones de liquidez. *Ensayos sobre política económica* (29), 59 - 99.

Pereiro, L. E. (2010). The Beta Dilemma in Emerging Markets. *Journal of applied corporate finance* , 22 (4), 110-122.

Rubinstein E., M. (1973). A mean-variance synthesis of corporate financial theory. *Journal of finance* (28), 167 - 182.

Superintendencia de valores. (1995- 1997). Riesgo de inversión en el mercado accionario: coeficientes betas.

Téllez Gaytán, J., Vargas Vega, T., & Hernández González, J. (2010). Análisis basado en wavelets del mercado accionario mexicano. *Revista internacional la nueva gestión organizacional* (11), 35-64.

Vélez Pareja, I. (2002). Costo de capital para firmas no transadas en bolsa. *Revista latinoamericana de administración* (029), 45-75.

Vos, E. (1992, Julio). A CONCEPTUAL FRAMEWORK FOR PRACTICAL RISK MEASUREMENT IN SMALL BUSINESSES. *Journal of Small Business Management* , 47 - 56.

Weston, F., & Brigham, E. (1994). *Fundamentos de Administración Financiera*. McGraw Hill.

Yaw, M. (1992). Adjusted Accounting Beta, Operating Leverage and Financial Leverage as Determinants of Market Beta: A Synthesis and Empirical Evaluation. *Review of Quantitative finance and Accounting* , 187 - 203.