

# Riesgo operativo I: Una revisión de la literatura

Andrés Mora Valencia

Borrador de administración # 46

Colegio de Estudios Superiores de Administración

Bogotá D.C., abril de 2011

Bogotá, D.C., abril de 2011

Corrección de estilo: María José Díaz Granados

Diagramación y diseño: Diego E. Romero V.

Impresión: -----

Comunicaciones

Cra. 6 No. 35 - 28 Casa Lleras

comunicaciones@cesa.edu.co

Impreso y hecho en Colombia

*Printed and made in Colombia*

# Contenido

Introducción .....	6
1. Enfoques para cuantificar riesgo operativo .....	7
1.2 Enfoque estándar (Standardised Approach, SA).....	8
Comentarios.....	8
1.3 Enfoque de medición avanzada (Advanced Measurement Approach, AMA).....	9
1.3.1 El enfoque de cuadros de mando (scorecards).....	9
1.3.2 El Enfoque de Medición Interna (IMA).....	10
Las frecuencias siguen un modelo Poisson( $\lambda$ ).....	12
Las pérdidas siguen un modelo Normal( $\mu, \sigma^2$ ).....	13
Caso 2. L es aleatorio .....	13
Comentarios .....	14
1.3.3 El enfoque de la distribución de pérdidas agregadas (LDA).....	14
Comentarios .....	15
2. Consideraciones con respecto a estimación de cuantiles altos.....	16
3. Estudios de autores colombianos.....	24
4. Conclusiones.....	26
Agradecimientos .....	26
Referencias .....	27
Anexo .....	31



# Riesgo operativo I: Una revisión de la literatura<sup>1</sup>

Andrés Mora Valencia<sup>2</sup>

## *Resumen*

Este artículo revisa la reciente literatura concerniente a los tres enfoques propuestos por el Comité de Basilea para cuantificar riesgo operativo, con especial énfasis en los modelos de medición avanzada. Bajo este enfoque, el Comité recomienda cuantificar riesgo operativo al 99,9% y en un horizonte de un año. Por tal razón, se realizan varios comentarios para ser tenidos en cuenta en la estimación de cuantiles altos basados en estudios previos. Finalmente, se recomienda para Colombia el uso de modelos de distribución de pérdidas agregadas (LDA) para los cuales existen métodos sencillos de implementar para cuantificar VaR al 99,9% cuando las distribuciones de las severidades cumplen ciertas condiciones.

**Palabras clave:** enfoque de medición avanzada, enfoque de distribución de pérdidas agregadas, teoría del valor extremo, valor en riesgo.

## *Abstract*

This paper reviews the recent studies related to the three approaches proposed by the Basel Committee in order to quantify operational risk. This document emphasizes on Advanced Measurement Approach models. Under this type of models, Basel II recommends estimating operational risk at the 99.9<sup>th</sup> percentile over a period of one year. Thus, this paper takes into account several considerations to estimate these high quantiles based on previous studies. Finally, in the specific case of Colombian institutions it is recommended to use the Loss Distribution Approach (LDA) and there are simple methods to implement LDA when the severities satisfy certain conditions.

**Keywords:** Advanced measurement approach, loss distribution approach, extreme value theory, value at risk.

JEL Classification: C46, G21, G32.

---

1 Una versión similar de este Borrador de Administración se ha presentado a la primera edición de Análisis – Revista del Mercado de Valores.

2 Profesor Investigador del Colegio de Estudios Superiores de Administración – CESA.

## Introducción

De acuerdo con Basilea II, se requiere que las instituciones financieras calculen VaR al 99,9% en un horizonte de un año como medida de riesgo operativo. Pero calcular cuantiles altos a un nuevo tipo de riesgo que no había sido considerado en Basilea I presenta desafíos. En 2009, la US Office of the Comptroller of the Currency (OCC) reunió varios expositores, desde supervisores, ingenieros financieros, estadísticos y economistas para discutir acerca de los desafíos más importantes que enfrenta la cuantificación de riesgos. En cuanto a riesgo operativo, el resultado es un artículo denominado “Operational Risk – Modeling the Extreme”, donde se critica la actitud de algunos administradores hacia la cuantificación de este tipo de riesgo. El modelo más usado por la industria en Estados Unidos es Loss Distribution Approach (LDA), y para obtener la distribución de pérdidas agregadas, el preferido Monte Carlo es. Métodos que combinan LDA con la teoría del valor extremo (EVT, por su sigla en inglés), parecen ser los más viables para los bancos. Sin embargo, la principal crítica que se le hace al modelo LDA es que tiende a subestimar la cola donde se presentan la mayoría de eventos de pérdida, mientras que EVT presenta el problema de selección del umbral (*Risk*, 2009). Por tal razón, el artículo recomienda comenzar a examinar enfoques bayesianos, donde la falta de información de frecuencia y severidades puede ser complementada por opiniones de expertos, entonces, se puede obtener una distribución de probabilidad que combina datos con tales opiniones. Pero este tipo de enfoques también tiene sus complicaciones. Primero, no se cuenta con las herramientas necesarias para realizar los cálculos requeridos, y segundo, se necesitan muchos cálculos.

En este reporte, los autores<sup>3</sup> reconocen que estimar un percentil al 99,9% de la distribución de las pérdidas agregadas en un horizonte de un año es complicado cuando no se cuenta con suficientes datos. Debido a esto, los administradores de riesgo han visto la necesidad de usar análisis de escenarios o extrapolar datos de los disponibles. De esta manera, este artículo está inspirado en los resultados mencionados anteriormente y revisa la literatura más reciente en cuanto a estimación de cuantiles altos para riesgo operativo. Un estudio similar en Colombia fue realizado por Franco et ál. (2006); por consiguiente, este artículo puede ser visto como una actualización del artículo de 2006, con algunos cálculos adicionales, como por ejemplo el cálculo de cargo por capital mediante el enfoque de indicador básico para bancos en Colombia.

La sección 1 de este artículo presenta los modelos de cuantificación recomendados por el Comité de Basilea. La sección 2 muestra los resultados más importantes en cuantificación de medidas de riesgo operativo. La sección 3 presenta algunos resultados de autores colombianos y, finalmente, en la sección 4 se presentan las conclusiones.

---

3 En este artículo participaron Emre Balta, Santiago Carrillo, Patrick de Fournouvelle, Paul Embrechts, Bakhodir Ergashev, Kam Hamidieh, Nicholas Kiefer y Ken Swenson.

## 1. Enfoques para cuantificar riesgo operativo

El Comité de Basilea (BCBS, 2001a), propone tres enfoques para calcular los requerimientos de capital por riesgo operativo, que son: i) Enfoque de indicador básico (Basic Indicator Approach, BIA), ii) Enfoque estándar (Standardised Approach, SA), y iii) Enfoque de medición avanzada (Advanced Measurement Approach, AMA). A continuación se presenta una breve descripción de cada uno de estos métodos.

### 1.1 Enfoque de indicador básico (Basic Indicator Approach, BIA)

Es una medida de riesgo operativo para todo el banco y se calcula como un porcentaje fijo del promedio anual de los ingresos brutos sobre los tres años previos; por tal razón, se clasifica como un método *top-down*<sup>4</sup>.

$$\text{Cargo de capital } (C_{BIA}) = IB \cdot \alpha.$$

Donde IB es el promedio anual del ingreso bruto (positivo) sobre los tres años previos y  $\alpha = 15\%$ , establecido por el Comité de Basilea. No hay criterios específicos definidos para el uso de BIA; sin embargo, se motiva a los bancos a cumplir con la guía del Comité de Basilea del “Sound Practices for the Management and Supervision of Operational Risk”. Al aplicar este enfoque a las entidades bancarias en Colombia entre 2007 y 2009, se encuentra que el Banco Santander, el Citibank y RBS presentan una relación de cargo de capital a total de activos no razonables en el sentido de Dutta y Perry (2007). Estos autores consideran un indicador razonable por debajo del 3% (ver Anexo).

Este enfoque es el punto de partida para cuantificar riesgo operativo y puede ser usado por pequeñas entidades financieras. El ingreso bruto fue escogido entre reguladores y representantes del sector por varias razones, entre ellas están: es verificable, tiene disponibilidad inmediata, es una medida contra-cíclica y es un indicador confiable del tamaño de actividades. El ingreso bruto se calcula como la suma de todos los ingresos operacionales excluyendo provisiones y los ingresos extraordinarios (Dowd, 2007). Sin embargo, el cálculo del ingreso bruto se realiza con valores pasados cuando se estima una medida de riesgo a futuro; por tanto, no se considera como una medida de riesgo operativo. Adicionalmente, este enfoque puede guiar a subestimaciones de la verdadera exposición al riesgo (BCBS, 2006), aunque a veces resulte en sobrestimaciones del verdadero capital requerido (Chernobai et ál., 2007, p. 42). Puesto que algunas actividades financieras están más expuestas a riesgo operativo que otras, se propone estimar este tipo de riesgo por líneas operativas como se aprecia en los siguientes enfoques.

---

4 Este tipo de métodos calcula el riesgo operativo para todo el banco y luego trata de asignar esta cantidad a las líneas operativas.

## 1.2 Enfoque estándar (Standardised Approach, SA)

Es una medida de riesgo operativo para líneas operativas de un banco, y se calcula como el promedio de los tres años de la suma de los cargos de capital regulatorio por cada línea operativa en cada año. También es un método *top-down*.

$$\text{Cargo de capital } (C_{SA}) = \sum_{i=1}^l b_i B_i$$

Donde  $l$  es el número de líneas operativas y  $\beta$  es un porcentaje fijo que relaciona el nivel requerido de capital con el nivel de ingreso bruto para cada línea operativa  $i$ . El Comité de Basilea define los siguientes valores de  $\beta$  para ocho líneas operativas: 18% para finanzas corporativas ( $\beta_1$ ), negociación y venta ( $\beta_2$ ), compensación y liquidación ( $\beta_3$ ); 15% para banca comercial ( $\beta_4$ ) y servicios de agencia ( $\beta_5$ ); y 12% para banca minorista ( $\beta_6$ ), administración de activos ( $\beta_7$ ) y corretaje minorista ( $\beta_8$ ).

En este método no es claro el cálculo del beta para cada línea operativa y esto puede incentivar a las entidades financieras a escoger el método SA para las líneas donde  $\beta$  sea menor del 15%, y el método BIA para aquellas líneas donde  $\beta$  sea mayor al 15%, con el fin de presentar un menor nivel de requerimiento de capital. Al ser el cargo total de capital igual a la suma de los cargos individuales, se asume una correlación perfecta entre las líneas operativas. Entonces, con este enfoque puede haber sobrestimación del verdadero capital requerido (Chernobai et ál., 2007, p. 43).

Existe una modificación a este método, denominada el Enfoque Estandarizado Alternativo (Alternative Standardized Approach, ASA) donde el cargo por capital de las líneas operativas banca personal y minorista, y banca comercial se calcula tomando el total de préstamos y anticipos en lugar del ingreso bruto. Adicionalmente, el factor  $\beta$  se multiplica por un factor  $m$  igual a 0,035.

### Comentarios

Los requerimientos de capital calculados mediante los enfoques BIA y SA, aunque son fáciles de estimar y pueden servir como un primer indicador, asumen que a mayor ingreso bruto, mayor será el capital necesario para cubrir las potenciales pérdidas originadas por riesgo operativo. Esto no siempre es cierto, puesto que pueden existir eventos externos a un banco que ocasionen grandes pérdidas. Además, esto puede incentivar a los bancos a reducir sus ingresos brutos para disminuir requerimientos de capital. Como se mencionó, otra crítica que se hace a estos modelos es que se utiliza un promedio de valores históricos para calcular un valor futuro. Pueden haber casos donde un año fue excepcionalmente bueno (o malo), en cuanto a ingresos, y la media es una estadística que es afectada por valores atípicos. Esto podría causar la estimación de medidas de riesgo operativo no consistentes con el normal funcionamiento de un banco. La inclusión del factor  $m$  en el modelo ASA tiene un impacto negativo en la confiabilidad de los cálculos (ver Kraujaliset ál., 2006 y las referencias allí contenidas). Estos autores también criti-



can el uso de BIA y SA, puesto que no tienen en cuenta las diferencias de los mercados de diferentes países, como los procesos internos de cada entidad financiera. Otras críticas y consideraciones para ser tenidas en cuenta con estas metodologías se pueden encontrar en Jobst (2007).

### 1.3 Enfoque de medición avanzada (Advanced Measurement Approach, AMA)

Los modelos AMA incluyen criterios tanto cualitativos como cuantitativos. Los aspectos cuantitativos de AMA son: i) el uso de datos internos, ii) datos externos, iii) análisis de escenarios, y iv) entorno de negocios y factores de control sujeto al “AMA soundness standard”, bajo el cual un banco debe demostrar que su medida de riesgo operativo es comparable al enfoque interno basado en calificaciones para riesgo crediticio, es decir, para un periodo de un año y una confiabilidad del 99,9%. Los bancos pueden ajustar su cargo de capital por exposición al riesgo operativo bajo AMA por: i) la cantidad de pérdidas esperadas, ii) beneficios por diversificación debido a la correlación entre riesgos operativos, entre y en las líneas operativas, y iii) el impacto de mitigación de riesgo. El máximo ajuste es del 20% del total del cargo de riesgo operativo calculado mediante AMA (Jobst, 2007).

Para este método, el cargo total por riesgo operativo debe ser calculado como la suma de los cargos individuales por línea operativa y tipo de riesgo, si no existe una justificación válida para estimar correlaciones por parte de la entidad financiera (BCBS, 2001b). Este es uno de los problemas que se tratará en un artículo futuro, porque aunque no es fácil estimar correlaciones entre líneas operativas o tipos de riesgo, debe existir algún tipo de relación entre algunas de ellas.

Dentro de los modelos AMA se describen tres metodologías que son: enfoque de medición interna (Internal Measurement Approach, IMA), enfoque de distribución de pérdidas agregadas (Loss Distribution Approach, LDA) y cuadros de mando (scorecards).

#### 1.3.1 El enfoque de cuadros de mando (scorecards)

La ventaja de usar este enfoque es que está basado en control y riesgo. Se usa una simulación de estas dos variables para generar varios escenarios. El cargo de capital se calcula como:

$$\text{Cargo de Capital } (C_s) = \sum_{j=1}^8 K_j \mathfrak{R}_j.$$

Donde  $K$  es un cargo de capital inicial (basado en BIA o SA), reescalado por un factor de riesgo  $\mathfrak{R}$ . Este cargo inicial es actualizado en el tiempo con base en cuadros de mando. Los cuadros de mando son una lista de autoevaluación de sus riesgos y controles, y contienen por lo menos información de eventos de riesgo, probabilidades de riesgo e impacto del riesgo. Los cuadros de mando de riesgo pueden contener también comentarios de planes de acción para controlar riesgos e indicadores clave para los eventos de riesgo.

Para obtener una medida de riesgo es necesario dar valores a los elementos del cuadro de mando, como por ejemplo porcentajes de ocurrencia (para la probabilidad de riesgo), valor monetario (para el impacto de riesgo). Luego se realiza simulación de la ocurrencia de los riesgos y falla en los controles (Blunden, 2003). Entre algunas ventajas de este método están: permitir un cálculo del riesgo sin necesidad de contar con una base de datos internos o externos, permitir un desarrollo de análisis de los inventarios de riesgos de la entidad, entre otros (Blunden, 2003). Sin embargo, el método de *scorecards* es muy subjetivo debido a que, entre otras razones, las puntuaciones de severidades y frecuencias las asignan los dueños del riesgo (Alexander, 2003).

### 1.3.2 El Enfoque de Medición Interna (IMA)

El cargo de capital individual se determina mediante:

$$\text{Cargo de Capital } (C_{IMA}) = \sum_{j=1}^8 \sum_{k=1}^7 g_{jk} (E_{jk} PE_{jk} LGE_{jk})$$

Donde EI es el indicador de exposición (Exposure Indicator, EI), que puede ser el ingreso bruto; PE es la probabilidad del evento, y LGE es la pérdida dada al evento (Loss Given the Event, LGE), para las ocho líneas operativas y los siete tipos de riesgo que sugiere el Comité de Basilea. El producto  $EI \times PE \times LGE$  se usa para estimar la pérdida esperada, y el factor  $\gamma$  se usa para estimar la pérdida inesperada. Al calcular el cargo de capital total como la suma de los cargos individuales, se asume perfecta correlación entre las líneas de negocio, como en el caso de SA. Además, se asume una relación lineal entre las pérdidas esperadas e inesperadas.

En algunos casos se puede utilizar un factor de ajuste para capturar los diversos perfiles de riesgo de distribuciones de pérdidas de los bancos:

$$\text{Cargo de Capital } (C_{IMA}) = \sum_{j=1}^8 \sum_{k=1}^7 g_{jk} E_{jk} PE_{jk} LGE_{jk} RPI_{jk}$$

Donde *RPI* es el índice de perfil de riesgo. El *RPI* consiste en dos elementos, uno que aproxima la severidad de las pérdidas operacionales y el otro que aproxima las frecuencias de las pérdidas. Una propuesta puede ser (Mori y Harada, 2001):

$$RPI = K(1 + RPI1 + RPI2), [1]$$

Donde *K* es un factor de ajuste y

$$RPI1 = 1 + c(\sigma / \mu), \quad c \in \mathbb{R}[2]$$

$$RPI2 = 1/\sqrt{n}$$

*RPI1* captura las características de la severidad, donde  $\sigma$  y  $\mu$  son la desviación estándar y el promedio de las severidades respectivamente. *RPI2* captura las características de la frecuencia, donde *n* es el número de eventos de pérdida.

## Calibración del factor $\gamma$ para Modelos IMA

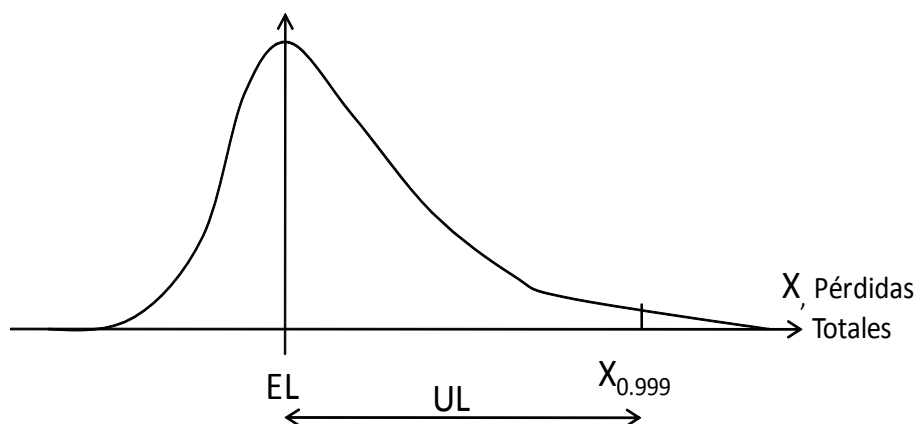
Aunque Basilea da libertad a los bancos para calibrar el factor  $\gamma$  a fin de encontrar la pérdida inesperada y así el cargo de capital requerido, Alexander y Pérez (2001a y 2001b) y Alexander (2002 y 2003), brindan algunas propuestas para este factor.

Retomando la estimación de la pérdida esperada  $EI \times PE \times LGE$ , si  $EI$  representa un indicador de volumen (es decir, el número de transacciones. Ver Anexo 4 de BCBS, 2001a), esta variable se puede relacionar con el número de eventos de pérdida. Por tanto, la pérdida total ( $X$ ) se puede expresar como:

$$X = NpL.$$

Donde  $N$  es el número de eventos de pérdida,  $p$  la probabilidad con la que sucede el evento, y  $L$  es la pérdida por evento. Se pueden presentar entonces dos casos, uno donde se asume que las pérdidas  $L$  son constantes, y otro donde son aleatorias. En cualquiera de los dos casos la representación gráfica de las pérdidas se muestra a continuación y servirá de ayuda para entender la siguiente sección:

Figura 1. Distribución de pérdidas agregadas, pérdidas esperadas e inesperadas.



$EL$  representa las pérdidas esperadas, mientras que  $UL$  son las pérdidas inesperadas calculadas como el percentil al 99,9% ( $X_{0.999}$ ) menos las pérdidas esperadas. Si  $X$  representa las pérdidas totales, el valor esperado  $E(X)$  son las pérdidas esperadas ( $EL$ ). De esta manera, el cargo de capital es igual a:

$$\text{Cargo de Capital} = UL = X_{0.999} - E(X)$$

### Caso 1. $L$ es constante

La idea consiste en calibrar  $\gamma$  indirectamente mediante otro factor,  $f$ . En riesgo de mercado es usual cuantificar el cargo de capital en términos de la desviación estándar de las pérdidas ( $\sigma_X$ ):

$$\text{Cargo Capital} = f (\sigma_X)$$

Entonces  $f$  es igual a:

$$f = \frac{X_{0.999} - E(X)}{S_x} \quad [3]$$

El método sugerido por Basilea para calcular las pérdidas esperadas se basa en un modelo binomial. Si los eventos de pérdida siguen este modelo de probabilidad con parámetros  $N$  y  $p$ , la desviación estándar de los eventos de pérdida está dada por  $\sqrt{N(1-p)}$ . Pero si se asume que estos eventos tienen poca probabilidad de ocurrencia —esto es,  $p$  se aproxima a cero—, entonces la desviación estándar de estos eventos está dada por  $\sqrt{N}$ . Y por tanto, la desviación estándar de las pérdidas totales es  $L\sqrt{N}$ . Al reemplazar esta expresión en el cargo de capital se obtiene:

$$\text{Cargo de Capital} = fL\sqrt{N}$$

Al asumir  $L$  constante, como lo sugiere Basilea, se asume que el cargo de capital está dado por:

$$\text{Cargo de Capital} = \gamma NpL$$

Al igualar las dos relaciones (anteriores) de Cargo de Capital y despejar  $\gamma$  se obtiene:

$$g = \frac{f}{\sqrt{N}} \quad [4]$$

Esto indica que el factor  $\gamma$  es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del valor esperado de los eventos de pérdida,  $Np$ . De esta manera, se obtienen valores no constantes para el factor  $\gamma$ , que es lo que persigue Basilea en los modelos IMA. Aparte de asumir que los eventos de pérdida siguen una distribución binomial, también están los modelos Poisson y binomial negativa.

Las frecuencias siguen un modelo Poisson( $\lambda$ )

El valor esperado y la varianza de una distribución Poisson es igual al parámetro  $\lambda$  que describe el número de eventos promedio por unidad de tiempo (o espacio).

Asumiendo que  $Np$  se aproxima a  $\lambda$ , el factor  $f$  es igual a:

$$f = \frac{X_{0.999} - 1}{\sqrt{\lambda}} \quad [5]$$

$$\text{Y } \gamma \text{ es equivalente a: } g = \frac{f}{\sqrt{\lambda}} \quad [6]$$

Con estas relaciones se pueden obtener las siguientes aproximaciones para los factores. Para más detalles a continuación se presenta la tabla 7.5 de Alexander (2003, p. 151):

Frecuencia	Eventos de pérdida	f	γ
Riesgos de media a alta frecuencia	20 a 100 eventos de pérdida por año	3,2	0,3 a 0,7
Riesgos de baja frecuencia	1 a 2 eventos de pérdida por año	3,9	2,5 a 4
Eventos raros	1 evento cada 5 años	4,2	10

Como se observa en la anterior tabla, los eventos raros tienen mayor impacto en el cálculo de las pérdidas inesperadas. En algunos casos, cuando se desea modelar efectos de sobredispersión se utiliza la distribución binomial negativa, puesto que la varianza de los eventos puede ser mayor que su valor esperado. Esta distribución es útil para modelar efectos de sobredispersión cuando el valor de  $p$  es pequeño.

Las pérdidas siguen un modelo Normal( $\mu, \sigma^2$ )

Sin importar el valor de los parámetros de una distribución normal, el valor del factor  $f$  es igual a 3,09. Este valor será la cota inferior para los valores de  $f$ .

$$f = \frac{X_{0.999} - E(X)}{s_X} = 3.09$$

## Caso 2. L es aleatorio

Para este caso, la pérdida ( $L$ ) tiene media  $m_L$  y desviación estándar  $s_L$ , por tanto:

$$E(X) = N m_L \quad E(X^2) = N (s_L^2 + m_L^2) \quad [7]$$

$$\text{Así la varianza es: } s_X^2 = N (s_L^2 + m_L^2) - (N m_L)^2 \quad [8]$$

Pero el segundo término a la derecha de la ecuación es aproximadamente cero puesto que se asume que  $p$  es pequeño, entonces:

$$s_X^2 = N (s_L^2 + m_L^2) \quad [9]$$

Asumiendo que el número de eventos de pérdida se puede modelar mediante una distribución Poisson:

$$s_X^2 = N (s_L^2 + m_L^2) \quad [10]$$

De esta manera, el cargo de capital es equivalente a:

$$\text{Cargo de Capital} = f(\sigma_x) = f \sqrt{1(m_L^2 + s_L^2)}$$

Si no hubiera variación de las pérdidas, es decir  $s_L^2 = 0$ , se obtiene la misma expresión de cargo de capital en el Caso 1. La nueva expresión para  $\gamma$  es:

$$g = f \sqrt{\frac{m_L^2 + s_L^2}{m_L^2}} = f \sqrt{\frac{1 + (s_L/m_L)^2}{1}} \quad [11]$$

Comparándolo con el caso anterior hay un término extra dado por  $\sqrt{1 + (s_L/m_L)^2}$ . Entonces, entre más grande sea la incertidumbre en las pérdidas, más grande será el factor  $\gamma$  y, por ende, el cargo de capital. De este modo, el cargo de capital dependerá de la estimación de la media y varianza de las pérdidas o del supuesto que se use para la distribución de las pérdidas; sin embargo,  $\gamma$  seguirá teniendo un mínimo de 3,09 (Alexander, 2003).

## Comentarios

Los hechos estilizados en riesgo operativo muestran que las pérdidas por este tipo de riesgo son asimétricas y presentan alta curtosis. Mientras que las pérdidas por riesgo de mercado pueden ser bien modeladas, por lo general, por una distribución *t*-Student, que es una distribución simétrica, pero con colas más pesadas que las de una normal. De esta manera, asumir que el cargo de capital en riesgo operativo pueda ser estimado en términos de la desviación estándar es bastante debatible, debido a la asimetría que presentan estas distribuciones de pérdida. Sin embargo, el supuesto de normalidad en la distribución de pérdidas originó el estudio de nuevos modelos que se ajustan mejor a los datos empíricos. A continuación se presenta un tipo de modelo que ha sido utilizado recientemente en la industria financiera internacional.

### 1.3.3 El enfoque de la distribución de pérdidas agregadas (LDA)

Este enfoque consiste en estimar la distribución de pérdidas a partir de la combinación del proceso de frecuencia de eventos de pérdidas y el proceso de severidades. Este método tiene sus raíces en la actuaría, donde se desea calcular las pérdidas de una aseguradora por reclamos. Sea  $S(t)$  la suma agregada de pérdidas dada por:

$$S(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} X_i \quad [12]$$

- Donde  $X_i$  representa las pérdidas generadas por eventos de riesgo operativo. Por lo general se asume una distribución continua para simular el proceso de severi-

dades. Si se cuenta con suficientes datos históricos se procede a ajustar una distribución paramétrica a los datos, de lo contrario se pueden usar datos externos.

- $N(t)$  representa el proceso de recuento, es decir, la frecuencia de eventos de pérdida y, por lo general, se asume una distribución discreta para simular este proceso. Generalmente se usa la distribución Poisson, aunque se puede utilizar la binomial negativa o mixturas de distribuciones Poisson para simular sobredispersión.

Es claro que para utilizar este enfoque se necesita una suficiente base de datos históricos de eventos de pérdida. Una diferencia con el enfoque anterior es que las pérdidas inesperadas se calculan directamente y no como un factor sobre las pérdidas esperadas. El enfoque LDA es preferido sobre otros (como por ejemplo el enfoque de *scorecards*) por reducir la subjetividad en el cálculo del capital requerido. El enfoque LDA puede arrojar mayor o menor requerimiento de capital dependiendo de la entidad; sin embargo, en estudios de Haubensstock y Hardin (2003), el enfoque LDA presenta menores cargos de capital que los enfoques BIA y SA. Las pérdidas agregadas por riesgo operativo se caracterizan por presentar eventos de cola, es decir, eventos de baja probabilidad de ocurrencia pero con alto impacto de severidad, por tal razón, es común cuantificar la pérdida con métodos de la teoría del valor extremo.

Para combinar los dos procesos (de frecuencia y severidad) y obtener la distribución de pérdidas agregadas, lo más simple es utilizar una simulación Monte Carlo, pero existen otros métodos como la transformada rápida de Fourier (FFT, por su sigla en inglés) o la recursión de Panjer, que serán objeto de estudio en otro artículo.

El enfoque LDA es explicado en detalle por Frachot et ál. (2001), mientras que Aue y Kalkbrener (2006) lo aplican a Deutsche Bank. Un ejemplo sencillo de cómo se emplea el enfoque LDA se encuentra en la sección 8.5 de Haubensstock y Hardin (2003), quienes modifican datos reales de una entidad financiera para asegurar confidencialidad. Desde el punto de vista académico es un problema generar un estudio de caso puesto que no es fácil conseguir datos reales, y en Colombia las entidades financieras están en el proceso de recolección de información.

Haubensstock y Hardin (2003) mencionan algunas ventajas de este enfoque, y una de ellas es que los resultados obtenidos mediante LDA se basan en modelos estadísticos y matemáticos que ayudan a reducir la subjetividad en la cuantificación del capital requerido. No obstante, se requiere de una gran cantidad de datos para obtener resultados confiables, y que estos datos sean relevantes para la entidad que requiere calcular el cargo por capital.

## Comentarios

Para cualquiera de los métodos AMA, Basilea recomienda recopilar datos de eventos de pérdida por un periodo de cinco años. Para cuantificar un cuantil al 99,9% se necesita una base de datos suficiente que permita una estimación confiable. Sin embargo, no se garantiza que el futuro se comporte como el pasado. Para ello se puede utilizar un análisis de escenarios que permita incluir cambios futuros. También se pueden incluir datos externos, pero los eventos de pérdida de tales datos

pueden ser muy diferentes al del banco que los quiera utilizar. Al respecto, Allen y Bali (2004) dicen que las bases de datos no representan adecuadamente datos de baja frecuencia y alto impacto. Frachot y Roncalli (2001) argumentan que los datos externos están sesgados hacia las pérdidas de alto impacto. Por tanto, combinar datos externos con los internos puede arrojar resultados inaceptables de cargos por capital. Más adelante, finalizando la sección 2, se revisan algunos estudios que combinan estos tipos de datos. Los modelos AMA presentan la aparente ventaja de resultar en menores cargos de capital comparado con los métodos descritos anteriormente (Moosa, 2007). Uno de los supuestos de los modelos LDA es que el proceso de frecuencia es independiente del proceso de severidad. Adicionalmente, las pérdidas se asumen independientes e idénticamente distribuidas. Aue y Kalkbrener (2006) argumentan que implementar LDA no es fácil por tres razones: falta de datos, naturaleza dependiente del contexto<sup>5</sup> de los datos en riesgo operativo, y falta de una medida de exposición muy sensible al riesgo en la cuantificación del riesgo operativo. Otras críticas a los modelos AMA se pueden encontrar en Moosa (2008). A continuación se presentan algunos métodos utilizados para cuantificar VaR al 99,9% cuando se usa LDA.

## 2. Consideraciones con respecto a estimación de cuantiles altos

El Valor en riesgo (VaR, por su sigla en inglés) ha sido comúnmente empleado en cuantificación de riesgos y es recomendado por Basilea para riesgo operativo. Pero ¿es VaR una medida adecuada, o mejor, una medida coherente de riesgo? El artículo de Artzner et ál. (1999) muestra que una medida coherente de riesgo debe cumplir cuatro propiedades o axiomas que son: i) invariancia traslacional, ii) subaditividad, iii) homogeneidad positiva, y iv) monotonicidad.

El axioma de subaditividad es el más debatido de estas propiedades que caracterizan una medida coherente de riesgo, y en ocasiones el VaR viola este axioma (ver por ejemplo la sección 65.8.5 de Venegas, 2006), generando problemas a la regulación, como se verá más adelante.

McNeil et ál.(2005) muestran varios argumentos explicando la necesidad de que una medida de riesgo cumpla este axioma, uno de los más importantes es que una institución financiera puede legalmente dividirse en varias subsidiarias y reportar individualmente su capital regulatorio, reduciendo así sus requerimientos totales de capital (esto se conoce como “*legal loophole*”). El Ejemplo 6.7 de McNeil et ál.(2005) también muestra un caso en que el VaR no cumple con el axioma de subaditividad. Básicamente VaR no es subaditivo por tres razones: i) asimetría, ii) colas pesadas y iii) dependencia.

---

5 Esto quiere decir, que aunque se tengan bastantes datos, los negocios, las personas, los sistemas de procesamiento o los factores de riesgo son cambiantes. Por ejemplo, la manera de calcular riesgo operativo no es la misma antes y después de un evento extremo, como un Katrina, o un 9/11, etc.



Sin embargo, el VaR es subaditivo cuando la función de distribución de pérdidas y ganancias es elíptica, por ejemplo, una función normal o *t*-Student, pero en riesgo operativo es común encontrar distribuciones de pérdidas que cumplen las razones i) y ii). Debido a los problemas de no subaditividad de una medida de riesgo, Artzner et ál.(1999) proponen el uso de *expected shortfall* (ES) que siempre es una medida coherente de riesgo. ES se puede definir como la pérdida esperada dado que las pérdidas superaron el VaR. Y aunque ES cumple los axiomas de coherencia, por definición, el capital regulatorio cuantificado mediante esta medida será mayor o igual que medido por el VaR, y en algunas ocasiones puede ser mucho mayor. La relación entre VaR y ES para las funciones de distribución mencionadas anteriormente se observa en la tabla 1:

Tabla 1  
Relación entre el VaR y ES para cuantiles que se aproximan a uno

Distribución	Razón
Normal	$\lim_{\alpha \rightarrow 1} \frac{ES_{\alpha}}{VaR_{\alpha}} = 1$
t ( $\nu > 1$ )	$\lim_{\alpha \rightarrow 1} \frac{ES_{\alpha}}{VaR_{\alpha}} = \frac{\nu}{\nu - 1} > 1$
GPD ( $0 < \xi < 1$ )	$\lim_{\alpha \rightarrow 1} \frac{ES_{\alpha}}{VaR_{\alpha}} = \frac{1}{1 - \xi} > 1$

Fuente: elaboración propia, basado en McNeil et ál.(2005).

Donde  $\alpha$  es un cuantil alto (0,99 ó 0,999) y  $\nu$  son los grados de libertad de una distribución *t*-Student. La relación anterior muestra que para cuantiles muy altos es lo mismo utilizar VaR que ES cuando se asume que la distribución de pérdidas es normal, pero no sucede lo mismo cuando se asume que tal distribución es *t*-Student cuando los grados de libertad tienden a uno. Si los grados de libertad son muy grandes, la distribución *t*-Student se aproxima a una normal, por esto el resultado de la razón también tiende a uno para la distribución *t*. ¿Pero qué es GDP y  $\xi$ ? GDP (Generalized Pareto Distribution) es la distribución de Pareto generalizada y  $\xi$  es su parámetro de forma. Esta función de distribución es ampliamente usada en la teoría del valor extremo.

La teoría del valor extremo es una disciplina estadística, que desarrolla técnicas y modelos para describir los resultados inesperados, anormales o extremos. EVT ha sido aplicada en áreas de ingeniería, y recientemente se ha convertido en herramienta fundamental en aplicaciones para finanzas y seguros. Esta teoría brinda modelos para extrapolar datos observados a niveles no observados, debido a que los valores extremos son escasos. De esta manera, se puede decir que EVT se enfoca en el análisis de las colas de la distribución de pérdidas para medir grandes pérdidas que no son tan frecuentes. Por tal razón, existen varios estudios que aplican EVT a riesgo operativo como se verá más adelante.

Existen dos clases de modelos para tratar valores extremos: *block maxima* (máximos por bloque) y *POT* (picos sobre el umbral). El método POT es la técnica más

usada para analizar la cola de una función de distribución. Estas dos técnicas están basadas en modelos distribucionales obtenidos a partir de teorías asintóticas. El método POT se basa en la distribución de Pareto generalizada. Existe una amplia literatura con respecto a EVT, y los autores más importantes son: Embrechts et ál.(1997) y Resnick (1987). Desde el punto de vista estadístico están Beirlant et ál.(2004), Coles (2001), Falk et ál.(2004) y Reiss & Thomas (1997). Literatura de EVT más aplicada a finanzas y riesgos son McNeil et ál.(2005), Malevergne y Sornette (2006) y Moix (2001). El reciente texto de Balkema y Embrechts (2007) presenta un enfoque geométrico de valores extremos.

Uno de los resultados importantes en EVT es el teorema de Pickands-Balkema-de Haan (Embrechts et ál.1997 pp. 158). El teorema dice que la distribución de excesos de datos de pérdida (la distribución de la cola) converge a una distribución de Pareto generalizada (GPD). Pero para poder aplicar el método POT se debe escoger adecuadamente algún umbral alto para poder modelar la distribución de la cola mediante una GPD. Uno de los primeros estudios que relaciona EVT con riesgo operativo es el de Medova (2000), que aconseja a los analistas clasificar las pérdidas de los bancos en dos tipos: unas pérdidas significativas pero con poca frecuencia, correspondientes a distribuciones extremas, y otro tipo de pérdidas no tan significativas, pero que ocurren a menudo. En su estudio también se propone el uso de ES como solución a la no coherencia del VaR. Debido a que los datos en riesgo operativo y las pérdidas extremas en general son pocas, Medova y Kyriacou (2000) proponen el uso de simulación bayesiana para mitigar el problema de inestabilidad en estimación de parámetros mediante máxima verosimilitud cuando se tiene una muestra menor de 50 datos.

De Fontnouvelle et ál.(2003) aplican la técnica POT a datos externos de fuentes como OpRisk Analytics y OpVantage para estimar los parámetros y cuantiles de las distribuciones de las severidades. Los autores, al comparar con reportes a 2001 de Deutsche Bank y JPMorgan Chase, encuentran que sus estimados son consistentes con lo reportado por bancos en provisión de capital para riesgo operativo (USD 2 y 7 mil de millones respectivamente). Para modelar las distribuciones de pérdidas se asume que éstas siguen un modelo de colas pesadas, y al tomar el logaritmo de estas pérdidas seguirá una distribución exponencial, esto gracias al resultado 3,33 de Embrechts et ál.(1997). Para la frecuencia se asume una distribución Poisson con valores de  $\lambda$  entre 30 y 100 eventos por año. El umbral seleccionado es de un millón de dólares, pero también se varía entre 2 y 10 millones de dólares para ver si hay efectos en las distribuciones. El resultado es que el parámetro de la función exponencial no cambia significativamente.

Más adelante, De Fontnouvelle et ál.(2004) usaron los datos de pérdida (*The 2002 Operational Risk Loss Data Collection Exercise - LDCE*), de seis grandes bancos y encuentran que estos datos de pérdida por tipos de evento son bastante similares a través de los bancos analizados. Además, que los resultados encontrados en su artículo son consistentes con las cifras de capital económico reveladas por algunos bancos de gran escala. En el análisis descriptivo encuentran que los datos de pérdida para la mayoría de las líneas operativas y tipos de pérdida pueden ser bien modelados por distribuciones tipo-Pareto, mientras que para el resto las pérdidas exhiben colas muy pesadas. Los autores ajustan distribuciones de severidad paramétrica a los datos de pérdida por tipo de evento y línea operativa, y como estas distribuciones exhiben colas pesadas, utilizan la técnica de la teoría del valor extremo basa-

do en regresión (*regression-based EVT*)<sup>6</sup> propuesto por Huisman et ál.(2001), para estimar los parámetros de la distribución y las medidas de riesgo. Para modelar la frecuencia de las pérdidas por riesgo operativo, los autores consideran la distribución Poisson y la distribución binomial negativa. Finalmente, para encontrar la función de distribución de pérdidas combinan la distribución de frecuencias con la de severidades mediante simulación Monte Carlo y de esta manera calculan capital económico como un cuantil alto (99,9%) de esta distribución.

Tomando también datos de LDCE – 2002, Moscadelli (2004) muestra que las pérdidas operacionales en tres de las ocho líneas operativas presentan modelos de “media infinita” significativas al 95%. Un modelo de media infinita quiere decir que el índice de cola de las distribuciones está entre 0 y 1, y no se puede estimar el valor esperado de la cola, por tanto, no se pueden usar medidas de riesgo como *expected shortfall* (ES). Sin embargo, para evitar este tipo de problemas, el autor recomienda el uso de la mediana de la cola de los datos como medida de *shortfall*. Esta medida de riesgo es conocida como *median shortfall* (MS), y la manera de calcular estas medidas se muestra a continuación:

$$\text{Expected Shortfall: } ES_{\alpha} = E[L | L \geq x_{\alpha}]$$

$$\text{Median Shortfall: } MS_{\alpha} = L_{0,5} | L \geq x_{\alpha}$$

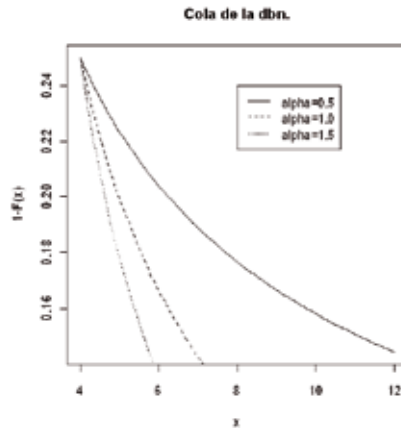
Donde  $L$  representa las pérdidas,  $L_{0,5}$  es la mediana de las pérdidas y  $x_{\alpha}$  es el percentil al  $\alpha \times 100\%$  de las pérdidas. Las colas de las pérdidas por riesgo operativo decaen lentamente, esto quiere decir que la probabilidad de tener pérdidas más grandes es cada vez menor, y por ende la cola de las distribuciones de las pérdidas tiene un coeficiente de asimetría positivo. Para un banco sería más conveniente calcular MS que ES como medida de capital económico, puesto que la mediana es menor que la media en distribuciones sesgadas a la derecha.

Para una idea de cuán pesada es la cola de los modelos de media infinita se grafican distribuciones Pareto con diferentes valores de índice de cola.

---

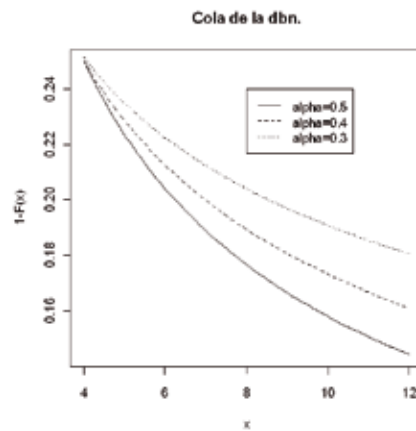
6 De Fontnouvelle et ál. (2004) sustentan el uso de esta técnica para reducir el sesgo presentado al estimar los parámetros de la distribución con los métodos de EVT cuando la muestra de datos es pequeña.

Figura 2. Comparación de la cola de distribuciones de Pareto de media infinita con modelos de media finita



En la figura 2 se observa cómo una distribución Pareto con un índice de cola de 0,5 decae más lentamente que las otras distribuciones de media finita. Entre más pequeño es el índice de la cola, más pesada es la cola de la distribución, como se observa en la figura 3 de modelos de media infinita.

Figura 3. Comparación de la cola de distribuciones de Pareto de media infinita.



Esto conlleva que un cargo de capital calculado mediante VaR guíe a valores absurdamente altos en modelos de media infinita. Asumiendo que las pérdidas ( $L$ ) pueden ser modeladas por una distribución Pareto, la cola de la distribución está dada por:

$$1 - P(L < x) = x^{-\alpha} \quad [13]$$

En riesgo operativo, como se desea calcular el VaR al 99,9%, el lado izquierdo de la relación anterior es igual a 0,1%

$$0.001 = x^{-\alpha}$$

De esta manera, el VaR al 99,9% se estima como:

$$VaR = 0.001^{-1/\alpha}$$

En la tabla 2 se observa cómo varía el VaR a diferentes valores del parámetro de la distribución Pareto,  $\alpha$ .

Tabla 2. Comparación del VaR al 99,9% entre modelos de media finita y modelos de media infinita

Media infinita		Media finita	
$\alpha$	VaR99,9%	$\alpha$	VaR99,9%
0,1	1,0E+30	1	1000,0
0,2	1,0E+15	1,1	533,7
0,3	1,0E+10	1,2	316,2
0,4	3,2E+07	1,3	203,1
0,5	1,0E+06	1,4	138,9
0,6	1,0E+05	1,5	100,0
0,7	1,9E+04	1,6	75,0
0,8	5,6E+03	1,7	58,2
0,9	2,2E+03	1,8	46,4

Fuente: cálculos del autor, basado en Nešlehová et ál. (2006).

Adicionalmente, Moscadelli (2004) prueba modelos de severidad utilizados en el campo de actuaría, y la distribución de Pareto generalizada empleada en el método de picos sobre el umbral para estimar cuantiles altos. Al probar las distribuciones usadas en actuaría en las severidades de las ocho líneas operativas, el autor encuentra que las distribuciones que mejor se ajustan son la Gumbel y la lognormal, aunque estas distribuciones subestiman la cola de las severidades. Cuando se comparan las pruebas de bondad de ajuste, la GPD presenta un mejor desempeño que la Gumbel y lognormal. Al utilizar el método POT es bien sabido que un problema que presenta este método es la selección del umbral, debido al *tradeoff* que hay entre sesgo y varianza en la estimación de los parámetros de la GDP. El autor utiliza un umbral dado por el percentil al 90% de los datos en todas las líneas operativas excepto para banca comercial, donde hay más datos, y por tal razón usa un percentil al 96,5%. Con suficientes datos en la cola de las distribuciones se usa el método de máxima verosimilitud para estimar los parámetros de la GDP.

Sin embargo, otro estudio muestra que métodos basados en EVT no arrojan estimados razonables ni consistentes de capital. Dutta y Perry (2007) usan también los datos LDCE, pero de 2004, y modelan distribuciones de severidades mediante ajustes a distribuciones paramétricas, EVT y muestreo empírico (simulación histórica). Los autores encuentran que la distribución g-h y el muestreo empírico conllevan estimados consistentes de cargos de capital. En su estudio, un estimado de cargo de capital es consistente si la razón cargo de capital a activos es menor al 3%<sup>7</sup>. Dentro de las distribuciones paramétricas empleadas para ajustar las severidades están: exponencial, gamma, generalizada de Pareto, loglogística, lognormal truncada, Weibull, beta generalizada de segunda clase (GB2) y g-h. Estas dos últimas distribuciones tienen la característica de poseer cuatro parámetros, y por tanto, a partir de GB2 y g-h se pueden generar otras distribuciones. Mediante pruebas de bondad de ajuste se encuentra que las distribuciones exponencial, gamma

7 Las conclusiones de los autores no varían aun incrementando este valor al 10%. El 3% fue definido por los autores, que equivale a un poco más de la mitad del requerimiento de capital del tier 1 de Basilea, para así dejar un espacio por error de estimación del modelo.

y Weibull no se desempeñan bien. Sin embargo, como lo anotan los autores, una distribución con un buen ajuste a las severidades no necesariamente asegura una estimación consistente de cargos de capital. Cuando utilizan el método basado en EVT para calcular cargos de capital del negocio entero en instituciones financieras, encuentran que pérdidas de cuatro (de los siete) bancos siguen un modelo de media infinita. Los parámetros son estimados mediante máxima verosimilitud utilizando umbrales del percentil al 90 y 95%.

Como se comentó, el talón de Aquiles de EVT es la selección del umbral. Dependiendo de la selección del parámetro de forma  $\xi$  puede variar y, asimismo, el cálculo de cargo de capital. Beirlant et ál. (2004) realizan una revisión de métodos para seleccionar el umbral, aunque no existe un método óptimo que solucione este problema, puesto que algunos resuelven el problema de varianza en la estimación de los parámetros y otros solo el de sesgo. Sin embargo, Chavez-Demoulin (1999), basado en estudios de simulación, recomienda escoger un umbral dado el percentil al 90% de los datos de pérdidas, y más adelante Chavez-Demoulin y Embrechts (2004) realizan un análisis de sensibilidad con este umbral y muestran que pequeñas variaciones en el umbral no tienen mucho impacto en la estimación de los parámetros requeridos en EVT. Embrechts et ál. (2003) encuentran que si la distribución utilizada para modelar las pérdidas es lognormal, si se usa un umbral como el percentil al 90%, para estimar VaR al 99,9% mediante POT se deben utilizar como mínimo 25 datos en excesos (es decir, un total de 250 observaciones). Mientras que si usa una distribución Pareto con parámetro de forma igual a 2 (modelo de cola más pesada que la lognormal), se deben usar por lo menos 100 datos en exceso (correspondientes a un total de 1000 observaciones). Y usando una distribución Pareto con parámetro de forma igual a 1 (modelo con cola más pesada que el caso anterior), se necesita un mínimo de 200 datos en exceso, es decir, por lo menos 2000 observaciones en total. Del estudio de estos investigadores se observa que entre más pesada es la cola, mayor debe ser el número de observaciones para lograr una adecuada estimación de los parámetros, y por ende, de cuantiles altos mediante EVT.

¿Pero por qué EVT podría arrojar resultados inconsistentes? Una de las razones por la cual EVT no puede funcionar en estos casos la brinda Nelehová et ál. (2006). La “contaminación” de datos puede influir en una incorrecta estimación del parámetro de forma de EVT. Por contaminación se entiende que hay observaciones en la muestra que no siguen la misma distribución como el resto de los datos, en especial, por encima de un umbral muy alto. Por esto, los autores recomiendan realizar un examen cuidadoso de los datos antes de aplicar la técnica, pues esta contaminación puede llevar a modelos de media infinita y, por ende, cargos de capital muy elevados. Sin embargo, una de las razones que mejor puede explicar estos resultados se encuentra en Degen et ál. (2007). Estos autores encuentran que si los datos de pérdida son bien modelados por una distribución g-h, la estimación de cuantiles altos mediante el método POT por lo general convergerá muy lentamente y, por consiguiente, su estimación mediante EVT será imprecisa y, como se vio en el estudio de Dutta y Perry (2007), las pérdidas se ajustan bien a una distribución g-h.

En otro estudio, Mignola y Ugocioni (2006) prueban el enfoque POT para estimar cuantiles altos dado varias distribuciones para severidades como Pareto, lognormal y loggamma, y encuentran que en algunos casos los resultados no son alentadores. Para la distribución Pareto no hay problema puesto que la distribu-

ción utilizada en el método POT para ajustar los datos de la cola es la GPD. Pero es bien sabido que la distribución lognormal y loggamma presentan convergencia muy lenta en EVT como el caso de g-h, y Embrechts et ál. (1997) lo habían anotado. Degen et ál.(2007) muestran la tasa de convergencia a la aproximación GPD como una función de algunas distribuciones usadas en finanzas y riesgos. Distribuciones como la exponencial, doble exponencial, normal, t, Pareto y Weibull convergen a una tasa rápida, pero distribuciones como lognormal y loggamma convergen a una tasa muy lenta, y la distribución g-h converge a una tasa extremadamente lenta. Pueden existir otras consideraciones para ser tenidas en cuenta en estimación bajo EVT. Diebold et ál.(1998), Embrechts et ál.(1997) y Embrechts (2009) presentan algunas de estas consideraciones.

Aunque la idea de este artículo no es describir la metodología de g-h, ésta se puede encontrar en Hoaglin (1985) y en el Apéndice C de Dutta Perry (2007). Esta metodología está basada en cuantiles. Varios investigadores argumentan que un método de estimación de parámetros mediante máxima verosimilitud asigna pesos iguales a todos los datos usados en el proceso de ajuste, mientras que el método basado en cuantiles puede poner más peso en las colas de la distribución. Buch-Kromann (2009) también realiza una comparación de EVT y g-h en riesgo operativo, y adiciona un tercer método basado en la distribución Champerowne, que es una distribución de tres parámetros y exhibe colas pesadas. Otros artículos han recomendado el uso de esta última distribución para modelar pérdidas de riesgo operativo y las referencias pueden ser encontradas en Buch-Kromann (2009). La ventaja que presenta esta distribución es que no toma valores negativos, mientras que g-h y GPD sí. Al utilizar datos de pérdida por riesgo operativo y el método LDA, el autor muestra que la distribución g-h subestima la cola de las pérdidas y, por tanto, no arroja un estimado prudente de capital requerido. El estimador basado en la distribución Champerowne, por el contrario, sobrestima cargo de capital.

Entonces ¿qué hacer cuando las distribuciones de las severidades presentan colas muy pesadas? Böcker y Klüppelberg (2005) presentan una fórmula cerrada para estimar VaR al 99,9% empleando modelos LDA cuando las severidades siguen un modelo subexponencial. Distribuciones como Pareto, lognormal y Weibull (de cola pesada) son ejemplos de distribuciones subexponenciales<sup>8</sup>. Más adelante, Böcker y Spritulla (2006) presentan un refinamiento al modelo de Böcker y Klüppelberg, que consiste en incorporar un término de corrección de media, asumiendo que se puede calcular la media de la distribución de las severidades. En sus simulaciones los autores muestran que la fórmula cerrada propuesta se aproxima mejor al estimado de un cuantil alto cuando la cola de la distribución es más pesada.

Otro enfoque que recientemente ha tomado fuerza en la investigación de riesgo operativo es el estudio de inferencia bayesiana. Debido a que cuantificar riesgo operativo en algunos casos es complicado por contar con pocos datos, o porque utilizar datos externos de algunas compañías no es fácil de adaptar, se puede incorporar el juicio de expertos al modelo. En esta línea, Shevchenko y Wütrich (2006)

---

8 Se denomina subexponencial porque el decaimiento de la cola es más lento que el de una exponencial.

emplean inferencia bayesiana para combinar dos fuentes de datos, ya sean datos internos y opiniones de expertos, o datos internos y externos para estimar los parámetros de las distribuciones de frecuencia y severidad. Mientras que Lambrigger et ál. (2007) combinan tres fuentes: opinión de expertos, datos internos y externos. La idea es especificar distribuciones a priori para los parámetros de las distribuciones de frecuencia y severidad usando opiniones de expertos o datos de la industria. Entonces, estas distribuciones son ponderadas con las observaciones en los bancos para estimar las distribuciones a posteriori de los parámetros. Los autores muestran que las estimaciones mediante inferencia bayesiana brindan estimados más estables que los obtenidos mediante máxima verosimilitud y sus cálculos son simples. Gustaffson y Nielsen (2008) muestran un procedimiento que mezcla datos internos y externos de eventos por riesgo operativo, puesto que al utilizar sólo datos internos se estarían menospreciando los riesgos de pérdidas grandes, y al utilizar sólo datos externos se pierde sensibilidad a la pérdidas inherentes al negocio. El método no sería necesario si se dispone de una gran cantidad de datos internos. Los autores utilizan conocimiento a priori de datos externos para mejorar la estimación de la distribución de datos internos. La idea es transformar los datos internos usando la función de distribución acumulada de los datos externos. Estudios que utilizan teoría de la credibilidad para estimar parámetros de distribuciones de frecuencia y severidad combinando diferentes fuentes de información se encuentran en los artículos de Bühlmann et ál.(2007) y Agostini et ál.(2010). Sin duda, una referencia que se debe consultar en este tema será el texto próximo a publicarse editado por Böcker (2010), enfocado no solamente a riesgo operativo, sino también a otros tipos de riesgo financiero.

### 3. Estudios de autores colombianos

Mora (2010) realiza simulaciones de 100.000 pérdidas para tres casos, donde las severidades se distribuyen Pareto y las frecuencias Poisson. Con estas simulaciones compara tres métodos de cuantificación de riesgo que son: un método basado en la fórmula analítica desarrollado por Böcker y Klüppelberg (2005) que se abreviará como BK, un método basado en la teoría de valores extremos (MLE-W), y otro método basado en la distribución g-h. Un caso, donde las severidades siguen un modelo de media finita ( $\alpha = 1,7$ ), un caso límite ( $\alpha = 1$ ) y un caso de media infinita ( $\alpha = 0,7$ ). Como en Moscadelli (2004), este documento presenta un *backtesting* del VaR a varios niveles de confiabilidad. Si el modelo presenta un mayor número de violaciones mayores a las esperadas quiere decir que el modelo subestima el riesgo a un nivel de confiabilidad dado. Las tablas 3, 4 y 5 muestran los resultados del *backtesting* en los tres casos:

Tabla 3. Resultados del *backtesting* de tres métodos para cuantificar VaR en riesgo operativo para un modelo de media finita

Caso 1	Percentil	Número de violaciones			
		Esperadas	g-and-h	BK	MLE-W
Media finita	0,998	<b>200</b>	227	492	205
Número total	0,9985	<b>150</b>	182	290	151
de observaciones	0,999	<b>100</b>	123	171	96
100.000	0,9995	<b>50</b>	65	64	49

Fuente: cálculos del autor, basado en Mora (2010).



En la tabla 3 se observa cómo las violaciones estimadas bajo el método basado en EVT se aproximan más a las violaciones esperadas, mientras que el método BK estaría subestimando el riesgo en la mayoría de los casos.

Tabla 4. Resultados del *backtesting* de tres métodos para cuantificar VaR en riesgo operativo para un caso límite

Caso 2	Percentil	Número de violaciones			
		Esperadas	g-and-h	BK	MLE-W
Límite	0,998	<b>200</b>	274	230	196
Número total de observaciones 100.000	0,9985	<b>150</b>	178	175	151
	0,999	<b>100</b>	125	121	105
	0,9995	<b>50</b>	63	62	52

Fuente: cálculos del autor, basado en Mora (2010).

En este caso, las pérdidas se estresan un poco más al incrementar el valor del índice de la cola. Se observa que el método basado en EVT sigue presentando un buen desempeño. El método g-h muestra un peor desempeño entre los tres métodos.

Tabla 5. Resultados del *backtesting* de tres métodos para cuantificar VaR en riesgo operativo para un modelo de media infinita

Caso 3	Percentil	Número de violaciones			
		Esperadas	g-and-h	BK	MLE-W
Media Infinita	0,998	<b>200</b>	234	203	206
Número total de observaciones 100.000	0,9985	<b>150</b>	182	161	171
	0,999	<b>100</b>	122	109	113
	0,9995	<b>50</b>	59	47	53

Fuente: cálculos del autor, basado en Mora (2010).

Para el caso de modelos de media infinita los resultados cambian un poco. El método BK es el que mejor desempeño presenta, y el de g-h el peor entre los tres métodos.

En resumen, para modelos de media infinita (distribuciones con colas muy pesadas) es aconsejable utilizar el método BK, y para el resto de modelos un método de valores extremos se ajusta bien.

Revez y León (2009) presentan una solución basada en sistemas de inferencia difusos (FLIS, por su sigla en inglés) para evaluación de riesgo operativo. Los autores recomiendan este método para solucionar los problemas que enfrentan los métodos cuantitativos tradicionales, como por ejemplo: pocos datos históricos, información externa puede ser no relevante, la inexistencia de una distribución estable en riesgo operativo, los factores cualitativos no son fácilmente capturados por los enfoques cuantitativos, entre otros. Una desventaja que pueden presentar los métodos FLIS es que los gestores prefieren utilizar métodos basados en estadísticas y regresiones que uno basado en opiniones de expertos. En esta misma línea, Medina y Jaramillo (2007) plantean que en casos donde no hay disponibilidad de datos, una aproximación cualitativa puede ser utilizada y con menores costos de

montaje. Medina y Paniagua (2007) realizan una aplicación de este método en una cooperativa de servicios financieros, pero bajo riesgo crediticio.

Franco y Murillo (2008) emplean LDA para una línea operativa específica, y para suplir el problema de información acerca de frecuencia de pérdida y severidades recurren a un panel de expertos y simulación. Para generar la distribución de pérdidas agregadas se realiza simulación Monte Carlo y se estima el cargo de capital mediante el percentil al 99,9%.

Mendoza y Castillo (2006) desarrollan una metodología basada en redes bayesianas para cuantificación de riesgo operativo, y la aplican a una entidad financiera. La metodología incluye nueve pasos para identificar y finalmente medir el riesgo.

#### 4. Conclusiones

Se revisaron los tres enfoques sugeridos por el Comité de Basilea para cuantificar riesgo operativo, con énfasis en los modelos AMA puesto que utilizan datos de pérdidas operativas, siendo así una medida más pertinente de riesgo. Los modelos más usados dentro de este enfoque –los cuales se recomiendan para su aplicación en Colombia– son los modelos LDA puesto que eliminan subjetividad y calculan las pérdidas inesperadas directamente. Sin embargo, factores como la falta de información, no relevancia de datos externos, entre otros, complican la implementación de este tipo de modelos. Al usar LDA generalmente se cuantifica VaR al 99,9% usando modelos EVT. Pero se debe tener cuidado al aplicar este modelo cuando las distribuciones de las severidades exhiben colas muy pesadas porque se pueden obtener cargos de capital inconsistentes. Una solución a este problema es usar la fórmula cerrada de Böcker y Klüppelberg (2005), la cual tiene un buen desempeño en modelos de media infinita como se observó anteriormente. Otros enfoques que pueden ser tenidos en cuenta son el uso de la distribución g-h y de Champerowne. Cuando no se cuenta con suficiente información para modelar la distribución de pérdidas, es recomendable usar la opinión de expertos junto con la combinación de datos internos y externos mediante inferencia bayesiana o teoría de la credibilidad. Como futura investigación se propone la revisión de estudios en la obtención de la distribución de pérdidas agregadas, y la agregación de riesgos dado que, en riesgo operativo, el encontrar soluciones viables aún un reto. Finalmente, se recomienda que las entidades puedan compartir sus datos con la academia con el fin de adelantar futuras investigaciones en esta área, puesto que la falta de esta información ha sido la mayor limitante para generar artículos o casos que generen valor a la industria.

#### Agradecimientos

El autor agradece las valiosas sugerencias y recomendaciones de los evaluadores anónimos que ayudaron significativamente a mejorar la versión previa de este artículo.

## Referencias

- Agostini, A., P. Talamo y V. Vecchione (2010). Combining operational loss data with expert opinions through advanced credibility theory. *Journal of Operational Risk*, 5 (1).
- Alexander, C. (2002). Understanding the Internal Measurement Approach to Assessing Operational Risk Capital Charges. *Risk* January.
- Alexander, C. (2003). Statistical Models of Operational Loss, in Alexander C., pp. 129-170. *Operational Risk: Regulation, Analysis and Management*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.
- Alexander, C. y J. Pézier (2001a). Binomial gammas. *Operational Risk*, 2 (April).
- Alexander, C. y J. Pézier (2001b). Taking Control of Operational Risk. *Futures and Options World*, 366.
- Allen, L. y T. G. Bali (2004). Cyclicity in Catastrophic and Operational Risk Measurements. Unpublished paper, City University of New York.
- Artzner, P., F. Delbaen, J. M. Eber y D. Heath (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9, 203-228.
- Aue, F. y M. Kalkbrener (2006). LDA at Work: Deutsche Bank's Approach to Quantifying Operational Risk. *Journal of Operational Risk*, 1(4), 49-93.
- Balkema, G. y P. Embrechts (2007). *High Risk Scenarios and Extremes. A Geometric Approach*. Zürich Lectures in Advanced Mathematics. European Mathematical Society Publishing House, Zürich.
- Basel Committee on Banking Supervision (2001a). Operational Risk: Supporting Document to the New Basel Capital Accord. May. Disponible en: <http://www.bis.org/publ/bcbsca07.pdf>.
- Basel Committee on Banking Supervision (2001b). Working Paper on the Regulatory Treatment of Operational Risk, September. Disponible en: [http://www.bis.org/publ/bcbs\\_wp8.pdf](http://www.bis.org/publ/bcbs_wp8.pdf)
- Basel Committee on Banking Supervision (2006). International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, June. Disponible en: [www.bis.org/publ/bcbs128.pdf](http://www.bis.org/publ/bcbs128.pdf)
- Beirlant, J., Y. Goegebeur, J. Segers y J. Teugels (2004). *Statistics of Extremes: Theory and Applications*. John Wiley and Sons.
- Blunden, T. (2003). Scorecard Approaches, in Alexander, pp. 229-240. *Operational Risk: Regulation, Analysis and Management*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.
- Böcker, K. (2010). *Rethinking Risk Measurement and Reporting: Uncertainty, Bayesian Analysis and Expert Judgement*. Risk Books, London (por publicarse).
- Böcker, K. y C. Klüppelberg (2005). Operational VaR: a closed-form approximation. *RISK Magazine*, December, 90-93.
- Böcker, K. y J. Spritulla (2006). Operational VaR: meaningful means. *RISK Magazine*, December, 96-98.

- Buch-Kromann, T. (2009). Comparison of Tail Performance of the Champernowne transformed Kernel Density Estimator and the Generalized Pareto Distribution. *J. Operational Risk*, 4(2).
- Bühlmann, H., P. Schevchenko y M. Wüthrich (2007). A “Toy” Model for Operational Risk Quantification using Credibility Theory. *Journal of Operational Risk*, 2 (1).
- Coles, S. (2001). *An introduction to statistical modeling of extreme values*. Springer-Verlag, London.
- Chavez-Demoulin, V. (1999). Two problems in environmental statistics: Capture-recapture analysis and smooth extremal models, Ph.D. thesis. Department of Mathematics, Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne.
- Chavez-Demoulin, V. y P. Embrechts, (2004). Smooth extremal models in finance and insurance. *The Journal of Risk and Insurance*, 71 (2), 183-199.
- Chernobai, A., S. Rachev y F. J. Fabozzi (2007). *Operational Risk: A Guide to Basel II Capital Requirements, Models, and Analysis*. The Frank J. Fabozzi Series.
- De Fontnouvelle, P., V. DeJesus-Rueff, J. Jordan y E. Rosengren (2003). Using Loss Data to Quantify Operational Risk. Disponible en: [www.bis.org/bcbs/events/wkshop0303/p04deforose.pdf](http://www.bis.org/bcbs/events/wkshop0303/p04deforose.pdf)
- DeFontnouvelle, P., E. Rosengren y J. Jordan (2004). Implications of alternative operational risk modelling techniques. Unpublished paper, Federal Reserve Bank of Boston.
- Degen, M., P. Embrechts y D. Lambrigger (2007). The quantitative modeling of operational risk: between g-h and EVT. *ASTIN Bulletin*, 37, 265-291.
- Diebold, F. X., T. Schuermann y J.D. Strouhair (1998). Pitfalls and Opportunities in the Use of Extreme Value Theory in Risk Management, in A.P.N. Refenes, J.D. Moody, and A.N. Burgess (eds.). *Advances in Computational Finance*. Kluwer Academic Publishers, Amsterdam, pp. 3-12. Reprinted in *Journal of Risk Finance*, 1 (Winter 2000), 30-36.
- Dowd, V. (2007). Measurement of operational risk: the Basel approach, in Alexander C. (2003), pp. 31-48. *Operational Risk: Regulation, Analysis and Management*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.
- Dutta, K. y J. Perry (2007). A tale of tails: An empirical analysis of loss distribution models for estimating operational risk capital. Federal Reserve Bank of Boston, Working Paper No. 06-13.
- Embrechts, P. (2009). Linear Correlation and EVT: Properties and Caveats. *Journal of Financial Econometrics*, 7 (1), pp. 30-39.
- Embrechts, P., H. Furrery R. Kaufmann (2003). Quantifying regulatory capital for operational risk. *Derivatives Use, Trading & Regulation*, 9(3), 217-233.
- Embrechts, P., C. Klüppelberg y T. Mikosch (1997). *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*. Springer, Berlin.
- Falk, M., J. Hüßler y R.-D. Reiss (2004). *Laws of small numbers: extremes and rare events*. 2 ed. Birkhäuser, Basel.

- Frachot, A., P. Georges y T. Roncali (2001). Loss Distribution Approach for Operational Risk, Working Paper, Group de Recherche Operationnelle, Credit Lyonnais, France.
- Franco, L. C., J. G. Murillo et ál. (2006). Riesgo operacional: reto actual de las entidades financieras. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 5 (009)
- Franco, L. C. y G. J. Murillo (2008). Loss Distribution Approach (LDA): Metodología actuarial aplicada al riesgo operacional. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 7 (13).
- Gustaffson, J. y J. P. Nielsen (2008). A Mixing Model for Operational Risk. *Journal of Operational Risk*, 3 (3).
- Haubenstock, M. y L. Hardin (2003). The Loss Distribution Approach, in Alexander C. pp. 229-240. *Operational Risk: Regulation, Analysis and Management*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.
- Hoaglin, D. C. (1985). Summarizing Shape Numerically: The g-h Distributions. Chapter 11, in Hoaglin, Mosteller, and Tukey (eds.). *Exploring Data Tables Trends, and Shapes*. John Wiley, New York.
- Huisman, R., K. Koedijk, C. Kool y F. Palm (2001). Tail-index estimates in small samples. *Journal of Business and Economic Statistics*, 19, 208-216.
- Jobst, A. (2007). The treatment of operational risk under the New Basel framework: Critical issues. *Journal of Banking Regulation*, 8, (4), 316-352.
- Kraujalis, A., Karpavičienė, E. y Aurelijus C. (2006). The specifics of operational risk assessment methodology recommended by Basel II. *Engineering Economics*, 3 (48).
- Jobst, A. (2007) The treatment of operational risk under the New Basel framework: Critical issues. *Journal of Banking Regulation*, 8, (4), 316-352.
- Lambrigger, D., P.V. Shevchenko y M. Wütrich (2007). The quantification of operational risk using internal data, relevant external data and expert opinion. *J. Operational Risk*, 2(3), 3-27.
- Malevergne, Y. y D. Sornette (2006). *Extreme financial risks*. Springer-Verlag, Berlin.
- McNeil, A. J., R. Frey y P. Embrechts (2005). *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*. Princeton University Press, Princeton.
- Medina S. y J. Jaramillo (2007). "Modelación de riesgo operativo mediante sistemas de lógica difusa", en Simposio "Riesgos económico y Financieros".
- Medina S. y G. Paniagua (2007). Modelo de inferencia difuso para el análisis de crédito para cooperativas de crédito. *Dyna*, 154, 215-229.
- Medova, E. (2000). Extreme value theory: extreme values and the measurement of operational risk. *Operational Risk*, 1(7), 13-17.
- Medova, E. y M. Kyriacou (2000). Extreme values and the measurement of operational risk. *Operational Risk*, 1(8), 12-15.
- Mendoza, A. y M. Castillo (2006). Diseño de una metodología para la identificación y la medición del riesgo operativo en instituciones financieras, en *Toma de decisiones en las empresas: entre el arte y la técnica. Metodologías, modelos y herramientas*. Ediciones Uniandes, Bogotá.

- Mignola, G. y R. Ugoccioni (2006). Sources of Uncertainty in Modeling Operational Risk Losses. *Journal of Operational Risk*, 1 (2), 33-50.
- Moix, P.-Y. (2001). *The measurement of market risk*. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 504, Springer-Verlag, Berlin.
- Moosa, I. A. (2007). Operational Risk: A Survey. *Financial Markets, Institutions & Instruments*, 16 (4), 167-200.
- Moosa, I. A. (2008). A critique of the advanced measurement approach to regulatory capital against operational risk. *Journal of Banking Regulation*, 9(3), 151-164.
- Mori, T. y E. Harada, (2001). Internal Measurement Approach to Operational Risk Capital Charge, Technical report, Bank of Japan.
- Mora, A. (2010). Una comparación de algunos métodos para cuantificar riesgo operativo. *Borradores de Administración*, 39, Colegio de Estudios Superiores de Administración - CESA, Bogotá, D.C.
- Moscadelli, M. (2004). The modelling of operational risk: experience with the analysis of the data collected by the Basel Committee. Banca d'Italia, Temi di discussione del Servizio Studi, 517, July.
- Nešlehová, J., Chávez-Demoulin, V. and Embrechts, P. (2006). Infinite-mean models and the LDA for operational risk. *Journal of Operational Risk*, 1 (1), 3-25.
- Reiss, R.-D. y M. Thomas (1997). *Statistical Analysis of Extreme Values*. Basel: Birkhäuser.
- Resnick, S. I. (1987). *Extreme Values, Regular Variation and Point Processes*. Springer, New York.
- Revez, A. y León, C. (2009) Operational Risk Management using a Fuzzy Logic Inference System. *Borradores de Economía*, 574.
- Risk (2009). An Operational Model. November.
- Shevchenko, P.V. y M. Wütrich (2006). The structural modelling of operational risk via Bayesian inference: Combining loss data with expert opinions. *J. Operational Risk*, 1 (3), 3-26.
- Venegas, F. (2006). *Riesgos financieros y económicos: productos derivados y decisiones económicas bajo incertidumbre*. Thomson, México.

## Anexo

Entidad bancaria	Cargo de capital BIA	Total activo a 2009	razón Cargo/Activo
BANCOLOMBIA S.A.	1,308,575,985	40,916,114,146	3.2%
DAVIVIENDA S.A.	767,576,963	24,768,429,068	3.1%
BBVA COLOMBIA	670,065,552	18,924,466,599	3.5%
BANCO DE BOGOTA	628,217,685	28,882,971,394	2.2%
CITIBANK	423,955,259	7,223,483,211	5.9%
OCCIDENTE	328,767,209	14,135,190,710	2.3%
BANCO SANTANDER COLOMBIA S.A.	274,029,687	5,576,183,251	4.9%
BANCO POPULAR S.A.	223,322,893	10,847,880,885	2.1%
BANCO AGRARIO DE COLOMBIA S.A.	218,462,969	12,569,152,133	1.7%
BANCO CAJA SOCIAL BCSC	202,311,205	7,115,197,835	2.8%
RED MULTIBANCA COLPATRIA S.A.	198,169,328	8,566,664,094	2.3%
HELM BANK S.A.	185,980,985	6,545,176,470	2.8%
AV VILLAS	136,335,906	6,034,509,802	2.3%
BANCO GNB SUDAMERIS S.A.	102,586,579	7,292,315,593	1.4%
HSBC COLOMBIA S.A.	58,857,212	1,549,756,768	3.8%
THE ROYAL BANK OF SCOTLAND	35,624,717	489,154,720	7.3%

Los valores de cargos de capital y total de activos están expresados en miles de pesos. Se utilizan ingresos operacionales como *proxy* del ingreso bruto. El periodo usado es del 2007 al 2009. Bancamia y Procredit no se tienen en cuenta por no tener datos en 2007. Fuente: Cálculos del autor con base en datos de la Superintendencia Financiera.

