



**SELECCIÓN MATEMÁTICA DE PORTAFOLIOS DE
INVERSIÓN EFICIENTES:** con objetivos de consumo variados frente a
diferentes niveles de tolerancia al riesgo.

Por:

Fabián Manuel Pérez Arévalo

Colegio de Estudios Superiores de Administración – CESA.

Maestría en Finanzas Corporativas

Bogotá D.C., abril 2017.

**SELECCIÓN MATEMÁTICA DE PORTAFOLIOS DE
INVERSIÓN EFICIENTES:** con objetivos de consumo variados frente a
diferentes niveles de tolerancia al riesgo.

Por:

Fabián Manuel Pérez Arévalo

Bernardo León Camacho

Director Proyecto de Grado.

Colegio de Estudios Superiores de Administración – CESA.

Maestría en Finanzas Corporativas.

Bogotá D.C., abril 2017.

A mis padres.

CONTENIDO

1. LISTA DE GRÁFICOS	5
2. LISTA DE TABLAS	7
3. LISTA DE TABLAS	8
4. INTRODUCCIÓN.....	10
4.1. ANTECEDENTES	10
4.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	13
4.3. JUSTIFICACIÓN.....	15
4.4. HIPÓTESIS.....	17
5. OBJETIVO GENERALES Y ESPECÍFICOS.....	22
5.1. OBJETIVO GENERAL	22
5.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	22
6. ESTADO DEL ARTE	24
7. MARCO TEÓRICO	37
8. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN.	46
9. CARACTERIZACIÓN DE DATOS	54
10. RESULTADOS OBTENIDOS.....	64
10.1. CONCLUSIONES.	88
10.2. FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN.	91
BIBLIOGRAFÍA.....	97

1. Lista de Gráficos

GRAFICO 1: P/E RATIO (FUENTE BLOOMBERG)	17
GRAFICO 2: EBITDA (FUENTE BLOOMBERG)	18
GRAFICO 3: ROE (FUENTE BLOOMBERG)	18
GRAFICO 4: ROA (FUENTE BLOOMBERG).....	19
GRAFICO 5: ENDEUDAMIENTO (FUENTE BLOOMBERG).....	19
GRAFICO 6: WACC (FUENTE BLOOMBERG)	20
GRAFICO 7: CAPITALIZACIÓN DE MERCADO (FUENTE BLOOMBERG).....	20
GRAFICO 8: FRONTERA EFICIENTE ACTIVOS RIESGOSOS (FUENTE: CUAD. ECON. VOL.22 NO.39 BOGOTÁ JUL./DIC. 2003).....	26
GRAFICO 9: UTILIDAD ALTO RIESGO (FUENTE: LA TEORÍA DE LA UTILIDAD CARDINAL Y SUS IMPLICACIONES EN LAS DECISIONES DE INVERSIÓN. SIMÓN IDROBO Z).....	29
GRAFICO 10: UTILIDAD AVERSO AL RIESGO ((FUENTE: LA TEORÍA DE LA UTILIDAD CARDINAL Y SUS IMPLICACIONES EN LAS DECISIONES DE INVERSIÓN. SIMÓN IDROBO Z).	30
GRAFICO 11: UTILIDAD INDIFERENTE AL RIESGO (FUENTE: LA TEORÍA DE LA UTILIDAD CARDINAL Y SUS IMPLICACIONES EN LAS DECISIONES DE INVERSIÓN. SIMÓN IDROBO Z).	31
GRAFICO 12: FRONTERA EFICIENTE BAJO LA TEORÍA DE MARKOWITZ (FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA).	51
GRAFICO 13: FRONTERAS EFICIENTES BAJO OBJETIVOS DE INVERSIÓN PARA CASA PORTAFOLIO (FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA).....	53
GRAFICO 14: EQS PARÁMETROS FILTRO ESPECIALIZADO (FUENTE: BLOOMBERG).....	55

GRAFICO 15: PASO A PASO RESULTADO DE LA APLICACIÓN DEL FILTRO ESPECIALIZADO (FUENTE: BLOOMBERG).....	56
GRAFICO 16: CARACTERÍSTICAS CONS INDEX (FUENTE: BLOOMBERG)	58
GRAFICO 17: CARACTERÍSTICAS ENRS INDEX (FUENTE: BLOOMBERG).....	59
GRAFICO 18: CARACTERÍSTICAS FINL INDEX (FUENTE: BLOOMBERG).....	59
GRAFICO 19: CARACTERÍSTICAS HLTH INDEX (FUENTE: BLOOMBERG)	60
GRAFICO 20: CARACTERÍSTICAS INDU INDEX (FUENTE: BLOOMBERG).....	60
GRAFICO 21: CARACTERÍSTICAS INFTL INDEX (FUENTE: BLOOMBERG)	61
GRAFICO 22: CARACTERÍSTICAS MATR INDEX (FUENTE: BLOOMBERG)	61
GRAFICO 23: CARACTERÍSTICAS UTIL INDEX (FUENTE: BLOOMBERG).....	62
GRAFICO 24: CARACTERÍSTICAS COND INDEX (FUENTE: BLOOMBERG)	62
GRAFICO 25: CARACTERÍSTICAS TELS INDEX (FUENTE: BLOOMBERG)	63
GRAFICO 26: FRONTERA EFICIENTE DE ACUERDO A LOS OBJETIVOS DE INVERSIÓN (FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA)	65
GRAFICO 27: RELACIÓN ENTRE RIESGO Y H . (FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA)	76
GRAFICO 28: RELACIÓN RETORNO ESPERADO Y H . (FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA).....	76
GRAFICO 29: RELACIÓN ENTRE RIESGO Y PROBABILIDAD. (FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA).....	77
GRAFICO 30: RELACIÓN ENTRE RETORNO ESPERADO Y PROBABILIDAD. (FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA)	77
GRAFICO 31: REPRESENTACIÓN DEL RETORNO ESPERADO DE CADA ÍNDICE EN RELACIÓN CON CADA EVENTO DE CRISIS. (FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA).....	80

GRAFICO 32: REPRESENTACIÓN DE LOS NIVELES DE RIESGO QUE SE PRESENTARON EN CADA ÍNDICE EN RELACIÓN CON CADA EVENTO DE CRISIS. (FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA)	81
GRAFICO 33: FRONTERA EFICIENTE DONDE ESTÁN LOS TRES PORTAFOLIOS CON DIFERENTES NIVELES DE RIESGO: BAJO, MODERADO Y ALTO (FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA)	84
GRAFICO 34: REPRESENTACIÓN DE LOS NIVELES DE PESOS ALCANZADOS EN CADA EVENTO DE CRISIS. (FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA)	85
GRAFICO 35: DISPERSIÓN DE LOS PESOS EN CADA ÍNDICE DE ACUERDO A CADA PORTAFOLIO DETERMINADO POR NIVEL DE RIESGO. (FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA)	86
GRAFICO 36: COMPORTAMIENTO DE RETORNO ESPERADO, DESV. ESTÁNDAR Y BETA DEL PORTAFOLIO CON PERFIL DE BAJO RIESGO (FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA)	87
GRAFICO 37: COMPORTAMIENTO DE RETORNO ESPERADO, DESV. ESTÁNDAR Y BETA DEL PORTAFOLIO CON PERFIL MODERADO DE RIESGO (FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA)	87
GRAFICO 38: COMPORTAMIENTO DE RETORNO ESPERADO, DESV. ESTÁNDAR Y BETA DEL PORTAFOLIO CON PERFIL DE ALTO RIESGO (FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA)	88

2. Lista de Tablas

TABLA 1: RETORNO ESPERADO Y MATRIZ DE VARIANZA Y COVARIANZA	49
TABLA 2: PESOS O CANTIDADES, RETORNO ESPERADO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR POR CADA PORTAFOLIO	50
TABLA 3: NIVEL DE RETORNO POR LÍMITE Y PROBABILIDAD DE NO ALCANZARLO	52
TABLA 4: ACCIONES OBTENIDAS AL APLICAR FILTRO ESPECIALIZADO BLOOMBERG DE ACUERDO A FUNDAMENTALES DEFINIDOS.	57

TABLA 5: PESOS O CANTIDADES Y BETAS POR ACCIÓN PARA CADA PORTAFOLIO.	67
TABLA 6: RESULTADOS DE RATIOS PARA EL PORTAFOLIO CON OBJETIVO DE COMPRAR DE UNA CASA.	68
TABLA 7: RESULTADOS DE RATIOS PARA EL PORTAFOLIO CON OBJETIVO DE GASTO DE EDUCACIÓN DE LOS HIJOS.	69
TABLA 8: RESULTADOS DE RATIOS PARA EL PORTAFOLIO CON OBJETIVO DE CRECIMIENTO DE CAPITAL.....	70
TABLA 9: RIESGO, RETORNO, LÍMITE Y PROBABILIDAD POR CADA PORTAFOLIO CON DIFERENTES OBJETIVO.	74
TABLA 10: DIFERENTES COMBINACIONES DE H Y α PARA CADA PORTAFOLIO CON OBJETIVOS ESPECÍFICOS.	75
TABLA 11: RETORNO ESPERADO DE CADA ÍNDICE EN CADA EVENTO DE CRISIS.....	79
TABLA 12: RIESGO DE CADA ÍNDICE EN CADA EVENTO DE CRISIS.	80
TABLA 13: RESULTADOS DE RATIOS POR CADA PORTAFOLIOS CON DIFERENTE PERFIL DE RIESGO.	81
TABLA 14: DIFERENTES COMBINACIONES DE H Y α PARA CADA PORTAFOLIO CON DIFERENTE NIVEL DE RIESGO.	84

3. Lista de Tablas

ANEXO A. CONDICIONES QUE LE PERMITAN ELEGIR ENTRE DISTINTAS ALTERNATIVAS A UN INVERSIONISTA.	92
ANEXO B. FORMA DE HALLAR LA FORMULA C	94
ANEXO C. MANUAL DE USO MATLAB (MODELAJE FINANCIERO DE SELECCIÓN DE PORTAFOLIOS) .	95

ANEXO D. RESULTADOS DE LA DEMOSTRACIÓN TEÓRICA (DETALLE)	95
ANEXO E. RESULTADOS DE APLICACIÓN DEL MODELO DE SELECCIÓN DE PORTAFOLIOS A LAS 103 ACCIONES SELECCIONADAS POR MEDIO DE BLOOMBERG (DETALLE).....	95
ANEXO F. RESULTADOS DE APLICACIÓN DEL MODELO DE SELECCIÓN DE PORTAFOLIOS A LOS 10 ÍNDICES POR SECTORES PRINCIPALES DE UNA ECONOMÍA (DETALLE)	96

4. Introducción

El trabajo se centra en obtener portafolios de inversión eficientes en diferentes niveles de tolerancia al riesgo teniendo en cuenta los objetivos de consumo de los inversionistas por medio de una selección matemática. Para desarrollar lo anterior, el trabajo se encuentra organizado en Siete partes. Desde la primera hasta la cuarta parte encontraremos la Introducción, Objetivos, Estado del arte y el Marco Teórico, entenderemos el enfoque del trabajo conociendo el problema, la hipótesis y los objetivos trazados, entre otros, para lograr hacer una revisión en conjunto del tema analizando diferentes enfoques relacionados con la selección de portafolios y sus hilos conectores que nos permitirán entender la evolución del objeto en estudio y desarrollo del mismo. En la quinta parte, se describe la metodología. En la sexta parte, se detallan las características de los datos y las muestras que servirán para desarrollar el trabajo, logrando en la séptima parte, identificar los resultados y conclusiones obtenidos, adicionando posibles líneas de investigación en el futuro.

4.1. Antecedentes

El comportamiento del individuo en relación con sus decisiones, consumo y ahorro, combinado con el interés como inversionista racional de tratar de maximizar su rentabilidad y minimizar el riesgo relacionado, hace que en el momento de decidir se enfrenta a un problema de antaño; ¿cómo repartir unos recursos disponibles entre diferentes opciones de inversión? Esto se vuelve más evidente cuando se trata, de inversiones en la bolsa, en las que se debe escoger principalmente entre papeles de deuda y/o acciones para estructurar lo que se conoce como un portafolio de inversión.

La selección de portafolio se basa en la rentabilidad (diferencia entre el precio de venta y el precio de compra) de las acciones y/o bonos, en ese momento el inversionista está bajo un

escenario de toma de decisión bajo riesgo. La manera como se puede estructurar un portafolio diversificado de alta rentabilidad y un riesgo aceptable (no se puede eliminar todo el riesgo) es un desafío al cual han contribuido varios investigadores financieros. El primero de ellos fue Harry Markowitz desde 1952. Después de ese importante aporte, entre otros, el modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model) de Sharpe, Lintner y Fama fue también fundamental. Markowitz, genero conceptos fundamentales como el de portafolio optimo, determinando que es aquel que se ubica en la frontera eficiente y que, combinado con una proporción de inversión sin riesgo y un determinado nivel de riesgo tolerado, maximiza la rentabilidad; este concepto es válido aun si el nivel de riesgo tolerado es menor que el establecido como mínimo por la frontera eficiente. Todo lo anterior debe cumplir supuestos fuertes, principalmente que los mercados deben ser eficientes, es decir, que los precios de lo que se negocia en bolsa (acciones, bonos, entre otros) logran reflejar el valor que el mercado les asigna y a su vez, en estos valores se refleja la información conocida de forma eficiente.

Es de tener en cuenta que los precios de las acciones siguen movimientos brownianos o (random walks) y paradójicamente esta característica es una condición para que haya un mercado eficiente. La eficiencia de los mercados se puede clasificar en diferentes grados como lo hizo (Velez Pareja, 2003, págs. 74-78) afirmando sobre los niveles de eficiencia del mercado lo siguiente: - *“Eficiencia mercado débil*: el retorno no está correlacionado con los precios históricos, el mercado no tiene memoria, los precios actuales del mercado reflejan toda la información histórica sobre volúmenes y precios, el análisis de los datos históricos por medio de gráficas, tendencias, ciclos, entre otros, conocido como análisis técnico, es inútil en un mercado de este tipo. - *Eficiencia de mercado semifuerte*: el retorno futuro no está correlacionado con la

información de las empresas disponible al público, debido a que toda la información pública actual disponible está implícita en los precios, lo cual significa que no hay ventaja frente a análisis fundamental basado en información de balances, razones financieras, información de nuevos proyectos, fusiones, adquisiciones y demás, no es relevante debido a que el mercado ya incorpora en los precios toda la información disponible.. – *Eficiencia de mercado fuerte*: el retorno futuro no está correlacionado con ningún tipo de información, ni histórica, ni disponible al público, debido a que se supone que toda la información, aun la privilegiada o interna, ha sido involucrada por el mercado en los precios”. Es decir, se cuentan con precios que reflejan toda la información disponible tanto del entorno económico y el mercado bursátil, adicional a la información de la empresa en particular. Parte de la eficiencia es que los precios se ajustan casi de inmediato a medida que hay nueva información disponible. Lo anterior implica que los precios de las acciones fluctúan alrededor de su verdadero valor, de manera aleatoria y en la realidad no es posible predecirlos¹.

Dada la situación donde un inversionista deba decidir entre dos posibilidades que le producen igual beneficio, se escogerá la posibilidad menos costosa. A lo cual se le denomina eficiencia de arbitraje. Al tratarse de inversiones en bolsa, se intentara vender la más costosa, ahora o a futuro y comprar la de menor costo. Sobre la base que los compradores son racionales, entonces en un momento dado todos harían lo mismo llevando a los precios y retornos relacionados a que se

¹ Los dos primeros grados de eficiencia es común encontrarlos en los mercados de países emergentes debido a que son pequeños y concentrados, mientras que el grado de eficiencia fuerte en países desarrollados.

nivelen. En el caso particular de los modelos de selección "óptima" de portafolio, se debe tener en cuenta que la diversificación sólo mitiga el riesgo no sistemático. Siempre habrá riesgo sistemático y la probabilidad de pérdida nunca será igual a cero, de manera que la relación entre riesgo, retorno esperado y el concepto de mercado eficiente serán una condición a tener en cuenta.

4.2. Planteamiento del problema.

En relación con todo lo anterior, existen principalmente tres características fundamentales que determinan el comportamiento y la toma de decisiones de un individuo frente a un portafolio de inversión: el retorno generado, el riesgo y los objetivos de consumo finales. Actualmente, los gestores de portafolios toman medidas frente al riesgo inherente de los mismos; se puede optar por un portafolio de baja volatilidad que proteja ante las contracciones de los mercados que tendría consecuencias que se reflejarían en que este mismo portafolio obtendría un menor retorno en tiempos de crecimiento económico, debido a que los portafolios de baja volatilidad concentran sectores defensivos en su estructuración, como por ejemplo bienes de consumo básico, servicios públicos y salud; que ofrecen mejor retorno en tiempos de coyuntura económica desfavorable, pero cuando la tendencia es ascendente, este tipo de portafolios tienen un retorno rezagado, por lo tanto, lo deseado sería poder adaptar el portafolio a fin de que proteja en tiempos de crisis, sin sacrificar tanto retorno durante la reactivación de los mercados, y esto se logra mediante una gestión adecuada del riesgo y, en especial, entre la relación de la volatilidad mínima y la volatilidad del mercado.

La coyuntura actual financiera y la posibilidad e interés de maximizar los ingresos individuales, entrega una opción para la estructuración de portafolios, enfocado en los objetivos

finales de consumo variados de los inversionistas. Esto sumado a diferentes escenarios de posibilidades de inversiones financieras actuales, donde se cuenta con todo tipo de información y métodos, hace que cada día sea más compleja la toma de decisiones para invertir o distribuir de la manera más conveniente posible los recursos que dispone un inversionista. Al mismo tiempo, se ha de relacionar las características que tiene en cuenta cada individuo a la hora de tomar decisiones de inversión que terminan definiendo las preferencias de dichos individuos al invertir.

Actualmente, con el fin de lograr una inversión eficiente, los métodos tradicionales se centran en clasificar a los inversionistas en tres grandes grupos asociados a un nivel de tolerancia al riesgo, así: perfil de inversionista que busca aumentar el valor de capital (quiere que su portafolio crezca por medio de ganancias de capital utilizando estrategias a largo plazo) este perfil se considera de alto riesgo, perfil de inversionista que busca la generación de renta, (buscan complementar sus ganancias con renta generada por el portafolio para aumentar sus gastos) este perfil se considera de riesgo moderado y el perfil del inversionista donde busca la conservación de capital (pretende minimizar su riesgo de pérdida y busca mantener su poder adquisitivo, por tanto es normal que el retorno este algo por encima de la tasa de inflación) este perfil es de bajo riesgo. Pero este tipo de clasificaciones tradicionales no logran comprender y sobre todo determinar con precisión los verdaderos intereses de los inversionistas, de tal manera que hay la necesidad de enfocar esfuerzos para relacionar una inversión óptima con diferentes niveles de riesgo con el fin de alcanzar diferentes objetivos finales de consumo de los inversionistas.

Un aspecto clave es la Teoría de Portafolios de Media Varianza realizada por (Markowitz, Portfolio Selection, 1952, págs. 78-79), es donde se establece que “el inversionista quiere tener el

mayor retorno esperado, sujeto a un nivel de riesgo determinado. Usando como unidad de medida de riesgo la desviación típica de los retornos”. Logrando representar, las posibilidades factibles de inversión por medio de una frontera eficiente de inversión, dejando a un lado que el retorno obtenido será utilizado para consumir al final del período en una serie de bienes y no en un solo bien determinado, como supone esta teoría.

De igual manera la teoría de portafolios desarrollada por (Markowitz, Portfolio Selection, 1952, págs. 85-86) es base para la toma de decisiones de inversión, debido a que es una “herramienta practica para usar y muy lógica para determinar lo que compone el portafolio, pero que sin lugar a dudas deja a un lado el objetivo final de consumo del inversionista”, lo cual resulto ser una oportunidad para plantear alternativas.

Por tanto, se puede considerar que es difícil establecer el nivel de riesgo que cada inversionista está dispuesto a asumir, debido a que tendría que escoger entre los bienes u objetivos que desea al final del período. Así, surge la pregunta en la cual estará enfocada la investigación: ¿De qué manera se puede conseguir portafolios eficientes en los que cada inversionista se plantee invertir bajo diferentes niveles de riesgo (posición conservadora, moderada o riesgosa) en función de su (mental account – objetivos de inversión)?

4.3. Justificación

Lo anterior es relevante porque actualmente se cuenta con bases de datos completas con cotizaciones y precios de acciones, bonos, derivados, commodities, entre otros. Los activos financieros se transan en mercados financieros donde se dan condiciones para la compra y venta de activos con niveles aceptables de eficiencia y seguridad. El funcionamiento normal de cualquier mercado depende principalmente de la interacción entre vendedores y compradores,

logrando determinar el precio del activo. Además, hoy en día se cuenta con mecanismos para que los inversionistas vendan sus activos y disminuya la concentración de flujo de capitales, logrando aumentar el nivel de eficiencia con reducción de costos relacionados con búsqueda de información que es lo que finalmente los compradores y vendedores usan para decidir la mejor inversión.

Invertir en acciones parte del sentido común: comprar barato y vender caro, que junto a la teoría financiera se puede decir que el precio de mercado estará sobre y por debajo del valor fundamental y difícilmente se logra el equilibrio y “volatilidad” de las expectativas de los participantes del mercado.

A su vez, el desempeño de la inversión está relacionado con la clasificación intuitiva del riesgo, por esto la única forma de poder comprender las tasas históricas de retornos es analizar esta información en periodos muy largos.

La estructura del mejor portafolio eficiente estará condicionada por el criterio del inversionista sobre retornos esperados, desviaciones estándar y correlaciones, con esto nos encontramos con los principios básicos de la selección de portafolios que en definitiva es la “lógica” que usan los inversionistas buscan aumentar el retorno esperado de sus portafolios y disminuir la desviación estándar del retorno. Así, un portafolio que dé como resultado un retorno esperado más alto dada cierta desviación estándar, o la desviación estándar más baja dado cierto retorno esperado, se denomina como portafolio eficiente. Para determinar si los portafolios son eficientes o no, los inversionistas deben tener el retorno esperado y la desviación estándar de cada acción y el grado de correlación entre cada par de acciones con el fin de poder determinar su comportamiento.

De manera que bajo todas estas consideraciones y teniendo en cuenta los altos grados de volatilidad en los mercados financieros actuales en el mundo, hace que seleccionar un portafolio con objetivos variados de inversión, siga siendo un desafío lleno de muchas posibilidades de aprendizaje en lo personal y profesional; y con un amplio campo de aplicación en el ámbito nacional e internacional.

4.4. Hipótesis

Una vez comprendido lo anterior, se estableció un filtro especializado en Bloomberg para determinar los activos reales, base para la estructuración de los portafolios, estos activos se determinan de acuerdo a los siguientes criterios fundamentales, como:

- P/E Ratio: Veces que está contenido el beneficio por acción en el precio de cada acción.

Campos por categoría	Descripción	P/E
EBIT Net Debt	INDUSTRIALES	
Net Debt/EBITDA	Beneficios por acción:	23.419844
Net Debt To Shareholders Equity	Beneficios por acción totales. Incluye los efectos de todos los beneficios o las pérdidas de una sola vez, no recurrentes y extraordinarios. Usa las acciones básicas promedio ponderadas excluyendo los efectos de convertibles.	12.829776
Net Debt Percent of Total Capital		20.652974
Net Debt Per Share		20.632615
Net Debt to ECF (Free Cash Flow to Firm)		20.714408
Net Debt to Cashflow		22.485243
Net Debt to Earnings before Interest Taxes		17.618468
Retained Cash Flow to Net Debt		18.193277
Net Debt Broker Estimates	Calculado como ingreso neto disponible a accionistas comunes dividido entre las acciones promedio ponderadas en circulación.	44.764976
Net Debt per Share Adjusted for LT Investm		20.113228
Net Debt per Diluted Share		16.707725
Net Debt Adj for Pension & Post-Retirement		
Net Debt/EBITDA Adjusted		
Net Debt to T12M EBITDA after CAPEX	Argentina:	
Net Debt per Barrel of Oil Equivalent	A menos que una empresa informe BPA, es	
Net Change in ST Debt		
ARD Ref Trade Debtors 1-2 Year - Net	Periodo Últimos 12 meses:	

Grafico 1: P/E Ratio (Fuente Bloomberg)

- EBITDA: Capacidad de generar caja en la empresa.

The screenshot shows a Bloomberg terminal window with a search for 'VE periódico a EBITDA últimos 12M'. The search results are displayed in a table with columns for 'Campos por categoría' and 'Descripción'. The data is as follows:

Campos por categoría	Descripción	Valor
INDUS/EBITDA	INDUSTRIALES, FINANCIEROS, SERVICIOS PÚBLICOS Y REITS	23.419044
-Trailing 12M EBITDAR	Valor empresarial periódico como múltiplo de beneficios antes de intereses, impuestos, depreciación y amortización (EBITDA). Se usan los datos del informe del periodo más reciente. Se calcula como:	18.829776
-EBITDA	Valor de empresa / EBITDA de últimos 12 meses	20.652615
-Trailing 12 Month EBITDA Trail 12 Mth Tot I	Donde:	20.714408
-Trailing 12m EBITDA Margin Including Item	Valor de empresa es RR472,	22.452343
-Periodic EV to T12M EBITDA - 5 Year Avera	ENTERPRISE_VALUE	17.618408
-Average Periodic Enterprise Value to T12M	El promedio EBITDA de los últimos 12 meses es RR41, TRAIL_12M_EBITDA	18.192277
-T12 Free Cash Flow/T12 EBITDA		48.764976
-High Periodic EV to Trailing 12 Month EBIT		20.119228
-Low Periodic EV to Trailing 12 Month EBITD		16.707725
-Trailing 12M EBITDA Margin		
-Total Debt to EBITDA		
-Trailing 12 Month As Reported Adjusted EBI		
-Total Debt to T12M EBITDA after CAPEX		
-Trailing 12 Month As Reported EBITDA		
-Trailing 12m EBITDA Including Items		
-Trailing 12M EBITDAR and Other Rentals		

Gráfico 2: EBITDA (Fuente Bloomberg)

- ROE: Rentabilidad de los fondos propios o rentabilidad financiera.

The screenshot shows a Bloomberg terminal window with a search for 'BEAT ROE'. The search results are displayed in a table with columns for 'Campos por categoría' and 'Descripción'. The data is as follows:

Campos por categoría	Descripción	Valor
BEAT ROE	Estimación de media de retorno sobre el capital de BEat. EV679 determina si esta es la matriz o la empresa consolidada. El periodo fiscal se determina a partir de EV680 si este está establecido; en caso contrario, a partir de los parámetros de FPDF<GO> de los usuarios.	23.419044
-Est EBITDAIX		18.829776
-Est Total Production		20.652615
-Est EBITDAR		20.714408
-Est Oil Production		22.452343
-Est Gas Production		17.618408
-Est Natural Gas Liquids Production		18.192277
-Est EBIT		48.764976
-Est Production		20.119228
-Est EBITDA		16.707725
-Est Financial Tangible Book Value per Sha		
-Est Same Store Sales		
-Beta		
-Est Financial Provision for Loan Loss		
-EBITDA		
-EBITDA Adjusted		
-Est Pharmaceutical Product Sales		
-Est Financial Loans		

Gráfico 3: ROE (Fuente Bloomberg)

- ROA: Mide eficiencia o capacidad de los activos para generar renta.

Buscar	BE1 ROA	Descripción	BE1 ROA
Bearing Beta		Estimación de media de retorno en activos de	
EBITDA		EBITDA EBITDA determina si esta es la matriz o	
Total Production		la empresa consolidada. El periodo fiscal se	23.419844
Oil Production		determina a partir de EY680 si este está	16.829776
Natural Gas Production		establecido; en caso contrario, a partir de los	20.657874
EBIT		parámetros de FPDF(GO) de los usuarios.	20.652615
Production			20.714408
EBITDA			22.435343
Financial Tangible Book Value per Share			17.618408
Same Store Sales			18.193277
Beta			44.764976
Financial Provision for Loan Loss			20.119328
EBITDA			16.707725
EBITDA Adjusted			
Pharmaceutical Product Sales			
Financial Loans			

1. **Gráfico 4: ROA (Fuente Bloomberg)**

- Endeudamiento: Por cada peso invertido en activos, cuánto está financiado por terceros y qué garantía está presentando la empresa a los acreedores.

Buscar	Deuda neta	Descripción	INDUSTRIALES
Net Debt			23.419844
Debt/EBITDA			16.829776
Debt to Shareholders Equity		Una medida que muestra la situación	20.657874
Debt Percent of Total Capital		general con respecto a la deuda de	20.652615
Debt Per Share		determinada empresa, usando el saldo neto	20.714408
Debt to FCFF (Free Cash Flow to Firm)		de sus pasivos y deudas con su dinero	22.435343
Debt to Cashflow		efectivo y similares activos líquidos. Se	17.618408
Debt to Earnings before Interest Taxes		calcula como:	18.193277
Adjusted Cash Flow to Net Debt		(Total de la deuda - deuda financieros	44.764976
Net Debt Broker Estimates		subsidiaria) = (efectivo & valores líquidos +	20.119328
Debt per Share Adjusted for LT Investm		Porción de deuda - subsidiaria financiera	16.707725
Debt per Diluted Share		efectivo y equivalentes - subsidiaria	
Debt Adj for Pension & Post-Retirement		financiera valores líquidos)	
Debt/EBITDA Adjusted			
Debt to T12M EBITDA after CAPEX		Donde:	
Debt per Barrel of Oil Equivalent		Deuda total es RR251,	
Change in ST Debt		Periodo Último registro	
ARD Ref Trade Debtors 1-2 Year - Net			

2. **Gráfico 5: Endeudamiento (Fuente Bloomberg)**

- WACC: Mínima rentabilidad que debería generar un activo o lo que le cuesta a una empresa financiar sus activos.

Ticker	Campos por categoría	Descripción	P/E
#EST	-Est Net Debt	• Del modelo para valorar activos de capital (CAPM).	23.419944
#SSINF	-Net Debt/EBITDA	• Coste acción = Tipo sin riesgo + (Beta x Prima riesgo de país)	16.829776
#SSFINL	-Net Debt To Shareholders Equity	• El tipo de interés por defecto sin riesgo del país es el del bono de 10 años.	20.657874
#SSHLTH	-Net Debt Percent of Total Capital		20.632015
#SSCOND	-Net Debt Per Share		20.714408
#SSINDU	-Net Debt to FCFF (Free Cash Flow to Firm)		22.495343
#SSCONS	-Net Debt to Cashflow		17.618408
#SSENRS	-Net Debt to Earnings Before Interest Taxes		18.193277
#SSUTIL	-Net Debt to Cash Flow to Net Debt		44.764976
#SSRLST	-Est Net Debt Broker Estimates		20.119328
#SSMATR	-Net Debt per Share Adjusted for LT Investm		16.707725
#SSTELS	-Net Debt per Diluted Share		
	-Net Debt Adj for Pension & Post-Retirement		
	-Net Debt/EBITDA Adjusted		
	-Net Debt to T12M EBITDA after CAPEX		
	-Net Debt per Barrel of Oil Equivalent		
	-Net Change in ST Debt		
	-ARO Ref Trade Debtors 1-2 Year - Net		

3. Grafico 6: WACC (Fuente Bloomberg)

- Capitalización de Mercado

Ticker	Campos por categoría	Descripción	P/E
#Bear	Bear Beta	La capitalización del mercado basada en las acciones cotizadas es igual al número más reciente de acciones cotizadas en circulación, multiplicado por el precio de las acciones. La información sobre las acciones cotizadas está actualmente disponible para China, Indonesia, Japón y Australia.	23.419944
#SSINF	-Est EBITDAX		16.829776
#SSFINL	-Est Total Production		20.657874
#SSHLTH	-Est EBITDAX		20.632015
#SSCOND	-Est Oil Production		20.714408
#SSINDU	-Est Gas Production		22.495343
#SSCONS	-Est Natural Gas Liquids Production		17.618408
#SSENRS	-Est EBIT		18.193277
#SSUTIL	-Est Production		44.764976
#SSRLST	-Est EBITDA		20.119328
#SSMATR	-Est Financial Tangible Book Value per Sha		16.707725
#SSTELS	-Est Same Store Sales		
	-Est Financial Provision for Loan Loss		
	-Est EBITDA		
	-Est EBITDA Adjusted		
	-Est Pharmaceutical Product Sales		
	-Est Financial Loans		

4. Grafico 7: Capitalización de Mercado (Fuente Bloomberg)

Así, basado en las acciones que componen los diez "Select Sector Indices" de S&P 500 que se basa en los principales segmentos económicos y se han convertido en "benchmarks" sectoriales altamente líquidos, debido a que la pertenencia dentro de cada "Select Sector" cumple con la Clasificación Industrial Global estándar (GICS), hecha por Morgan Stanley Capital International Inc y la FTSE Global Classification System, excepto en "Technology Select Sector", cuya pertenencia es una combinación de los sectores de Tecnología de la Información y Servicios de

Telecomunicaciones de GICS². Se establecen y comparan tres portafolios construidos a partir de las teorías de Markowitz y bajo Objetivos de Inversión a partir de los activos reales obtenidos por medio del filtro especializado de Bloomberg, en los cuales se podrá evidenciar que la optimización en el portafolio eficiente bajo la teoría bajo Objetivos de Inversión siempre está en la frontera del generado en la teoría de Markowitz, y al mismo tiempo, determinar que la teoría bajo Objetivos de Inversión aventaja a la teoría Markowitz, puesto que no debemos encontrar un nivel de riesgo de forma explícita evidenciando que la asignación estratégica de activos crea una mezcla de activos estable que maximiza los retornos esperados para cada portafolio con diferente nivel de riesgo enfocados a alcanzar el objetivo de inversión que en comparación con un índice de referencia y medidas de ratios es eficiente.

² Global Industry Classification Standard (GICS) es una clasificación elaborada en 1999 por Morgan Stanley Capital International (MSCI) y Standard and Poor's.

5. Objetivo Generales y Específicos

5.1. Objetivo General

El objetivo de este trabajo es demostrar, por medio de la aplicación práctica y real, que la optimización desarrollada en la teoría bajo Objetivos de Inversión, es equivalente matemáticamente al optimizar por la teoría de Markowitz. Esto se hace utilizando una muestra que corresponda a activos reales determinados bajo criterios fundamentales por medio de filtros especializados en Bloomberg, en un período de tiempo de 20 años de manera mensual. Logrando construir tres portafolios donde el inversionista tiene distintos niveles de riesgo, observando el comportamiento de los componentes de la teoría bajo Objetivos de Inversión y la ventaja de que los inversionistas midan el riesgo a través de la probabilidad de no alcanzar un nivel de retorno preestablecido, lo cual permite al inversionista especificar de manera más sencilla el riesgo que pretende asumir.

5.2. Objetivos específicos

Los objetivos específicos son, entonces:

- Establecer los activos a través del uso de filtros especializados de la herramienta Bloomberg que bajo la optimización de acuerdo a las teorías anteriormente descritas, obtener los portafolios para comparar y determinar el comportamiento de la frontera eficiente, nivel de retorno (H), probabilidad, bajo diferentes niveles de riesgo y a su vez, medir la eficiencia en desempeño y asignación de activos.
- Determinar la sensibilidad de los portafolios bajo la teoría de objetivos de inversión al medir el riesgo a través de diferentes probabilidades de no alcanzar niveles de retorno esperados, estableciendo si lo anterior permite al inversionista de manera más sencilla

determinar el riesgo que está dispuesto a enfrentar, a diferencia de especificarlo explícitamente como en la Teoría de Markowitz.

- Analizar el comportamiento y cambios durante los últimos 28 años, en relación con retornos esperados, riesgo, pesos o cantidades y coeficientes de variación (riesgo/rendimiento) de los portafolios que se construyan bajo la Teoría de Objetivos de Inversión en eventos particulares como las crisis financieras de los últimos tiempos basado en portafolios estructurados sobre índices de los principales sectores de la economía.

6. Estado del arte

Todo el esfuerzo enfocado en los últimos 66 años relacionados con la estructuración y la gestión de portafolios ha contribuido al desarrollo de mercados eficientes, principalmente al posibilitar el arbitraje, y la formación y difusión de precios justos. Esto a su vez, se ha traducido en una mayor eficiencia económica principalmente en países desarrollados, visto en la mejora de la asignación de riesgos y el aprovechamiento del ahorro.

Iniciando sin lugar a duda con Harry Markowitz, el cual construyó la base de la Teoría Moderna de Administración de Portafolios al proponer la utilización de los conceptos fundamentales de riesgo y retorno de un activo, de forma conjunta, complementaria y eficiente, como la forma correcta de tomar decisiones de inversión. Basado en el supuesto de que los inversionistas son aversos al riesgo, y prefieren activos con menor riesgo y mayor retorno esperado.

Así, se dieron los primeros pasos donde se comparaba dos activos diferentes y se definían criterios para decidir en cual invertir. En general, el inversionista preferirá el activo con menor riesgo dentro de todos aquellos que tengan el mismo retorno esperado, o en caso contrario, aquel con mayor retorno dentro de aquellos con un mismo nivel de riesgo.

Logrando definir conceptos como que el valor esperado de los retornos de cada activo, es utilizado como medida de los beneficios de la inversión y que la desviación estándar esperada para el periodo de inversión se utiliza como medida de riesgo del activo, logrando por medio de ella que el inversionista obtenga una expectativa de la variabilidad o volatilidad de los retornos futuros, y consecuentemente, del riesgo inherente en la inversión.

A partir de este razonamiento, (Markowitz, *The Utility of Wealth*, 1952, págs. 157-158), encuentra que “la combinación de varios activos con comportamientos diferentes dentro de un portafolio permite disminuir el riesgo de la inversión debido a los beneficios obtenidos con la diversificación”.

Por tanto, si el coeficiente de correlación entre cualquier par de activos es inferior a uno, el riesgo de un portafolio compuesto por ambos activos será inferior a la sumatoria de sus riesgos independientes. De manera que al incluir un mayor número de activos con correlaciones imperfectas se obtiene mayor diversificación, y por consiguiente se reduce el riesgo del portafolio.

Así que para un universo de activos dado, el inversionista podrá escoger una composición óptima del portafolio, buscando maximizar el retorno para un nivel de riesgo determinado, cada portafolio que maximiza el retorno para cada nivel de riesgo, son inversiones óptimas, y conforman la frontera eficiente de inversión. En otras palabras, el objetivo es maximizar su función de utilidad esperada.

De modo que se esperaría que ningún inversionista escoja un portafolio que este ubicado por debajo de la frontera eficiente, ya que con el mismo nivel de riesgo puede estructurar un nuevo portafolio con mayor retorno como se puede ver gráficamente a continuación.

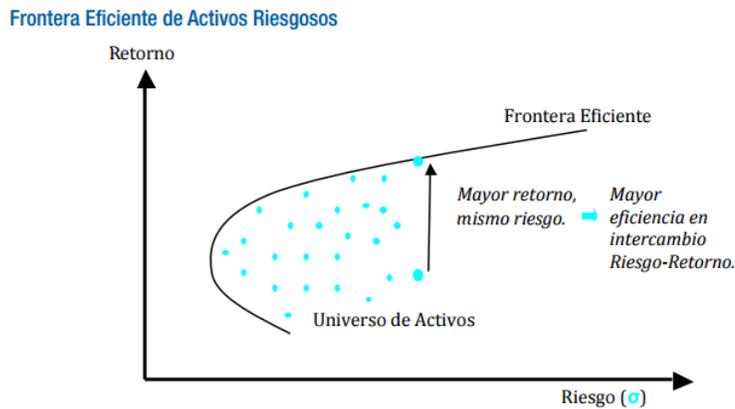


Gráfico 8: Frontera Eficiente Activos Riesgosos (Fuente: Cuad. Econ. vol.22 no.39 Bogotá Jul./Dic. 2003)

En, (Markowitz, Portfolio Selection, 1952, págs. 80-81), se elaboró un modelo matemático que demuestra cómo los inversionistas pueden “obtener el menor riesgo posible con una determinada tasa de retorno, además, hizo un primer acercamiento al análisis de inversiones bajo la relación entre riesgo y retorno”, Markowitz fue fundamental para establecer principios de la Teoría Moderna de Portafolio, base que actualmente se utiliza para la construcción de portafolios, su análisis se centró en analizarla toma de decisiones de inversión, la Teoría Markowitz tiene su punto de partida en el artículo “Porfolio Selection”, reforzado en su siguiente artículo “Portfolio Selection: Efficient Diversification Of Investments”, en este se estableció el primer momento en el cual se tuvo en cuenta la condición de racionalidad de los individuos, definiendo que “el inversionista desea obtener el mayor retorno posible para su inversión y es contrario a asumir riesgo, así dicho inversionista tendrá un portafolio eficiente cuando maximice el retorno esperado $\max E[r(p)]$ para un nivel de riesgo determinado $(\gamma/2)Var(p)$ Esto equivale a minimizar el riesgo $\min(\gamma/2)Var(p)$ sujeto a un nivel de retorno esperado $E[r(p)]=R$, es así como el retorno determinado será igual a R y el nivel de riesgo que los individuos están dispuestos a asumir está representado por γ . Acto seguido, los inversionistas deben elegir cuánto

invertir en cada uno de los activos que están disponibles en el mercado $w = [w_1, \dots, w_n]$, y como requisito deberán poner todo sus recursos en dicho mercado”. (Markowitz, Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments, 1959, págs. 231-234).

Los activos tendrán una media que viene representada por μ y una matriz de covarianzas Σ .

Es de resaltar que (Von Neuman & Morgenstern, 1953, pág. 145.148), propusieron la llamada Teoría de la utilidad y dieron una visión que justifica el uso de una utilidad cardinal. Estos autores determinaron que por “las condiciones en las que se basa el análisis de indiferencia se necesitan un esfuerzo mínimo extra para encontrar una utilidad cardinal; para la elección en condiciones de riesgo, se maximiza el valor esperado de dicha utilidad”.

De los axiomas de Von Neuman y Morgenstern ha habido diferentes versiones, así (E Fama, 1972, págs. 189-211) describe o intenta preestablecer el comportamiento sociológico de un individuo tomador de decisiones bajo riesgo de la siguiente manera:

“Para que el inversionista que tomara una decisión, tenga la posibilidad de escoger a de las diferentes opciones de actuar deberá cumplir con ciertas condiciones que le permitan elegir entre distintas alternativas (...)”. (Ver Anexo A).

Los supuestos de la Teoría de la Utilidad de (Von Neuman & Morgenstern, 1953, pág. 148), son:

- El inversionista puede ordenar sus opciones o las utilidades asociadas a cada una de ellas.
- Puede establecer relaciones de orden en su preferencia.
- Pueden dar pesos a probabilidades para comparar las diferentes opciones o las utilidades asociadas a estas.

De tal manera, la teoría de la utilidad intenta explicar el comportamiento de un inversionista ante situaciones de riesgo. En consecuencia, se puede clasificar como una teoría descriptiva, no normativa. Por tanto, solo tiene sentido hablar de la función de utilidad de una inversionista, en un punto en el tiempo y dentro de un rango de sumas de dinero.

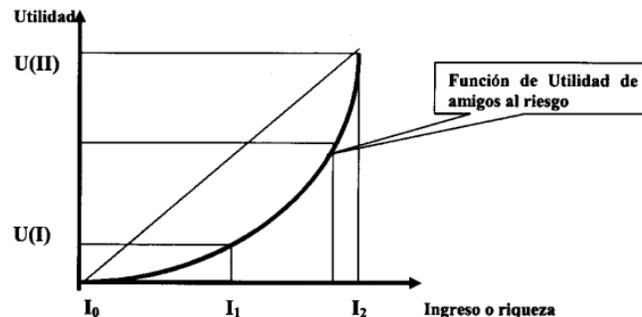
Esta es la principal razón para afirmar que “la utilidad se puede medir en forma relativa y no en términos absolutos asignándole un índice de utilidad a cada uno de dos valores, en forma arbitraria, y así, lograr construir la función de utilidad” (Von Neuman & Morgenstern, 1953).

En relación con la teoría de la probabilidad puede medir el grado de incertidumbre asociado con los posibles resultados de un evento, pero no puede medir el sentimiento subjetivo de quien decide acerca de esos resultados inciertos. De ahí que se cree que la decisión depende, de manera importante de la actitud que tenga el inversionista frente al riesgo o la incertidumbre.

De manera general, “la utilidad es la satisfacción que obtiene un inversionista por medio de los recursos que se usan. Es de tener en cuenta que los inversionistas tienen distintas preferencias; por tanto puede darse la situación donde dos inversionistas o más, asignan diferentes niveles de preferencia a una misma posibilidad de inversión. Por tanto, se plantea, que se debe considerar e intentar calcular, no es la esperanza matemática, sino la utilidad: la llamada esperanza moral” (Von Neuman & Morgenstern, 1953, pág. 148).

La función de utilidad evidencia, para cada inversionista, “la relación entre ciertas sumas de recursos (por ejemplo ganancia, pérdida, flujo de caja, valor presente de un flujo de caja, entre otras) y las preferencias frente al riesgo. Por lo anterior, en finanzas se vuelve relevante y de interés ser capaces de prever y describir el comportamiento de un inversionista en función de recursos utilizados y preferencias o perfiles de riesgo”. (Friedman & Savage, 1948, págs. 284-

296), tratan el problema de la función de utilidad, suponiendo que si el inversionista tiene un perfil que tolera alto nivel de riesgo, su utilidad marginal será creciente, construyendo una función de utilidad, así:



UTILIDAD DE UN INDIVIDUO TOTALMENTE PROPENSO AL RIESGO

5. **Grafico 9:** Utilidad Alto Riesgo (Fuente: La teoría de la utilidad cardinal y sus implicaciones en las decisiones de inversión. Simón Idrobo Z).

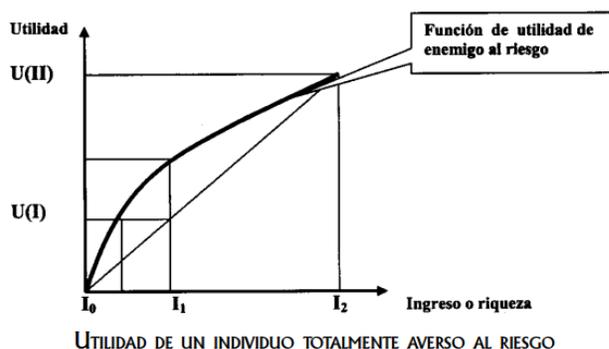
Como lo ejemplifica (Hidrovo, Abril 2004, pág. 64), así: “(...) Una posible explicación es la del indigente; este carece de dinero para alimentarse y pidiendo limosna consigue reunir \$ 1.250 en una mañana. Con ese dinero puede adquirir un café en leche y un buñuelo, costándole un almuerzo \$ 2.500. Es fácil deducir que este hombre valore más que el doble los \$ 2.500, que los \$ 1.250. En esa situación, que en el límite podemos resumir como con otros \$ 1.250, puede sobrevivir, con solo los \$ 1.250 morirá de hambre. Es seguro que las utilidades marginales son crecientes y estará dispuesto a jugarse los \$ 1.250 que actualmente posee a doble o nada con probabilidades del 50% o incluso más desfavorable para él”.

Continua (Hidrovo, Abril 2004, pág. 65) afirmando que: “esta actitud de propensión al riesgo se da en las clases medias, sería patológico que alguien pusiera en peligro la satisfacción de las necesidades básicas de su familia por jugar lotería, tampoco creo que sea muy frecuente este tipo

de juego en las clases altas. Se puede alegar que nada es más típico de las clases altas que el juego en el casino; pero, sin entrar en la mayor o menor veracidad de este estereotipo, esta modalidad de juego tiene, en cualquier caso, mucho de acto social siendo las cantidades apostadas generalmente pequeñas en comparación con el patrimonio de los jugadores (...).”

Así, (Friedman & Savage, 1948, págs. 297-300) buscaron una explicación racional a “la paradójica forma de la curva de utilidad marginal creciente, determinando que la zona de utilidades marginales crecientes estará relacionada con el status del inversionista. De acuerdo a lo anterior, los inversionistas tienen un status determinado y verían como negativo perderlo y tampoco valorarían demasiado los incrementos de riqueza que, por ser pequeños, no les permite ascender a un status superior.” (Hidrovo, Abril 2004, pág. 68)

Bajo un perfil averso al riesgo de un inversionista, la función de utilidad marginal será decreciente, así:



6. **Grafico 10:** Utilidad Averso al Riesgo (Fuente: La teoría de la utilidad cardinal y sus implicaciones en las decisiones de inversión. Simón Idrobo Z).

La pendiente de forma decreciente de la función de utilidad, evidencia el actuar de un inversionista que prefiere evitar asumir riesgo.

terminen en una disminución de su riqueza”. Shefrin y Statman, consideran que estas observaciones son inconsistentes o van en contravía con la teoría de la utilidad esperada.

En este sentido, (Roy, 1952, págs. 436-438), también realiza aportes en este tema planteando que “los individuos minimizan la probabilidad de caer en la ruina financiera, y el nivel se establece de forma predeterminada, determinando que un inversionista no considera práctico la maximización de la utilidad esperada, debido que un inversionista tiene como elemento principal de decisión mantener el capital; por tanto, estima que es aceptable un retorno pequeño, manteniendo el capital”.

(Roy, 1952, pág. 440), sostiene que en la práctica “las decisiones relacionadas con portafolios de inversiones se toman buscando evitar un desastre financiero para el inversionista que realizar ajustes marginales que buscando solamente un equilibrio entre el retorno esperado y el riesgo, a su vez, determina que el retorno mínimo aceptable debe ser el que evita una situación de desastre (disaster level)”, y así llega a establecer el método de ‘primero la seguridad’ (safety first).

Este método establece que “un inversionista prefiere la inversión con la menor probabilidad de estar por debajo del retorno que se establece como ‘desastre’ representado como (d). Así, el inversionista busca maximizar el coeficiente de recompensa a variabilidad, $r - d/\sigma$.

Entendiendo retorno como r , variabilidad como σ del portafolio de inversión, por tanto, se ha de escoger combinación con menor probabilidad de estar en algún momento por debajo del nivel crítico, d . El criterio de toma de decisiones bajo los supuestos de Roy involucra decidir bajo un escenario de diferentes opciones de inversión eficiente, determinando que se ha de seleccionar buscando la maximización del coeficiente ‘reward to variability’”. Por tanto, “si los retornos tienen una distribución normal, sería lo mismo minimizar la probabilidad de que el retorno de la

inversión esté por debajo del nivel d ” (Roy, 1952, págs. 134-136). Es de tener en cuenta que Roy no tuvo en cuenta de manera explícita el principio de conjunto eficiente de inversión, que es uno de los elementos más importante en el modelo y teoría de (Markowitz, Portfolio Selection, 1952, págs. 63-65).

El coeficiente de Roy es análogo a lo que años posteriores se conocería como ‘coeficiente de Sharpe’ (Sharpe, 1964, pág. 432), es de destacar la importancia de este concepto al tener en cuenta el criterio de la ‘semivariancia negativa’ incluido en su libro (Markowitz, Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments, 1959, pág. 188). Así mismo, el concepto de Roy está incluido de forma determinante en las técnicas de valor en riesgo (value at risk, VaR) que actualmente se usa y es una herramienta de alcance a nivel mundial.

En la misma dirección, (Kataoka, 1963) y (Telser, 1956) sumaron esfuerzos para seguir desarrollando el enfoque de la Teoría del Comportamiento de Portafolios, haciendo un replanteamiento del trabajo hecho por (Roy, 1952). Kataoka, fija su análisis en que “el objetivo de los inversionistas es maximizar un nivel de subsistencia preestablecido, teniendo en cuenta la restricción de que la probabilidad que el inversionista llegara a un estado de pobreza no debe sobrepasar un límite predeterminado”. Mientras que Telser, plantea que “los inversionistas deben procurar que la probabilidad de su riqueza no llegue al nivel de subsistencia predeterminado y al mismo tiempo, no exceder una probabilidad establecida”.

De igual manera, (Tversky&Kahneman, 1979) aportan de manera significativa en relación con la teoría elaborada por (Markowitz, Portfolio Selection, 1952) llegando a plantear la teoría de perspectiva, basados en esta teoría se ha direccionado los esfuerzos desde los años 80, y se centra en “analizar el comportamiento y reacción humana en relación con decisiones financieras

bajo escenarios de pérdidas o ganancias. Llegando a establecer que el comportamiento que muestran los inversionistas cuando pierden dinero es distinto que el mostrado cuando ganan dinero, bajo la misma cantidad de incremento o disminución”, lo que intuitivamente podría ser obvio. Así, determina que “un individuo puede mostrar aversión al riesgo o tolerar un riesgo dependiendo de la cantidad de recursos que estén de por medio, determinando que existen individuos que pueden comprar un seguro y la lotería al mismo tiempo” (Tversky&Kahneman, 1979).

Como consecuencia de lo anterior, (Shefrin&Statman, Behavioral Portfolio Theory, 2000), fundamentan su teoría de Comportamiento de Portafolios, estableciendo que “los inversionistas ordenan sus inversiones en sub-portafolios bajo la característica central de objetivos de consumo final”, de esta manera, establecieron una forma diferente de gestionar y construir portafolios apoyados en los principios del Behavioral Finance, que buscan explicar porque se generan diferentes tipos de problemas en los mercados desde una perspectiva que tiene que ver con factores psicológicos como con factores de la economía. Llegando a establecer que “existen tendencias y sesgos en los inversionistas que generan comportamientos irracionales, que terminan afectando la valoración de los activos del mercado al otorgarle valores equivocados, esta clase de teorías establecen este tipo de problemas y buscan como sacar provecho para aumentar posibles retornos” (Herbert, 1955).

Dentro de muchas definiciones de Behavioral Finance o de las finanzas del comportamiento o conductuales, destacamos la de (Statman, 1994), el cual lo determina como “el estudio de la influencia de la psicología en toma de decisiones y en los mercados financieros”, y la definición de (Herbert, 1955), que dice que “es una disciplina intermedia entre el conocimiento de

psicología humana, los procesos de aprendizaje y elección; aplicados según la teoría económica”.

La evolución de este tema han sido suma de esfuerzos de importantes investigadores de finanzas, como: Fama (1998), De Bondt, Thaler y Bernstein (1985), Ettredge y Fuller (1991) y Fuller (2000), llegando a “desarrollar modelos en los que no tienen en cuenta supuestos tradicionales como lo son las preferencias constantes, expectativas racionales y análisis perfecto de la información, buscando explicación del comportamiento observado del homo sapiens, en cambio de describir cómo debería comportarse el homo economicus” (Russell&Thaler, 1985, pág. 1076).

En definitiva después de recorrer este mapa bibliográfica, llegamos al trabajo de (Das&Markowitz&Scheid&Statman, 2010) que si se tratara de identificar investigaciones que influenciaron se debería aclarar que fueron la teoría de Markowitz y la teoría de (Shefrin&Statman, Behavioral Portfolio Theory, 2000), retomando de esta última, el supuesto que “los inversionistas establecen sub-portafolios, y para cada uno utilizan distintos objetivos de Inversión”, con los cuales buscan cumplir sus objetivos de consumo finales.

Así, los inversionistas intentaran maximizar el retorno esperado del portafolio $\max_w \mu$, con la condición de no alcanzar el (H) determinado con una probabilidad α , en resumen todo esto se puede expresar así: $\Pr[r(p) < H] < \alpha$. En otras palabras, bajo la teoría de Objetivos de Inversión un inversionista que quiere saber con un 95% de nivel de confianza el portafolio eficiente que puede optar si espera una pérdida del 8% sería: $\Pr[r(p) < -0.08] < 0.05$.

Todo lo anterior asume que los activos, en los que se invierte tienen una distribución normal, acto seguido se obtienen los pesos o cantidades a invertir en cada activo del portafolio, con lo

anterior, los inversionistas deben elegir el mejor portafolio, donde las combinaciones de los activos con sus respectivos pesos o cantidades están relacionados con un nivel de riesgo implícito, teniendo en cuenta que esta relación entre los pesos o cantidades de los portafolios y los niveles de riesgo son no lineal, así, principalmente esta teoría y los diferentes aportes de las anteriores investigaciones descritas, se convierten en el punto de partida y oportunidad de profundizar y llevar a la práctica en este trabajo.

7. Marco teórico

Frente a lo relacionado con el estudio de inversión óptima, la literatura relacionada ha expuesto diferentes teorías, todas con un objetivo común desde diferentes perspectivas, el cual se centra en la cantidad de dinero a invertir y en qué clase de activos hacerlo para lograr una gestión adecuada de riesgo. El presente trabajo, aplica la Teoría bajo Objetivos de Inversión de (Das&Markowitz&Scheid&Statman, 2010) partiendo sobre el supuesto que “un inversionista tiene un proceso por el cual mentalmente define metas y actúa en pro de lograrlas de forma individual. De manera que el inversionista entiende que el retorno esperado y el riesgo de cada activo son elementos fundamentales para la toma de decisiones, pero, dado cada objetivo de inversión”.

La selección de portafolios de inversión, toma como punto de partida para analizar un activo de manera individual (sin diversificación o combinación de activos), determinar el retorno esperado, la varianza y de esta la desviación estándar. Se tiene en cuenta todas las probabilidades de los diferentes retornos, es decir, se pondera posibles retornos futuros con base a probabilidades, mientras que la varianza y la desviación estándar se usan como fórmulas de riesgo, entendiendo que conceptualmente son lo mismo pero expresada de diferente forma, por tanto, se usa la desviación estándar porque esta expresada en la misma unidad de medida que los retornos.

En el caso de analizar activos de manera combinada se debe determinar la covarianza y las correlaciones, la covarianza es la sumatoria del producto de cada posible retorno comparado con el retorno esperado de cada activo multiplicado por la probabilidad de ocurrencia, por tanto, se puede afirmar que la covarianza es un promedio ponderado por probabilidades donde se puede

comparar como se mueven al mismo tiempo los retornos de los dos activos y el coeficiente de correlación que es la covarianza dividida por el producto de las desviaciones estándar de cada activo, al hacer esta división se estandariza, de manera que el coeficiente de correlación va tener como máximo un valor igual a 1 o como mínimo un valor igual a -1, puede tomar cualquier número intermedio de este rango. Si el resultado es lo más cercano a -1 es la mejor oportunidad para diversificar.

Después de identificar los activos de acuerdo a los coeficientes de correlación que se pueden combinar debido a que se mueven de forma inversa (buena correlación, la más cercana a -1), se puede construir portafolios combinando estos activos, para armar ese portafolio se debe poder identificar el peso o cantidad de compra de cada activo o determinar la combinación adecuada para lograr una rentabilidad en relación con el riesgo que se asuma.

Para estructurar los portafolios inicialmente de dos activos se debe determinar el retorno esperado del portafolio, se debe tener en cuenta que el gran cambio para determinarlo es que ya no se parte de las probabilidades, sino que previamente se debe haber obtenido lo que espero ganar por cada uno de los activos y se introduce un nuevo factor y son las cantidades o pesos por activo, por tanto, la suma de los pesos de cada activo debe sumar 1, así haya en estos pesos cantidades negativas (venta en corto), en resumen el retorno esperado del portafolio es un promedio ponderado según la proporción que invierto en cada activo, a su vez el riesgo de portafolio, como se trata de más de dos activos se debe realizar adicionalmente una matriz de covarianza que nos va permitir estimar el riesgo del portafolio.

Normalmente se busca optimizar una función objetivo, sujeto a ciertas restricciones, desde un punto de vista financiero, Markowitz, planteó un proceso donde un inversionista busca

determinar el porcentaje de recursos que debe invertir en diferentes activos con el fin de lograr un portafolio que maximice el retorno esperado (expresada como media), teniendo en cuenta la restricción de no exceder una volatilidad máxima deseada (expresada como varianza), donde se puede identificar una relación con la teoría de la utilidad subjetiva esperada, desarrollada por (Von Neuman & Morgenstern, 1953), en la cual “no importan los factores psicológicos que puedan definir elecciones en el momento de tomar decisiones de inversión, debido a que los inversionistas “prefieren, maximizar el retorno con un máximo de riesgo tolerable, bajo un supuesto mayor como lo es condiciones de información eficiente”.

Por su parte, el modelo de Valoración de Activos Financieros (CAPM), tiene por objetivo “determinar la tasa de retorno esperada de un activo riesgoso, basado en una ecuación lineal que suma a la tasa libre de riesgo una prima de riesgo, relacionada con la sensibilidad del retorno del activo riesgoso y el comportamiento del mercado, conocida actualmente como el coeficiente Beta” (González&Nave, 2014). En palabras sencillas, este modelo determina que los inversionistas sólo son compensados por tomar riesgos necesarios, por ejemplo, el riesgo de mercado asociado al portafolio, y a su vez, el riesgo no correlacionado con el mercado, los inversionistas lo mitigan por medio de la diversificación.

Tanto el modelo Markowitz para la selección de portafolios de inversión y el Modelo de Valoración de Activos Financieros (CAPM), se fundamentan en que los inversionistas son muy racionales y estos toman decisiones bajo condiciones de mercado de valores eficientes, dejando prácticamente sin importancia el comportamiento observado de los inversionistas, que tienen sesgos del entorno como de ideas propias y afectan la toma de decisiones de inversión bajo riesgo.

De manera que un portafolio óptimo en el modelo CAPM, es aquél que se ubica en la frontera eficiente, que en otras palabras, está compuesto por una parte de inversión sin riesgo y combinado con un nivel de riesgo tolerable preestablecido, se logra maximizar el retorno, gráficamente, es el punto de tangencia entre la Línea del Mercado de Capitales y la frontera eficiente.

Posteriormente, (Black&Fische&Litterman, 1990) hicieron una combinación del CAPM y la teoría de Markowitz, en el cual “se centran en un enfoque bayesiano, mezclando las opiniones particulares de un inversionista sobre el desempeño de varios activos con las condiciones de equilibrio del mercado, logrando portafolios intuitivos y diversificados”, modelo conocido actualmente como Black-Litterman. Todo lo anteriormente descrito, contribuyo a ser hoy en día lo que se conoce y acepta a nivel mundial como la Teoría Moderna del Portafolio, de la cual se desprenden aristas o factores a tener en cuenta, como entender que existen mercados financieros que no son completamente eficientes, que dificulta la capacidad de tomar decisiones óptimas y más si se enfocan a los objetivos finales de consumo.

Así, nos acercamos a la Teoría del Comportamiento de Portafolios, desarrollada por (Shefrin&Statman, Behavioral Portfolio Theory, 2000), en este enfoque se propone, a diferencia de lo propuesto en la Teoría de Markowitz, que “los inversionistas consideran varias sub-portafolios donde cada uno estará asociada a un objetivo final de consumo, y pueden ser tantos sub-portafolios como prefiera el inversionista”.

Y basados en esta dirección de dividir el portafolio óptimo en sub-portafolios que estarán relacionados a los objetivos que desea cumplir por medio del retorno de la inversión, y al mismo tiempo, medir el riesgo a través de la probabilidad de no alcanzar un nivel de retorno

preestablecido, se centran los esfuerzos de este trabajo, inicialmente se puede creer que frente a la teoría de Markowitz tiene una ventaja la cual es que no es necesario especificar explícitamente el nivel de riesgo que el inversionista está dispuesto a enfrentar.

Como se observa, Shefrin y Statman toman distancia al supuesto que “el inversionista elige su portafolio únicamente a partir de la media y la varianza de los activos, y al cambio se centran en dar mayor importancia al valor esperado, y a los diferentes niveles de objetivos a alcanzar” (Shefrin&Statman, Behavioral Portfolio Theory, 2000).

En resumen, la Teoría de Portafolios bajo Objetivos de Inversión hace una combinación de muchos factores de las teorías expuestas anteriormente, pero toma como característica principal la división de la inversión según las expectativas que tenga cada inversionista, los cuales se entenderán en este trabajo como Objetivos de Inversión, logrando hallar una frontera eficiente de inversión que se adapte y este directamente relacionada con cada uno de dichos objetivos.

Al analizar el tema relacionado con el riesgo de los inversionistas, se puede evidenciar que la clasificación de perfiles de riesgo al tomar decisiones de inversión es insuficiente frente a los objetivos de inversión o consumo, comúnmente se establece funciones de utilidad cóncava para perfiles de bajo riesgo o funciones de utilidad convexa para perfiles de alto riesgo o por último, funciones de utilidad lineal para perfiles indiferentes al riesgo, dejando a un lado que el riesgo se percibe de diferente manera al tener en cuenta el tiempo y el entorno y los diferentes grados de necesidad de los inversionistas.

Este tipo de clasificación actualmente fundamenta varios modelos teóricos de consumo e inversión y se usa en la asesoría financiera tradicional brindada por instituciones como compañías de inversión, fondos de pensiones y bancos comerciales, que terminan recomendando

a grandes rasgos: activos como acciones y/o divisas para clientes con perfiles de riesgo alto, y activos como CDT's y/o bonos de deuda pública y cuentas de ahorro para clientes con perfiles de riesgo bajo.

Diferentes autores desarrollaron modelos alternativos en los que incluyen aspectos del comportamiento humano observado: siendo de resaltar el artículo de (Roy, 1952) "Safety first and the holding of assets", que pone en tela de juicio "la racionalidad plena de un inversionista y al mismo tiempo, analiza sentimientos como el miedo a una pérdida catastrófica de la riqueza en el momento de tomar posiciones en activos financieros para estructurar portafolios de inversión". A su vez, (Kahneman&Tversky, 1979, pág. 276) tienen en cuenta "la combinación de activos basados en la riqueza esperada, la necesidad de seguridad y el nivel aspiraciones que tiene el inversionista en el momento de tomar decisiones".

Así llegamos a la idea central de la teoría de Objetivos de Inversión donde el inversionista estructura diversos portafolios, cada uno orientado a cumplir un objetivo específico que no solamente componentes monetarios sino pueden ser emocionales y/o de entorno, los cuales están organizados por su importancia de acuerdo a su vida financiera y se buscan satisfacer en tiempos determinados, asociados a diferentes niveles de tolerancia al riesgo, en resumen, es posible crear sub-portafolios, de manera que pueda invertir para su retiro con un mayor grado de prudencia y al mismo tiempo para crecimiento de capital donde se busque obtener retornos mayores, por medio de una estructuración de inversiones de carácter más especulativas, lo anterior por lo menos en términos teóricos es mejor a suponer que el inversionista es siempre averso al riesgo como en el modelo de Markowitz, y no vislumbra diferentes niveles de riesgo asociados a fines determinados.

Por tanto, no habría un portafolio eficiente único para un inversionista, sino, variados portafolios que responden a objetivos ordenados y trazados en la vida financiera del inversionista, que se conforman de acuerdo a las necesidades y objetivos cambiantes, sin dejar a un lado que tiende a minimizar el riesgo en los objetivos asociados, por ejemplo, a necesidades básicas, fondos de retiro y a su vez maximizar el retorno cuando se enfoca en objetivos como lograr mejores condiciones presentes y futuras de vida, adquisición de bienes y/o servicios de lujo.

Por tanto, la construcción de múltiples portafolios que se ubican en la frontera eficiente por medio del análisis matemático de la evolución de las rentabilidades de los diferentes activos que lo forman, permitiendo ventas en corto, todo lo anterior enfocado a (a) objetivos de inversión variados, será un elemento de juicio en este trabajo, para lo cual nos centraremos en el desarrollo de lo siguiente, basado en el artículo “Portfolio Optimization with Mental Accounts” de (Das&Markowitz&Scheid&Statman, 2010), al maximizar la siguiente formula se obtiene el portafolio óptimo, incluyendo las ventas en corto, (a),

$$\max_w w' \mu - \frac{\gamma}{2} w' \Sigma w$$

Sujeto a que el inversionista debe invertir todo su dinero, formula (b), donde $\mathbf{1}$ es un vector de unos que al multiplicarlo por w' debe sumar 1.

$$w' \mathbf{1} = 1 \quad (b)$$

La solución de la optimización es (c)³,

$$w = \frac{1}{\gamma} \Sigma^{-1} \left[\mu - \left(\frac{\mathbf{1}' \Sigma^{-1} \mu - \gamma}{\mathbf{1}' \Sigma^{-1} \mathbf{1}} \right) \mathbf{1} \right] \in R^n \quad (c)$$

La fórmula (c) ayuda a obtener los pesos o cantidades óptimos de capital a invertir por activo. Para esto se establece la media de los retornos y la matriz de covarianzas de los activos, además se debe establecer el nivel de riesgo que tolera el inversionista.

Lo anterior está desarrollado bajo la teoría de Markowitz, a continuación se considera la teoría bajo objetivos de inversión.

Los inversionistas utilizan como medida de riesgo la probabilidad de no alcanzar un nivel de probabilidad determinado, así (d).

$$\Pr[r(p) \leq H] \leq \alpha \quad (d)$$

Resolviendo la formula (e) y al asumir que los activos tienen una distribución normal, hallamos los pesos o cantidades a invertir en cada activo del portafolio.

$$H \leq w' \mu + \Phi^{-1}(\alpha) [w' \Sigma w] \quad (e)$$

³ En el anexo B, se presenta la forma de hallar la formula (c), como llegar a la solución de la optimización.

Las cantidades o pesos de la formula anterior deben cumplir la restricción de la formula (c), por tanto, hay un nivel de riesgo implícito. Es así como reemplazando la formula (c) en la formula (e) logramos la formula (f).

$$H = w(\gamma) \mu + \Phi^{-1}(\alpha) [w(\gamma) \Sigma w(\gamma)] \quad (f)$$

De manera que,

$$w(\gamma) = \frac{1}{\gamma} \Sigma^{-1} \left[\mu - \left(\frac{\mathbf{1}' \Sigma^{-1} \mu - \gamma}{\mathbf{1}' \Sigma^{-1} \mathbf{1}} \right) \right] \quad (g)$$

La solución en la formula (f) se consigue acto seguido de obtener los niveles de riesgo implícitos en (g).

Así, bajo las anteriores referencias conceptuales y matemáticas detalladas, estará centrado el enfoque para el desarrollo de los objetivos de este trabajo, que por medio de análisis prácticos que evalúen el comportamiento de las variable que componen los portafolios eficientes obtenidas por la teoría bajo Objetivos de Inversión; llevar a la práctica y entregar un análisis de los resultados obtenidos en una serie temporal con activos, precios, retornos y condiciones reales financieras y actuales.

8. Metodología de la investigación.

La administración y estructuración de portafolios de inversión es un proceso lógico que busca combinaciones adecuadas de activos, generalmente podemos describir tres pasos:

- Planeación: se determinan los objetivos de inversión, las expectativas de mercado y la asignación de capital.
- Estructuración: se construye los portafolios.
- Monitoreo: se evalúa el desempeño del portafolio

Al cumplir estos pasos principales se puede optar por mantener el portafolio lo cual daría como tarea centrarse en el tercer paso o rebalancear el portafolio lo cual originaría volver al segundo paso, todo con el fin de que los objetivos de inversión sean alcanzados y rápidamente se adapte el portafolio a las condiciones de mercado.

En un estudio de asignación de activos realizado por (Sharpe&Alexander&Bailey, 1999, págs. 569-576), se establece que un departamento de inversiones de un fondo generalmente realiza entre otros, los siguientes pasos, los que relacionamos a continuación son los que vamos a utilizar y a los cuales le definimos un alcance propio de acuerdo al desarrollo de nuestros objetivos:

1. *“Seleccionar las clases de activos deseadas y los índices de referencia representativos”*: Se seleccionaran las acciones resultado de aplicar el filtro especializado de Bloomberg y el índice de referencia a utilizar es S&P 500.
2. *“Escoger un periodo histórico representativo y obtener retornos para las clases de activos”*: Se determinó el periodo de 20 años para las acciones y para los sectores se usa un periodo de 28 años de manera mensual en ambos casos.

3. *“Calcular para los activos medidas de tendencia central, medidas de variabilidad o dispersión, medidas de forma de la distribución del conjunto de datos y medidas de asociación lineal”*: se creó un modelo computacional basado en Matlab, para el desarrollo del modelaje financiero se crearon unos scripts (códigos programados) para generar los cálculos en relación basados en matrices.
4. *“Encontrar varias combinaciones eficientes de activos para diferentes niveles de tolerancia al riesgo”*: Se determinan los pesos o cantidades de cada activo de los diferentes portafolios óptimos bajo la teoría de Objetivos de inversión, asociados a diferentes niveles de riesgo y objetivos finales de consumo.
5. *“Se calcula el riesgo, rentabilidad y fronteras eficientes mediante un proceso de optimización teniendo en cuenta las condiciones que debe cumplir cada portafolio en relación con H y probabilidad α como medida principal de riesgo y a su vez, permitiendo ventas en corto”*: En Matlab se desarrolla la optimización bajo la teoría de objetivos de inversión y teoría de Markowitz implementando cada una de las formulas demostradas con anterioridad.
6. *“Finalmente, solicitar a la junta seleccionar, con base en sus expectativas sobre los resultados futuros, una de las combinaciones de activos para que constituya la política de asignación de activos”*: Por medio de diferentes tipos de ratios se determinó el desempeño de los portafolios creados bajo la teoría de objetivos de inversión para constituir la política de asignación de activos y el tipo de gestión recomendada de acuerdo a los objetivos finales de consumo para este fondo.

Matlab es la herramienta donde se definieron una serie de scripts (códigos) que junto al uso de la data base del análisis establecida utilizando Bloomberg, obtendremos la optimización de los portafolios reales bajo las teorías a analizar y contrastar, además del retorno esperado, nivel de riesgo, la sensibilidad frente a cambios de H y α ; entre otros, que permitirán determinar los resultados en la práctica.

Basado en todo lo anterior, la metodología para el desarrollar el análisis empírico, combina lo anteriormente definido y lo propuesto en el análisis teórico de (Das&Markowitz&Scheid&Statman, 2010). Donde hay argumentos para creer en la idea de que “existe una equivalencia matemática entre encontrar un portafolio óptimo bajo Markowitz y bajo Objetivos de Inversión, sin restricciones en venta en corto”.

Como Anexo D en Excel (denominado Resultados de la Demostración Teórica) de este trabajo, se relacionan los resultados detallados y paso a paso del ejercicio teórico desarrollado (Das&Markowitz&Scheid&Statman, 2010), que simulamos en Matlab por medio del Script llamado (Demostración Teórica) realizado con cálculos propios.

A continuación se relacionan los principales aspectos de la demostración obtenida en Matlab como ejemplo del paso a paso de la metodología a desarrollar en el ejercicio práctico y con activos reales a desarrollar en este trabajo.

Se identifica un individuo que tiene tres portafolios: retiro, educación y herencia. Cada una está asociada a un objetivo de inversión distinto.

Partiendo de lo siguiente: en el primer portafolio el inversionista busca ganar dinero para su *retiro* su nivel de aversión al riesgo es la más alta de estos tres escenarios, en el segundo caso, el inversionista es menos averso al riesgo y su objetivo de inversión es *educación* y en el tercer y

último objetivo de inversión es *herencia*, ante lo cual el inversionista es el menos averso al riesgo que en los dos escenarios anteriores. Así:

- Retiro: 3,7950
- Educación: 2,7063
- Herencia: 0.8773

Para obtener los portafolios óptimos, los autores definen tres activos para invertir, los cuales son⁴:

Tabla 1: Retorno esperado y matriz de varianza y covarianza.

$$\mu = \begin{bmatrix} 0.05 \\ 0.10 \\ 0.25 \end{bmatrix}, \quad \Sigma = \begin{bmatrix} 0.0025 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0400 & 0.0200 \\ 0.0000 & 0.0200 & 0.2500 \end{bmatrix}$$

Fuente: (Das&Markowitz&Scheid&Statman, 2010).

- Un bono que es considerado como activo seguro, el que tendrá un retorno esperado de 5%, un activo de bajo riesgo con un retorno de 10% y otro activo de alto riesgo, con un retorno de 25%.

Los pesos para cada uno de los portafolios se calculan considerando que no hay restricciones de venta en corto, a partir de la aplicación de la fórmula (c).

$$w = \frac{1}{\gamma} \Sigma^{-1} \left[\mu - \left(\frac{\mathbf{1}' \Sigma^{-1} \mu - \gamma}{\mathbf{1}' \Sigma^{-1} \mathbf{1}} \right) \mathbf{1} \right] \in R^n$$

Los resultados son:

⁴ (Los datos son extraídos del artículo "Portfolio optimization with mental account" de (Das H. M., 2010)).

El portafolio de Retiro obtuvo un retorno esperado es de 10.23% con una desviación estándar de 12.3%, tiene posición larga en los tres activos con un 53.93% en bono, un 26.57% en el activo de bajo riesgo y un 19.49% en el activo de alto riesgo.

En el portafolio para Educación el retorno alcanzo 12.18% con una desviación estándar de 16.57%, mantiene posiciones largas en todos los activos con diferentes ponderaciones un 37.86% en el bono, un 35.01% en el activo con alto riesgo y un 27.13% en el activo de alto riesgo.

Mientras que en el portafolio para invertir en Herencia, se obtuvo un retorno esperado de 26.35% con un nivel de riesgo de 49.13%, tomando una posición corta y concentrándose en los activos más riesgosos. La posición es -78.92% en bono, un 96.23% en el activo con bajo riesgo y un 82.69% en el activo con alto riesgo.

Tabla 2: Pesos o cantidades, Retorno esperado y Desviación estándar por cada portafolio.

$W =$	Bono	Activo bajo riesgo	Activo Alto Riesgo	$w'1$
Retiro	53,93%	26,57%	19,50%	1
Educacion	37,86%	35,01%	27,13%	1
Herencia	-78,92%	96,23%	82,69%	1

	Retiro	Educacion	Herencia
Retorno esperado de cada Portafolio	10,23%	12,18%	26,35%
Varianza del portafolio	1,51%	2,75%	24,14%
Desviacion Estandar del portafolio	12,30%	16,57%	49,13%

Coefficiente de variacion	1,2025	1,3609	1,8645
----------------------------------	---------------	---------------	---------------

Fuente: Elaboración Propia.

Así, se obtiene los portafolios destinados a *Retiro*, *Educación* y *Herencia*, con sus posiciones largas y cortas, a su vez, se puede determinar el retorno esperado y la desviación estándar en cada portafolio, al desarrollar lo anteriormente descrito hemos optimizado bajo la teoría de Markowitz, es decir, lograr los puntos óptimos para cada uno de los portafolios.

A su vez, al determinar el coeficiente de variación (riesgo/rendimiento) se evidencia que para el portafolio de Retiro para tener la esperanza de ganar un 1% de rendimiento tenemos que asumir 1.20 de riesgo, para el portafolio de Educación por cada 1% que esperamos ganar necesariamente se debe asumir 1.36 de riesgo y por ultimo para el portafolio de Herencia se debe asumir el mayor riesgo de 1.86 para obtener un 1% de rendimiento.

El grafico representa la frontera eficiente de acuerdo a los tres portafolios óptimos que se consiguen sin restricción de venta en corto, bajo la teoría de Markowitz.

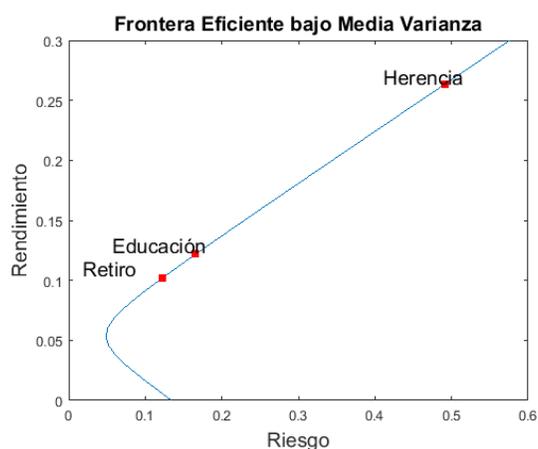


Grafico 12: Frontera Eficiente bajo la Teoría de Markowitz (Fuente: Elaboración Propia).

El siguiente paso es optimizar bajo la teoría de Objetivos de Inversión a partir de establecer niveles de retorno deseados por cada portafolio y la probabilidad de no alcanzarlo, obtendremos los niveles de riesgo de cada portafolio y se podrá determinar las diferentes combinaciones entre H y α que permiten obtener el mismo nivel de riesgo.

El uso de las formulas (f) y (g) será fundamental para la optimización, a partir de lo siguiente:

- Los niveles de retorno elegidos para los portafolios son $H = [-10\%, -5\%, -15\%]$ para *retiro*, *educación* y *herencia*, en ese orden.
- La probabilidad de no alcanzar los límites son $\alpha = [5\%, 15\%, 20\%]$, respectivamente.

Tabla 3: Nivel de retorno por límite y probabilidad de no alcanzarlo

Portafolio	H	Alfa α	Retorno esperado	Desviacion Estandar
	Limites	Probabilidad*		
Retiro	-10%	5%	10,23%	12,30%
Educacion	-5%	15%	12,18%	16,57%
Herencia	-15%	20%	26,35%	49,13%

* La probabilidad de no alcanzar el limite de rentabilidad.

Limites (H)	α	α	α
	Retiro	Educacion	Herencia
-25%	0,21%	1,24%	14,80%
-20%	0,70%	2,61%	17,27%
-15%	2,01%	5,05%	20,00%
-10%	5,00%	9,04%	22,97%
-5%	10,78%	15,00%	26,17%
0%	20,28%	23,12%	29,59%
5%	33,54%	33,25%	33,19%
10%	49,26%	44,78%	36,96%
15%	65,10%	56,77%	40,87%
20%	78,65%	68,16%	44,86%
25%	88,51%	78,05%	48,90%
Retorno esperado de cada Portafolio	10,23%	12,18%	26,35%
Varianza del portafolio	1,51%	2,75%	24,14%
Desviacion Estandar del portafolio	12,30%	16,57%	49,13%

Fuente: Elaboración Propia.

En lo anterior se evidencia que la optimización bajo la teoría de Objetivos de Inversión, partiendo del nivel de retorno deseado y la probabilidad de no poder ser alcanzado, son los parámetros para hallar los mismos niveles de riesgo que utilizamos en el cálculo bajo la teoría de Markowitz de manera explícita. Al mismo tiempo determinamos que existen distintas combinaciones entre el nivel de retorno H y la probabilidad α que permiten obtener el mismo riesgo.

Al analizar las fronteras eficientes bajo la teoría de Objetivos de Inversión manteniendo constante el límite en $H = [-5\%, -10\%, -15\%]$ y aumentar la probabilidad α se puede determinar que los retornos esperados obtenidos son cada vez mayores, resultados que se logra

de intercambiar riesgo entre α y H al optimizar bajo esta teoría, como se puede observar en la siguiente gráfica.

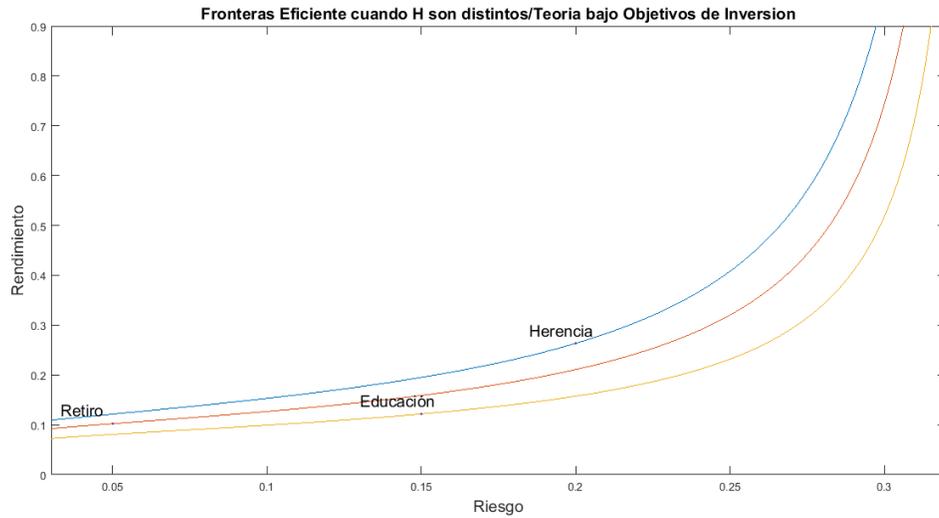


Gráfico 13: Fronteras Eficientes bajo objetivos de inversión para casa portafolio (Fuente: Elaboración Propia).

9. Caracterización de datos

Por medio del uso de herramientas como Bloomberg y la posibilidad de aplicar lo aprendido en las diferentes clases de la Maestría en Finanzas Corporativas en el CESA, se obtuvo los activos bajo criterios fundamentales como lo son Price Earning, Price Value, EBITDA, Net Deb Ebitda e indicadores de niveles de apalancamiento como ROE, ROA, entre otros, además se usó el sistema de clasificación de la industria GICS (Global Industry Classifications Standard) desarrollado en el año 1999 por los proveedores de índices MSCI y Standard & Poor, con el fin de estandarizar y facilitar el análisis de los mercados. El cual cuenta con una estructura actual de 10 sectores, 24 grupos de industrias, 67 industrias y 156 sub industrias⁵.

Por otra parte, Se usó la clasificación de sectores (Energía, Materiales, Industrial, Consumo Discrecional, Consumo Básico, Salud, Financiero, Tecnología, Servicios de Comunicaciones y Servicios Básicos), fundamentados en que en este tipo de clasificación agrupa las compañías de manera cuantitativa y cualitativa, estipulando a nivel de sub industria según la principal actividad de la empresa y por el nivel de ingreso que generan, teniendo en cuenta los modelos de negocio, los conductores financieros, a su vez, es de resaltar que se reconoce la percepción que tiene el mercado⁶. Logrando determinar por medio de un filtro especializado creado en Bloomberg, donde cuantitativamente a nivel estadístico bajo un análisis de percentiles que cumplieran con los criterios descritos en la hipótesis, sin dejar a un lado el grado de liquidez de los últimos 28

⁵ Fuente: <https://www.msci.com/gics>

⁶ Fuente: <https://www.msci.com/gics>

años, ajustando los precios por eventos corporativos como por ejemplo splits y pago de dividendos, Spin-Offs, las acciones a usar.

En detalle, para lograr los objetivos de esta investigación utilizamos dos tipos de datos: El primero son los “last Price” y retornos mensuales de las 103 acciones, estos se obtuvieron combinando la función para datos y análisis financiero MRR – Ranking de empresas por retorno y EQS donde se creó un filtro especializado en Bloomberg que cumpliera con los criterios fundamentales descritos en la hipótesis y anteriormente, de acuerdo al enfoque de análisis fundamental, se tuvieron en cuenta factores relevantes que influyen en el comportamiento futuro de las utilidades y dividendos de las compañías y, por consecuencia, en el precio de las acciones. Sin dejar de tener en cuenta que teóricamente el factor determinante es el "valor de la empresa" y el precio de la acción siempre buscara ajustarse a dicho valor.



8. Grafico 14: EQS parámetros filtro especializado (Fuente: Bloomberg)

Así se desarrolló el filtro dando como resultado las 103 acciones de empresas que se utilizaron para el desarrollo de los dos primeros objetivos de este trabajo:

1 <G0> Resultados, 89 <G0> Ver último filtro sin guardar

9) Fórmula 90 Acciones 99 Prueba Filtrar acciones Desde 03/02/2017

Mis filtros recientes: Fab

Criterios de filtro

1) Bolsas 2) Sectores 3) País de domicilio
4) Indices 5) Carteras/Monitor 6) Más categorías

Añadir criterios 3 Campo

Criterios seleccionados de filtro

Criterios seleccionados de filtro	Casados
Universo valores	890941
1) Estado operativo: Activo	250813
2) Indices: S&P 500 Índice de consumo discrec, S&P 500 Índice de con	470
3) T12M EBITDA has data	430
4) LF Deuda neta/EBITDA has data	415
5) T12M Beneficios básicos por acción has data	414
6) Costo de capital WACC has data	409
7) LF Best Deuda neta [USD] has data	332
8) LF ROE Best has data	146
9) LF ROA Best has data	103
0) Cap mercado actual [USD] has data	103
4) Añadir criterios de filtros	

Resultados

Australia 61 2 9777 8600 Brazil 5911 2345 9000 Europe 44 20 7330 7500 Germany 49 69 9204 1210 Hong Kong 652 2977 6000
Japan 61 3 3201 8500 Singapore 65 6212 1000 U.S. 1 212 318 2000

Grafico 15: Paso a paso resultado de la aplicación del filtro especializado (Fuente: Bloomberg)

En detalle los resultados al aplicar el filtro especializado fueron los siguientes:

Tabla 4: Acciones obtenidas al aplicar filtro especializado Bloomberg de acuerdo a fundamentales definidos.

*Expresado en millones de USD										
Ticker	Short Name	EBITDA T12M*	Net Debt to EBITDA LF	EPS T12M	Coste de capital WACC	BEst Deuda neta:Q*	BEst ROE:Q	ROA	Cap mercado*	
Median		1,556,04	1,12	3,21	9,34	2,037,50	19,40	7,60	19,994,70	
AAPL US Equity	APPLE INC	69.750,00	-2,27	8,40	10,82	-128.022,00	32,04	13,47	733.413,77	
WMT US Equity	WAL-MART STORES	32.844,00	1,19	4,40	7,29	37.007,00	17,47	6,83	216.506,25	
MSFT US Equity	MICROSOFT CORP	27.364,00	-1,38	2,15	10,58	-47.259,00	30,23	7,45	501.825,88	
CMCSA US Equity	COMCAST CORP-A	26.417,00	2,19	1,80	8,56	58.115,20	14,70	4,40	178.257,76	
INTC US Equity	INTEL CORP	20.664,00	0,10	2,17	10,64	6.129,00	18,13	10,82	169.877,05	
PG US Equity	PROCTER & GAMBLE	16.525,00	0,97	5,71	7,51	23.108,20	26,50	12,20	234.326,70	
IBM US Equity	IBM	15.854,00	2,12	12,44	9,73	34.496,00	39,50	5,00	171.617,52	
HD US Equity	HOME DEPOT INC	15.400,00	1,37	6,49	9,74	19.260,50	192,15	18,30	178.679,84	
ORCL US Equity	ORACLE CORP	14.954,00	-0,26	2,13	9,70	-4.473,00	15,83	6,17	176.072,98	
V US Equity	VISA INC-CLASS A	9.115,00	0,34	2,85	8,97	11.322,00	23,63	11,70	206.520,88	
TWX US Equity	TIME WARNER INC	8.216,00	2,78	5,00	7,77	20.242,30	19,40	7,70	76.581,66	
LOW US Equity	LOWE'S COS INC	7.435,00	2,02	3,47	9,45	13.150,00	59,97	11,75	70.849,04	
TGT US Equity	TARGET CORP	7.267,00	1,41	4,76	8,05	10.865,70	14,75	4,45	32.482,85	
LMT US Equity	LOCKHEED MARTIN	7.094,00	1,75	17,39	7,74	11.787,70	145,90	7,70	77.914,92	
MA US Equity	MASTERCARD INC-A	6.994,00	-0,45	3,69	9,41	-3.296,50	70,67	21,20	121.061,16	
TXN US Equity	TEXAS INSTRUMENT	5.754,00	0,02	3,39	10,84	288,50	36,00	22,95	78.121,84	
NKE US Equity	NIKE INC-CL B	5.161,00	-0,47	2,32	9,80	-2.122,00	36,00	25,00	95.876,95	
COST US Equity	COSTCO WHOLESALE	5.035,00	-0,20	5,50	8,88	-323,00	20,47	7,17	73.123,29	
CCL US Equity	CARNIVAL CORP	4.809,00	1,84	3,76	9,00	9.360,00	8,66	7,60	40.635,15	
GD US Equity	GENERAL DYNAMICS	4.763,00	0,33	9,70	9,03	1.949,25	27,70	9,60	58.250,63	
DE US Equity	DEERE & CO	4.600,70	0,46	4,64	8,95	30.726,00	20,30	6,40	35.399,45	
DHR US Equity	DANAHER CORP	4.472,40	2,53	3,70	8,91	10.907,50	7,90	4,10	60.495,64	
TMO US Equity	THERMO FISHER	4.207,20	3,77	5,13	9,32	16.034,00	14,90	7,10	62.392,30	
RTN US Equity	RAYTHEON CO	3.755,00	0,51	7,45	8,05	2.372,00	19,95	8,20	45.270,46	
NOC US Equity	NORTHROP GRUMMAN	3.649,00	1,24	12,30	8,29	4.987,50	36,90	11,10	42.935,23	
WM US Equity	WASTE MANAGEMENT	3.597,00	2,58	2,67	7,49	9.047,00	22,30	5,70	32.261,01	
AVGO US Equity	BROADCOM LTD	3.534,00	2,84	-4,76	11,75	9.064,67	17,60	8,10	86.279,53	
MU US Equity	MICRON TECH	3.309,00	1,61	-0,29	12,88	6.033,00	21,57	9,80	27.072,56	
AMAT US Equity	APPLIED MATERIAL	2.995,00	-0,34	1,97	11,39	-3.079,00	36,60	18,90	39.791,77	
ECL US Equity	ECOLAB INC	2.765,70	2,30	4,20	9,20	6.135,00	13,70	5,10	36.718,61	
DVA US Equity	DAVITA INC	2.614,79	3,02	4,35	8,27	8.359,00	11,80	3,30	13.460,48	
RSG US Equity	REPUBLIC SVCS	2.607,70	2,91	1,79	7,63	7.597,50	9,40	3,50	21.093,82	
TEL US Equity	TE CONNECTIVITY	2.589,00	-1,37	5,77	10,56	3.273,00	17,00	10,90	27.048,45	
GLW US Equity	CORNING INC	2.586,00	-0,54	3,61	9,88	-1.159,33	8,00	5,00	26.172,24	
SLB US Equity	SCHLUMBERGER LTD	2.559,00	4,05	-1,18	8,99	9.826,60	3,85	1,60	114.694,27	
LB US Equity	L BRANDS INC	2.503,56	1,52	4,02	8,29	4.771,00	-6,00	1,00	15.104,19	
FIS US Equity	FIDELITY NATIONAL	2.471,00	3,96	1,74	8,62	9.343,50	6,85	2,70	27.295,36	
CMI US Equity	CUMMINS INC	2.458,00	0,19	8,26	9,51	389,28	20,10	9,70	25.702,54	
DISCA US Equity	DISCOVERY COMM-A	2.380,00	3,20	1,97	10,38	7.695,00	20,70	6,80	16.985,94	
WDCC US Equity	WESTERN DIGITAL	2.373,00	3,36	-1,48	11,51	7.492,88	15,25	6,03	22.681,68	
NVDA US Equity	NVIDIA CORP	2.121,00	-1,88	3,02	13,53	-5.348,00	24,43	14,87	60.543,31	
PCAR US Equity	PACCAR INC	2.107,50	-1,39	1,49	10,53	6.889,67	26,70	13,00	24.278,56	
ROST US Equity	ROSS STORES INC	2.105,16	-0,34	2,85	9,47	-848,00	26,25	5,70	26.327,25	
EL US Equity	ESTEE LAUDER	1.993,80	1,18	2,94	8,37	2.721,25	32,30	12,00	30.796,41	
FISV US Equity	FISERV INC	1.856,00	2,30	4,21	8,85	4.055,00	40,70	17,40	25.127,58	
ADBE US Equity	ADOBE SYS INC	1.825,14	-1,57	2,35	9,72	-3.057,50	13,65	7,80	59.462,34	
LH US Equity	LABORATORY CP	1.815,40	2,98	7,05	8,33	5.256,50	13,70	5,30	14.602,30	
GPS US Equity	GAP INC/THE	1.769,00	-0,27	1,69	10,53	-246,67	10,80	1,60	9.704,78	
UHS US Equity	UNIVERSAL HLTH-B	1.698,02	2,43	7,22	6,99	3.984,00	17,60	8,00	12.128,69	
JCI US Equity	JOHNSON CONTROLS	1.575,00	7,94	-0,32	9,28	11.806,20	7,30	3,10	40.064,15	
LRCX US Equity	LAM RESEARCH	1.556,04	-1,87	6,21	10,98	-649,00	23,70	15,60	19.487,53	
NWL US Equity	NEWELL BRANDS IN	1.537,30	7,35	1,18	9,55	11.158,50	13,50	4,30	23.927,04	
DGX US Equity	QUEST DIAGNOSTIC	1.526,00	2,21	4,57	8,39	3.390,00	13,50	6,10	13.529,54	
CA US Equity	CA INC	1.524,00	-0,58	1,89	9,64	-1.134,00	12,00	6,00	13.688,65	
STX US Equity	SEAGATE TECHNOLO	1.510,00	-1,37	7,72	12,21	-4.330,65	61,77	9,65	10.605,65	
BBBY US Equity	BED BATH & BEYOND	1.499,34	0,68	4,72	9,33	1.145,50	26,50	10,10	6.120,84	
DHI US Equity	DR HORTON INC	1.464,50	1,13	2,51	9,57	1.782,00	8,20	1,90	12.173,28	
JWN US Equity	NORDSTROM INC	1.451,00	1,22	2,05	10,74	2.037,50	6,30	5,85	7.904,40	
INTU US Equity	INTUIT INC	1.427,00	0,36	3,77	10,22	-1.493,00	310,00	83,00	31.852,95	
CERN US Equity	CERNER CORP	1.415,25	0,15	1,88	8,91	54,40	16,50	11,70	18.282,95	
GWVW US Equity	VW GRANGER INC	1.368,35	1,44	9,90	8,40	2.047,67	36,80	12,20	14.833,48	
ENI US Equity	ENVIRO CORP-A	1.312,58	1,12	1,78	9,48	8.825,00	7,50	0,90	4.433,33	
ADI US Equity	ANALOG DEVICES	1.311,89	-1,91	2,96	11,63	-2.754,33	19,80	8,30	25.899,15	
COL US Equity	ROCKWELL COLLINS	1.282,00	1,54	5,65	9,35	1.836,75	34,10	10,40	12.805,54	
EA US Equity	ELECTRONIC ARTS	1.231,00	-2,62	4,26	9,35	-4.093,00	9,00	3,70	27.071,79	
KLAC US Equity	KLA-TENCOR CORP	1.228,32	0,31	5,53	9,97	890,85	88,20	19,60	14.331,33	
LLL US Equity	L3 TECHNOLOGIES	1.214,00	2,44	9,16	9,26	3.315,00	13,00	6,00	13.288,82	
ROK US Equity	ROCKWELL AUTOMAT	1.198,90	-0,49	5,86	10,50	-504,50	34,70	9,70	19.994,70	
KORS US Equity	MICHAEL KORS HOL	1.189,57	-0,19	4,47	8,58	-362,33	37,80	4,00	5.994,22	
LU US Equity	FOOT LOCKER INC	1.158,00	-0,79	4,94	8,48	-964,78	20,03	11,13	10.058,41	
CTXS US Equity	CITRIX SYSTEMS	1.117,35	-1,11	3,45	10,05	-1.461,00	18,35	7,45	12.628,58	
JNPR US Equity	JUNIPER NETWORKS	1.107,20	-0,41	1,58	9,88	-1.833,50	9,10	4,70	10.790,99	
EFX US Equity	EQUIFAX INC	1.086,60	2,34	4,10	8,72	2.464,00	19,30	10,85	15.962,12	
PHM US Equity	PULTEGROUP INC	1.036,67	2,65	1,78	10,14	3.032,00	7,60	1,00	7.148,08	
VRSK US Equity	VERISK ANALYTIC	992,23	2,27	3,52	7,94	2.045,50	33,90	11,20	14.025,90	
CTAS US Equity	CINTAS CORP	977,15	0,99	4,89	8,67	916,33	22,60	10,70	12.565,83	
TSS US Equity	TOTAL SYS SERVS	946,93	3,10	1,73	9,03	2.795,00	16,67	6,00	10.135,84	
SIG US Equity	SIGNET JEWELERS	941,70	1,63	6,56	8,82	1.134,00	8,80	4,40	4.514,40	
A US Equity	AGILENT TECH INC	901,00	-0,28	1,57	10,33	-739,50	14,50	8,00	16.759,89	
FAST US Equity	FASTENAL CO	899,89	0,31	1,74	9,16	205,00	25,70	18,10	14.746,52	
COH US Equity	COACH INC	898,10	-1,39	1,82	9,75	-597,00	11,60	2,90	10.772,85	
HBI US Equity	HANESBRANDS INC	878,82	3,73	1,42	9,26	3.703,67	51,90	7,30	7.612,29	
TSCO US Equity	TRACTOR SUPPLY	837,04	0,30	3,29	10,44	334,50	30,20	16,50	9.401,80	
CHD US Equity	CHURCH & DWIGHT	831,80	1,12	1,78	7,39	860,33	22,40	11,00	12.790,21	
ULTA US Equity	ULTA BEAUTY INC	797,09	-0,30	5,99	8,75	-258,50	20,70	4,65	17.103,44	
AKAM US Equity	AKAMAI TECHNOLOG	793,90	-1,23	1,81	9,34	-1.040,67	11,70	9,00	10.976,84	
WU US Equity	WESTERN UNION	746,90	2,56	0,51	9,70	2.419,00	77,20	8,00	9.574,79	
ILMN US Equity	ILLUMINA INC	727,95	-0,70	3,16	9,62	-465,50	14,30	7,60	24.695,44	
WAT US Equity	WATERS CORP	720,79	-1,37	6,47	9,16	-1.101,00	18,20	9,10	12.479,77	
CRM US Equity	SALESFORCE.COM	696,47	-0,29	0,28	10,14	-2.027,00	2,60	1,20	58.390,43	
SYMC US Equity	SYMANTEC CORP	637,00	2,45	3,21	8,85	2.396,83	21,15	4,60	18.001,89	
FTV US Equity	FTV NETWORKS	611,78	-1,96	6,60	8,87	-1.330,00	39,15	21,40	9.399,39	
MTD US Equity	METTLER-TOLEDO	609,51	1,21	14,54	8,97	809,50	82,40	14,90	12.545,89	
UAA US Equity	UNDER ARMOUR-A	562,24	1,01	0,49	11,13	784,83	5,53	3,55	8.554,04	
EVHC US Equity	ENVISION HEALTHC	526,27	10,46	0,21	6,95	5.605,00	3,10	1,30	7.700,67	
URBN US Equity	URBAN OUTFITTER	492,60	-0,54	1,93	9,21	-352,60	11,65	3,30	2.961,64	
HP US Equity	HELMERICH & PAYN	476,51	-0,80	-1,02	11,75	-346,67	-3,40	-2,70	7.589,64	
NFLX US Equity	NETFLIX INC	437,32	3,73	0,44	12,46	2.196,00	22,30	4,70	61.398,21	
PKI US Equity	PERKINELMER INC	406,51	1,69	2,14	10,06	628,00	10,40	5,00	6.065,73	
FTI US Equity	TECHNIPFMC PLC	404,40	0,47	0,48	9,13	136,28	7,93	3,80	15.486,19	
RHT US Equity	RED HAT INC	392,67	-3,14	1,34	9,69	-1.496,00	27,40	8,20	14.840,69	
FLIR US Equity	FLIR SYSTEMS	353,23	0,44	1,22	8,26	158,00	11,60	10,70	5.051,55	

Fuente: Elaboración Propia.

El segundo grupo de datos que utilizamos en particular para el desarrollo del tercer objetivos y con el fin de tener un criterio de juicio más generalizado fue usar los “last Price” y retornos mensuales de los diez sectores más importantes de la economía de Estados Unidos durante los últimos 28 años, es decir el periodo comprendido entre Septiembre de 1989 a Febrero de 2017, seleccionados utilizando funciones de bloomberg para datos y análisis financiero; como WEI – Monitor de Índices bursátiles, WEIS – Ranking de índices bursátiles, IRR – Ranking de índices por retorno y GRR – Retorno por sectores de un índice. Estos índices representan las rentabilidades obtenidas por sector, por lo cual en su conjunto podemos suponer que estas constituyen el mercado accionario estadounidense. A continuación se relaciona una descripción breve de cada índice que se puede encontrar en Bloomberg con mayor detalle, en estos se puede conocer el volumen, miembros, análisis financiero, entre otros.

- Bienes de consumo de primera necesidad



Grafico 16: Características CONS Index (Fuente: Bloomberg)

- Energía



Gráfico 17: Características ENRS Index (Fuente: Bloomberg)

- Servicios Financieros



Gráfico 18: Características FINL Index (Fuente: Bloomberg)

- Salud



Gráfico 19: Características HLTH Index (Fuente: Bloomberg)

- Industriales

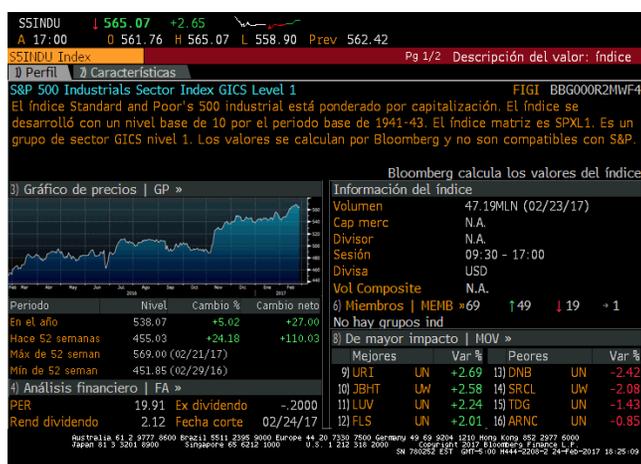


Gráfico 20: Características INDU Index (Fuente: Bloomberg)

- Tecnología de la Información



Gráfico 21: Características INFTL Index (Fuente: Bloomberg)

- Materiales



Gráfico 22: Características MATR Index (Fuente: Bloomberg)

- Servicios Públicos



Grafico 25: Características TELS Index (Fuente: Bloomberg)

Para que los precios cumplieran con integridad, razonabilidad y fiabilidad se toma desde septiembre de 1989 debido a que en fechas pasadas algunas empresas y sectores bajo los criterios definidos y de interés no presentaban precio.

10. Resultados obtenidos.

Las técnicas de optimización de portafolios son herramientas cuantitativas que permiten combinar activos de manera eficiente con el fin de lograr unos objetivos determinados asociados a un nivel de riesgo y al retorno del portafolio. Los gerentes y sus equipos de trabajo que administran fondos usan las técnicas de optimización de portafolios para determinar su composición, en este trabajo utilizando la metodología descrita anteriormente, y aplicando de manera complementaria el análisis fundamental y el análisis técnico. Se logró crear una aplicación computacional desarrollada en Matlab, construyendo un modelo de estructuración de portafolios eficientes. Este modelo permite trabajar con diferentes cantidad y tipos de activos; para este caso particular se parametrizo para el uso inicialmente de 10 activos (los sectores) para terminar en 103 activos (las acciones obtenidas por medio del filtro de Bloomberg), pero el modelo puede ser ajustado a x número de activos, así, por medio del manejo de matrices y el uso de las diferentes funciones y herramienta especializadas de Matlab, se realizan los cálculos necesarios, se construyen las fronteras eficientes, se hallan, optimizan y estructuran los portafolios bajo la teoría de Markowitz y la Teoría bajo objetivos de inversión, teniendo en cuenta las restricciones de inversión de los portafolios asociado a las preferencias de riesgo del inversionista. Para los cálculos que demandan menor capacidad de cómputo se utilizaron funciones de Excel de Microsoft.

Suponga que un individuo tiene excedentes de liquidez y tiene tres objetivos de inversión (comprarse una casa en dos años, gastos para la educación de sus hijos en diez años y crecimiento de capital en veinte años) para los cuales quiere establecer portafolios para cada uno de ellos con una tolerancia al riesgo bajo, moderado y alto asociados a un concepto de liquidez,

ahorro y oportunidad, respectivamente; usamos como base las 103 acciones después de utilizar el filtro especializado definido en Bloomberg como parte del análisis fundamental realizado a las 476 acciones que hacen parte de los índices por sectores más importante de la economía de Estados Unidos, todos los resultados están en datos en periodo mensual.

En la siguiente figura observamos los tres portafolios en la frontera eficiente, esta se obtiene por la teoría de Markowitz y en particular usando la formula (C), para determinar los portafolios fue necesario de manera explícita determinar el nivel de riesgo para cada uno, así:

- 5,08% Comprar casa
- 10,15% Gasto de educación de los hijos
- 24,11% Crecimiento de capital

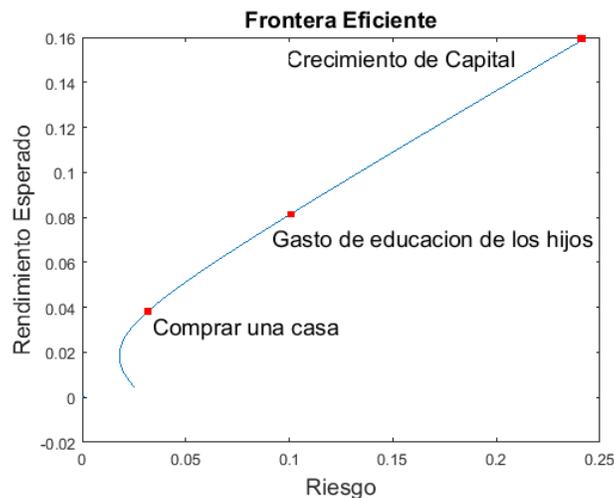


Gráfico 26: Frontera Eficiente de acuerdo a los objetivos de inversión (Fuente: Elaboración Propia)

A continuación, se determina la asignación de capital o activos (asset allocation), “el proceso de seleccionar una asignación objetivo es llamado asignación estratégica de activos, la variación en la asignación de activos alrededor del objetivo se llama asignación táctica de activos”

(Grinold&Kahn, 1999).

Las posiciones estratégicas para los tres portafolios permanecerán estables hasta que las expectativas sobre los fundamentales cambien, mientras que las posiciones tácticas, por el contrario, pueden cambiar, junto a las ponderaciones máximas y mínimas que se permiten en cada clase de activo como un mecanismo de control de riesgo, por eso hallamos los pesos a asumir en cada acción y acto seguido hacemos análisis de ratios para determinar si es aceptable la gestión y asignación de activos realizada para cada portafolio, siguiendo el objetivo de un administrador de portafolios, obtener portafolios con un desempeño superior a la rentabilidad del benchmark (S&P 500 Index) y de la tasa libre de riesgo (bonos del tesoro americano).

Las acciones resaltadas en Amarillo y Naranja evidencian las posiciones largas y cortas, respectivamente; que sugiere el modelo después de la optimización para cada portafolio, volviéndose cada vez más extremas a la medida que aumenta la tolerancia al riesgo.

De acuerdo a los resultados para cada portafolio con relación a las cantidades o pesos a invertir por acción, se puede determinar que las acciones riesgosas son principalmente: ECL, TSCO, AAPL, MA, AVGO, UHS y MTD ya que la posición de compra aumenta conforme sube el nivel de riesgo del inversionista frente a cada objetivo de inversión y al mismo tiempo, las posiciones en corto VRSK, NWL, KORS, INTC, SLB, WU y DISCA toman posiciones cada vez más extremas a la medida que aumenta el riesgo. Los cortos en estas acciones dan la posibilidad de añadir valor a los portafolios bajo expectativas de mercado bajista, al tener en cuenta que algunos acontecimientos económicos pueden impactar los fundamentales o problemas financieros pueden hacer perder valor de las empresas lo que se vería reflejado en el precio de las acciones.

Tabla 5: Pesos o cantidades y betas por acción para cada portafolio.

MODELO	Wi			RENT. MES	BETA		
	Comprar de una casa	Gasto de educación de los hijos	Creclimient o de capital		Comprar de una casa	Gasto de educación de los hijos	Creclimient o de capital
AAPL US Equity	24,67%	49,29%	117,03%	2,32%	1,3419	1,3419	1,3419
WMT US Equity	-10,43%	-20,94%	-49,84%	0,83%	0,5431	0,5431	0,5431
MSFT US Equity	2,68%	5,32%	12,56%	0,85%	1,2582	1,2582	1,2582
CMCSA US Equity	7,83%	15,67%	37,23%	1,13%	0,9580	0,9580	0,9580
INTC US Equity	-24,83%	-49,67%	-117,99%	0,45%	1,4375	1,4375	1,4375
PG US Equity	6,56%	13,03%	30,83%	0,66%	0,3477	0,3477	0,3477
IBM US Equity	-2,35%	-4,77%	-11,45%	0,79%	1,0490	1,0490	1,0490
HD US Equity	-7,21%	-14,36%	-34,04%	1,17%	1,0328	1,0328	1,0328
ORCL US Equity	2,16%	4,30%	10,18%	0,99%	1,3506	1,3506	1,3506
V US Equity	-3,79%	-7,68%	-18,37%	0,75%	0,3789	0,3789	0,3789
TWX US Equity	2,42%	4,85%	11,54%	1,37%	1,7696	1,7696	1,7696
LOW US Equity	8,14%	16,25%	38,55%	1,25%	1,0243	1,0243	1,0243
TGT US Equity	9,78%	19,51%	46,27%	0,84%	0,9835	0,9835	0,9835
LMT US Equity	11,80%	23,60%	56,07%	0,95%	0,4607	0,4607	0,4607
MA US Equity	24,35%	48,70%	115,70%	1,35%	0,5214	0,5214	0,5214
TXN US Equity	17,34%	34,63%	82,20%	0,97%	1,4810	1,4810	1,4810
NKE US Equity	3,87%	7,76%	18,47%	0,88%	0,8198	0,8198	0,8198
COST US Equity	10,78%	21,55%	51,19%	1,20%	0,8522	0,8522	0,8522
CCL US Equity	3,11%	6,25%	14,89%	0,65%	1,1520	1,1520	1,1520
GD US Equity	19,13%	38,23%	90,80%	0,16%	0,8583	0,8583	0,8583
DE US Equity	-13,32%	-26,64%	-63,29%	0,86%	1,0546	1,0546	1,0546
DHR US Equity	0,92%	1,82%	4,30%	1,28%	0,9440	0,9440	0,9440
TMO US Equity	-3,41%	-6,79%	-16,09%	0,71%	1,0320	1,0320	1,0320
RTN US Equity	-7,26%	-14,50%	-34,43%	0,70%	0,6276	0,6276	0,6276
NOC US Equity	19,62%	39,17%	92,96%	1,03%	0,6090	0,6090	0,6090
WM US Equity	-6,04%	-13,66%	-32,64%	0,47%	0,6163	0,6163	0,6163
AVGO US Equity	24,33%	48,60%	115,38%	1,06%	0,2522	0,2522	0,2522
MU US Equity	-5,50%	-10,97%	-26,02%	0,09%	1,7928	1,7928	1,7928
AMAT US Equity	2,40%	4,84%	11,55%	0,82%	1,7362	1,7362	1,7362
ECL US Equity	43,31%	86,55%	205,53%	1,17%	0,6855	0,6855	0,6855
DVA US Equity	5,70%	11,39%	27,05%	0,96%	0,9116	0,9116	0,9116
RSQ US Equity	-8,92%	-17,83%	-42,35%	0,70%	0,7346	0,7346	0,7346
TEI US Equity	-20,56%	-41,06%	-97,45%	0,16%	0,8788	0,8788	0,8788
GLW US Equity	-3,96%	-7,89%	-18,71%	0,43%	1,9671	1,9671	1,9671
SLB US Equity	-23,84%	-47,63%	-113,10%	0,65%	1,2177	1,2177	1,2177
LB US Equity	7,15%	14,34%	34,10%	1,13%	1,3537	1,3537	1,3537
FIS US Equity	-1,55%	-3,18%	-7,68%	0,79%	0,6337	0,6337	0,6337
CMJ US Equity	8,50%	17,03%	40,50%	1,21%	1,5323	1,5323	1,5323
DISCA US Equity	-23,02%	-45,91%	-108,88%	0,61%	0,5598	0,5598	0,5598
DISCK US Equity	4,60%	9,04%	21,28%	0,57%	0,3631	0,3631	0,3631
WDC US Equity	-12,41%	-24,82%	-58,98%	0,44%	1,5972	1,5972	1,5972
NVDA US Equity	13,31%	26,60%	63,18%	1,76%	1,8074	1,8074	1,8074
PCAR US Equity	-2,64%	-5,30%	-12,60%	1,26%	1,1862	1,1862	1,1862
ROST US Equity	-3,36%	-6,72%	-15,95%	1,66%	0,7776	0,7776	0,7776
EL US Equity	-4,17%	-8,32%	-19,71%	0,90%	0,9783	0,9783	0,9783
FISV US Equity	-4,85%	-9,68%	-22,95%	1,32%	0,9797	0,9797	0,9797
ADBE US Equity	8,97%	17,94%	42,63%	1,36%	1,4819	1,4819	1,4819
LH US Equity	-17,05%	-34,10%	-81,03%	1,13%	0,6019	0,6019	0,6019
GPS US Equity	3,89%	7,79%	18,53%	0,51%	1,3004	1,3004	1,3004
UHS US Equity	21,15%	42,26%	100,35%	1,15%	0,7599	0,7599	0,7599
JCI US Equity	10,67%	21,35%	50,74%	0,68%	1,3286	1,3286	1,3286
LRGX US Equity	3,89%	7,72%	18,29%	0,95%	2,0452	2,0452	2,0452
NWHL US Equity	-35,98%	-71,86%	-170,54%	0,33%	1,0917	1,0917	1,0917
DGX US Equity	19,81%	39,55%	93,88%	1,37%	0,4825	0,4825	0,4825
CA US Equity	-13,74%	-27,43%	-65,09%	0,15%	1,5044	1,5044	1,5044
STX US Equity	13,43%	26,89%	63,93%	0,79%	1,2663	1,2663	1,2663
BBBY US Equity	-7,26%	-14,54%	-34,56%	0,76%	1,1029	1,1029	1,1029
DHI US Equity	-3,95%	-7,88%	-18,71%	1,03%	1,2019	1,2019	1,2019
JWN US Equity	-11,88%	-23,74%	-56,37%	0,86%	1,3713	1,3713	1,3713
INTU US Equity	-1,88%	-3,77%	-8,95%	1,49%	1,1466	1,1466	1,1466
CERN US Equity	6,57%	13,17%	31,33%	1,40%	0,8094	0,8094	0,8094
GWV US Equity	7,15%	14,27%	33,87%	0,90%	0,7792	0,7792	0,7792
LEN US Equity	10,50%	21,00%	49,89%	1,07%	1,4667	1,4667	1,4667
ADI US Equity	0,46%	0,92%	2,20%	0,95%	1,7658	1,7658	1,7658
COL US Equity	-19,08%	-38,20%	-90,83%	0,69%	0,7523	0,7523	0,7523
EA US Equity	-16,66%	-33,33%	-79,17%	1,00%	1,1324	1,1324	1,1324
KLAC US Equity	-9,37%	-18,70%	-44,35%	0,82%	1,9947	1,9947	1,9947
LLL US Equity	-13,82%	-27,66%	-65,73%	1,15%	0,6766	0,6766	0,6766
ROK US Equity	-0,19%	-0,37%	-0,84%	1,07%	1,2212	1,2212	1,2212
KORS US Equity	-29,31%	-58,66%	-139,42%	0,12%	0,0738	0,0738	0,0738
FL US Equity	-14,33%	-28,65%	-68,06%	0,69%	1,0091	1,0091	1,0091
CTXS US Equity	5,74%	11,45%	27,19%	1,61%	1,4690	1,4690	1,4690
JNPR US Equity	0,18%	0,37%	0,90%	0,07%	1,8835	1,8835	1,8835
EFX US Equity	2,89%	5,77%	13,69%	0,96%	0,8906	0,8906	0,8906
PHM US Equity	-1,48%	-2,95%	-6,99%	0,74%	1,0730	1,0730	1,0730
VRSK US Equity	-43,27%	-86,83%	-206,68%	0,46%	0,0931	0,0931	0,0931
CTAS US Equity	-14,31%	-28,64%	-68,05%	0,88%	1,0231	1,0231	1,0231
TSS US Equity	-12,97%	-25,90%	-61,49%	0,53%	0,8960	0,8960	0,8960
SIG US Equity	0,41%	0,84%	2,02%	0,90%	1,5300	1,5300	1,5300
A US Equity	-17,23%	-34,44%	-81,80%	0,27%	1,4757	1,4757	1,4757
FAST US Equity	-6,19%	-12,35%	-29,30%	1,11%	0,8738	0,8738	0,8738
COH US Equity	9,25%	18,46%	43,80%	1,15%	0,9472	0,9472	0,9472
HBI US Equity	0,27%	0,51%	1,16%	0,61%	0,7660	0,7660	0,7660
TSCO US Equity	27,30%	54,58%	129,64%	1,73%	0,9365	0,9365	0,9365
CHD US Equity	18,84%	37,59%	89,21%	1,40%	0,3859	0,3859	0,3859
ULTA US Equity	-10,92%	-21,84%	-51,89%	0,87%	0,6566	0,6566	0,6566
AKAM US Equity	-2,99%	-5,98%	-14,20%	-0,35%	1,8466	1,8466	1,8466
WU US Equity	-23,35%	-46,72%	-111,04%	0,09%	0,7187	0,7187	0,7187
ILMN US Equity	1,14%	2,28%	5,41%	0,94%	1,1846	1,1846	1,1846
WAT US Equity	6,74%	13,46%	31,97%	1,26%	1,0130	1,0130	1,0130
CRM US Equity	0,13%	0,26%	0,61%	1,25%	0,8358	0,8358	0,8358
SYMC US Equity	4,77%	9,54%	22,67%	1,25%	1,2046	1,2046	1,2046
FFIV US Equity	2,72%	5,45%	12,95%	0,81%	1,8215	1,8215	1,8215
MTD US Equity	22,08%	44,17%	104,96%	1,37%	1,1317	1,1317	1,1317
UAA US Equity	5,36%	10,69%	25,35%	0,82%	0,6154	0,6154	0,6154
EVHC US Equity	1,08%	2,14%	5,05%	1,10%	0,4743	0,4743	0,4743
URBN US Equity	-5,29%	-10,58%	-25,13%	1,21%	1,1546	1,1546	1,1546
HP US Equity	10,56%	21,08%	50,05%	1,02%	1,0391	1,0391	1,0391
NFLX US Equity	11,56%	23,11%	54,87%	2,03%	0,6965	0,6965	0,6965
PKI US Equity	-7,09%	-14,19%	-33,73%	0,79%	1,2094	1,2094	1,2094
FTI US Equity	14,43%	28,83%	68,44%	0,79%	0,7818	0,7818	0,7818
RHT US Equity	-2,32%	-4,63%	-10,99%	0,29%	1,4035	1,4035	1,4035
FLIR US Equity	1,09%	2,18%	5,17%	1,26%	0,7173	0,7173	0,7173
ω Portafolio	1,00%	1,00%	1,00%				
β Portafolio					0,0795	0,1578	0,3732

Fuente: Elaboración Propia.

A continuación, hallamos los valores de H y α que nos permitan obtener implícitamente los niveles de riesgo antes dados explícitamente en la aplicación de la teoría de Markowitz. Así, llegamos a poder evidenciar en la práctica la igualdad matemática al optimizar bajo las dos teorías, para esto utilizamos las formulas (F) y (G), optimizando bajo la teoría de objetivos de inversión dando un determinado nivel de retorno $H = -5\%$ con una probabilidad de no alcanzarlo de $\alpha = 5\%$ para el portafolio de perfil de bajo riesgo con un objetivo de inversión de comprar una casa, el nivel de riesgo implícito obtenido es 5.08%, que fue el que utilizamos bajo la teoría de Markowitz.

Tabla 6: Resultados de ratios para el portafolio con Objetivo de Comprar de una casa.

Portafolio - Compra de una casa	
Retorno esperado del portafolio Mensual	3,35%
Varianza del portafolio	0,26%
Desviacion Estandar del portafolio	5,08%
Tasa Libre de Riesgo	0,81%
SHARPE del portafolio	0,50
Semivarianza	2,33%
SORTINO del portafolio	1,09
Beta	0,0795
TREYNOR del portafolio	0,32
Coefficiente de variacion (Riesgo/Rendimiento)	1,51
ALFA JENSEN del portafolio	2,52%

Fuente: Elaboración Propia.

Al utilizar las formulas (F) y (G) pero esta vez con un nivel de retorno en $H = -10\%$ con una probabilidad de no alcanzarlo de $\alpha = 5\%$ para el portafolio con un perfil de riesgo moderado y objetivo de inversión de gasto de educación de los hijos a un mediano plazo, el nivel de riesgo implícito obtenido es 10,15%, que fue el que utilizamos bajo la teoría de Markowitz.

Tabla 7: Resultados de ratios para el portafolio con Objetivo de Gasto de educación de los hijos.

Portafolio - Gasto de educacion de los hijos	
Retorno esperado del portafolio Mensual	6,70%
Varianza del portafolio	1,03%
Desviacion Estandar del portafolio	10,15%
Tasa Libre de Riesgo	0,81%
SHARPE del portafolio	0,58
Semivarianza	3,96%
SORTINO del portafolio	1,48
Beta	0,1578
TREYNOR del portafolio	0,37
Coefficiente de variacion (Riesgo/Rendimiento)	1,52
ALFA JENSEN del portafolio	5,86%

Fuente: Elaboración Propia.

En el caso del portafolio con un perfil de alto riesgo volviendo a utilizar las formulas (F) y (G), obtenemos la optimización bajo la teoría de objetivos de inversión con un nivel de retorno en $H = -15\%$ con una probabilidad de no alcanzarlo de $\alpha = 10\%$ para el portafolio con un objetivo de inversión de crecimiento de capital a un largo plazo, el nivel de riesgo implícito obtenido es $24,11\%$, el mismo que utilizamos bajo la teoría de Markowitz.

Tabla 8: Resultados de ratios para el portafolio con Objetivo de Crecimiento de Capital.

Portafolio - Crecimiento de capital	
Retorno esperado del portafolio Mensual	15,90%
Varianza del portafolio	5,81%
Desviacion Estandar del portafolio	24,11%
Tasa Libre de Riesgo	0,81%
SHARPE del portafolio	0,63
Semivarianza	9,76%
SORTINO del portafolio	1,55
Beta	0,0795
TREYNOR del portafolio	1,90
Coefficiente de variacion (Riesgo/Rendimiento)	1,52
ALFA JENSEN del portafolio	15,06%

Fuente: Elaboración Propia.

El retorno esperado por invertir en el portafolio conservador que tiene por objetivo comprar una casa a corto plazo es de 3,35% con un nivel de riesgo de 5,08%, mientras que para el portafolio Intermedio que tiene por objetivo el gasto de educación de los hijos a mediano plazo tiene un retorno esperado 6,70% con riesgo de 10,15% y en el portafolio con un perfil de riesgo alto que tiene por objetivo crecimiento de capital a largo plazo se espera un retorno de 15,90% y un riesgo asociado de 24,11% adicional a esto, el inversionista sabe que independiente de como use sus recursos disponibles en estos tres portafolios para tener la esperanza de ganar 1% necesariamente debe asumir 1,52% de riesgo, el coeficiente de variación entre riesgo/rendimiento del inversionista es prácticamente igual en los tres portafolios, diferente en comparación con el ejemplo teórico donde se evidenciaba que aumenta de manera directamente relacionada con el nivel de riesgo.

Al usar el índice de Sharpe y Sortino, en ambos ratios se busca determinar el exceso de rentabilidad (rentabilidad del activo menos la rentabilidad del target) con respecto al riesgo. La diferencia está en la forma en que se mide el riesgo, el índice de Sharpe se usó con el fin de determinar el exceso de rentabilidad sobre la tasa de interés libre de riesgo por unidad de riesgo propio del portafolio (el riesgo es la volatilidad de los retornos representado por la desviación estándar), los tres portafolios determinados con objetivos específicos tienen share positivos inferiores a 1, esto implican niveles de rendimiento normales y baja variabilidad, este índice nos deja en definitiva que los tres portafolios tienen un desempeño superior al compararlo con el retorno esperado del índice del portafolio de referencia o benchmark que en nuestro caso es S&P500 que obtuvo un 0.46% mensual.

Por otra parte, para Sortino el riesgo es la volatilidad negativa (desviación estándar de los rendimientos negativos), es decir, la medida de dispersión de los rendimientos negativos (downside risk), así, el exceso de rendimiento por encima de un determinado objetivo por unidad de riesgo a la baja de los portafolios estuvo por encima de 1 en los tres casos, siendo el más alto el del portafolio que tiene por objetivo el crecimiento de capital, por tanto, se puede determinar que para este portafolio se usó la mejor estrategia en términos de riesgo asumido.

Entre ambas medidas, nosotros damos un mayor grado de importancia al índice de Sortino debido a que si en el período de análisis se obtiene un significativo comportamiento al alza, la mayor volatilidad o desvío estándar que mostrara por esta causa, no se tiene en cuenta para analizar la rentabilidad que considera el riesgo, estimado como la probabilidad de que se produzcan pérdidas, creemos que es más realista que un inversionista no se preocupe por las oscilaciones de su inversión en sí misma, sino por un entorno de resultados que no llegue a lo

que ellos puedan considerar un mínimo aceptable, por ejemplo, el rendimiento del activo libre de riesgo.

A su vez, consideramos el índice de Treynor para nuestro análisis, basados en que un inversionista diversifica, por tanto, mide el exceso de rentabilidad del portafolio sobre el activo libre de riesgo por unidad de riesgo sistemático o no diversificable, medido por el coeficiente β de la regresión entre las rentabilidades del portafolio y el benchmark elegido, para nuestro caso el índice S&P 500, de manera que al tomar la beta (β es la pendiente de la recta) se está tomando únicamente el riesgo de mercado y en particular la sensibilidad de cada portafolio frente a escenarios por ejemplo de futuras subidas de los tipos de interés, de acuerdo a la actual coyuntura económica, que pueden afectar de forma negativa prácticamente a todas las empresas pero no en la misma magnitud, así, los tres portafolio tiene betas positivos pero de diferente tamaño para el caso del portafolio con objetivo de comprar una casa es de 0,07, mientras que los betas del portafolio de gastos de educación de los hijos y crecimiento de capital alcanzan valores de 0,15 y 0,37, respectivamente, generando que el portafolio enfocado a crecimiento de capital alcance el mayor índice de Treynor de los tres con un valor de 0,40 de rentabilidad por unidad de riesgo beta, es resumen, si el índice de referencia sube los portafolios suben o si el índice de referencia baja los portafolios responderán de la misma forma cada uno en su proporción.

Por ultimo introducimos a nuestro análisis el alfa de Jensen logrando comparar la rentabilidad obtenida con la rentabilidad teórica según el modelo de CAMP, se basa en riesgo sistemático y entrega como resultado una medida de evaluación en términos absolutos que expresa la capacidad del gestor del portafolio para obtener diferencias positivas o negativas respecto al retorno ajustado al riesgo sistemático del portafolio. Después de calcular este indicador el

resultado es una alfa positiva para los tres portafolios, es decir, la rentabilidad obtenida de los tres portafolios es mayor que la rentabilidad teórica lo que nos acaba de confirmar que tanto los pesos o cantidades a invertir, la gestión activa y la asignación de capital estratégica y táctica en cada portafolio son eficientes bajo la teoría de portafolios bajo objetivos de inversión.

Frente al segundo objetivo específico de este trabajo, evaluamos la eficiencia de obtener el nivel de riesgo de los portafolios óptimos bajo la teoría de Objetivos de Inversión sin la necesidad de conocerlos de manera previa para cada portafolio a diferencia de cómo es bajo la Teoría de Markowitz, algo que en la actualidad y en la práctica se obtiene a partir de test a el inversionista para lograr clasificarlos en los perfiles de riesgo clásicos y categorizar al cliente entre “inversionista profesional” o “cliente inversionista”. Al aplicar la Teoría bajo objetivos de inversión la forma de averiguar \mathcal{V} esta interrelacionado con la construcción del portafolio, puesto que utilizar la probabilidad de no alcanzar un retorno esperado, obtiene de forma implícita el nivel de riesgo con el cual podemos asociar a perfiles de riesgo más adecuados y relacionados con los objetivos finales de inversión.

Por tanto, al hacer diferentes combinación de H y α , retomando la optimización por medio de las formulas (F) y (G) podemos determinar la siguiente tabla en la cual tenemos diferentes valores para H y α , que nos permitirán encontrar los mismos niveles de riesgo que tuvimos que dar inicialmente de forma explícita para los tres portafolios.

Tabla 9: *Riesgo, retorno, Límite y probabilidad por cada portafolio con diferentes objetivo.*

Portafolio	Desv. Estandar	Retorno esperado	Limites	Probabilidad*
Compra de una casa	5.08%	3.35%	-5%	5%
Gasto de educacion de los hijos	10.15%	6.70%	-10%	5%
Crecimiento de capital	24.11%	15.90%	-15%	10%

**La probabilidad de no alcanzar el limite de rentabilidad.*

Fuente: Elaboración Propia.

Mostramos el nivel de retornos deseados y la probabilidad de no poder ser alcanzado, con los que podemos obtener los mismos niveles de riesgo que utilizamos en el cálculo bajo el primer enfoque. De manera que no solo el inversionista podrá saber que con un 95% de confianza el portafolio eficiente que puede optar si espera perder el 5% con un nivel de riesgo de 5,08% obtendrá el 3,35% para cumplir su objetivo de comprar o una casa o que con un 95% de confianza el portafolio eficiente que puede optar si espera perder el 10% con un nivel de riesgo de 10,15% y retorno de 6,70% para cubrir los futuros gastos de educación de sus hijos o saber con un 90% de confianza el portafolio eficiente que puede optar si espera perder el 15% con retorno del 15,90% y riesgo de 24,11% con el objetivo de que su capital crezca, sino que hay diferentes combinaciones de H y α para un mismo nivel de riesgo.

Tabla 10: Diferentes combinaciones de H y α para cada portafolio con objetivos específicos.

Retorno Esperado (H)	Compra de una casa	Gasto de educacion de los hijos	Crecimiento de capital
0%	0.00%	0.00%	0.00%
0%	0.00%	0.00%	0.00%
-25%	0.00%	0.09%	4.49%
-20%	0.00%	0.43%	6.82%
-15%	0.02%	1.63%	10.00%
-10%	0.43%	5.00%	14.14%
-5%	5.00%	12.46%	19.30%
0%	25.45%	25.47%	25.48%
5%	62.71%	43.36%	32.57%
10%	90.46%	62.76%	40.34%
15%	98.91%	79.33%	48.52%
20%	99.95%	90.50%	56.76%
25%	100.00%	96.43%	64.72%
Retorno esperado de cada Portafolio	3.35%	6.70%	15.90%
Varianza del portafolio	0.26%	1.03%	5.81%
Desviacion Estandar del portafolio	5.08%	10.15%	24.11%

Fuente: Elaboración Propia.

De manera que la decisión de inversión dependerá del nivel de retorno que se desea y la probabilidad de no alcanzarlo que esté dispuesto a asumir el inversionista, el cual cambia en el tiempo, esta información es más simple de obtener del inversionista.

Al analizar la sensibilidad existente al cambiar α y H en relación con los niveles de riesgo y retornos esperados bajo la teoría de objetivos de inversión, podemos determinar que en los gráficos A y B, mantenemos constantes α en 5% mientras aumentamos el valor de H .

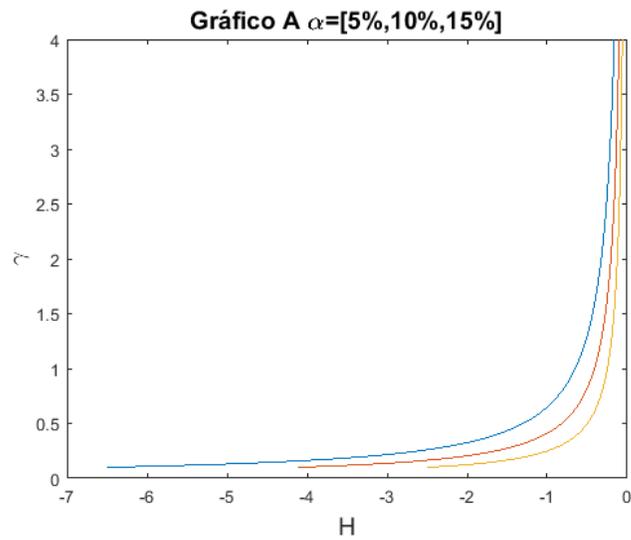


Gráfico 27: Relación entre Riesgo y H . (Fuente: Elaboración propia)

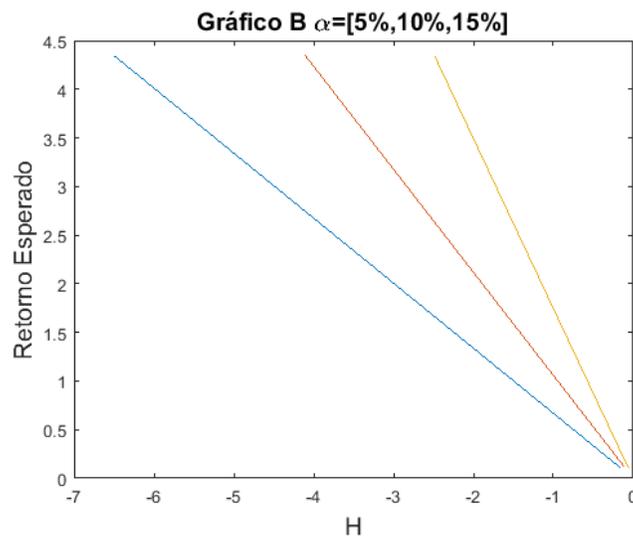


Gráfico 28: Relación Retorno Esperado y H . (Fuente: Elaboración propia)

Bajo este escenario podemos determinar que el nivel de riesgo disminuye lo que implica a su vez que el retorno esperado también lo haga, si el inversionista elige un nivel mayor en H serán los más aversos al riesgo, éstos tendrán un menor retorno esperado y menos riesgos, por

tanto, bajo nuestro caso de análisis este sería lo que podría elegir el inversionista cuando piensa en cumplir su objetivo de comprar una casa.

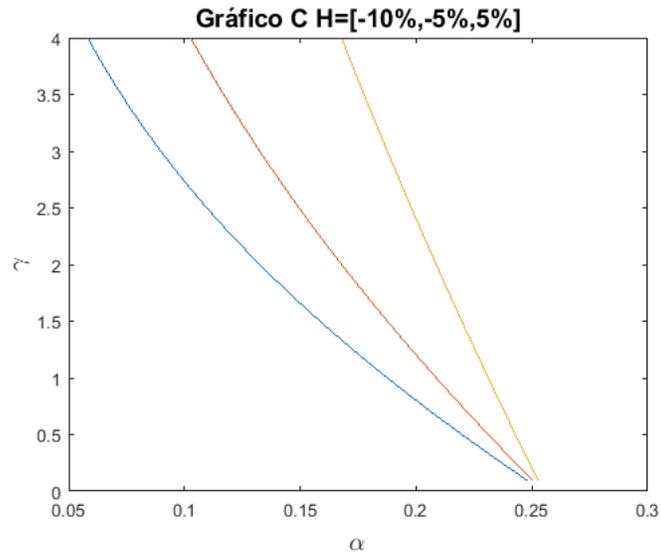


Gráfico 29: Relación entre Riesgo y Probabilidad. (Fuente: Elaboración propia)

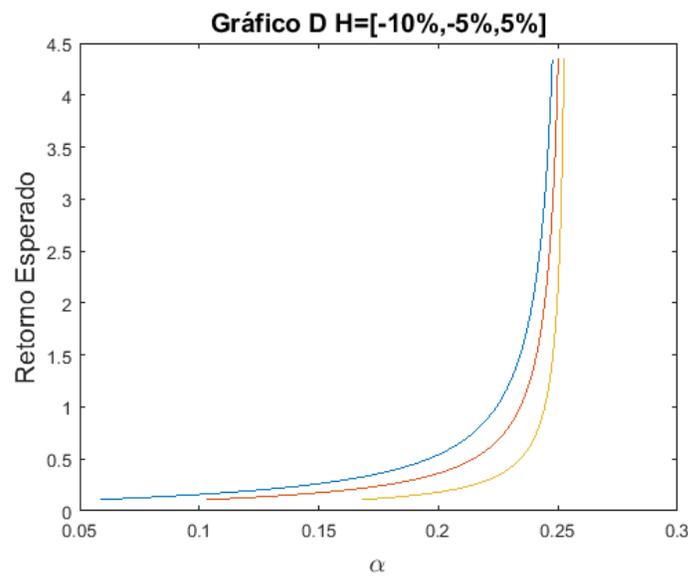


Gráfico 30: Relación entre Retorno Esperado y Probabilidad. (Fuente: Elaboración propia)

En los gráficos C y D observamos que al mantener H constante y aumenta el valor de α , el retorno esperado aumenta junto con el riesgo, a su vez, el rendimiento esperado y nivel de riesgo asumido son más sensibles frente a subidas de α , por lo cual los individuos que prefieran asumir mayor cantidad de riesgo en sus portafolios decidirán aumentar α .

En resumen las gráficas anteriores nos ayudan a determinar que los inversionistas con un grado de aversión al riesgo mayor, es decir, que busquen minimizar el riesgo y maximizar la liquidez buscando generar flujo de caja que permita cubrir necesidades fundamentales futuras como por ejemplo fondo de pensiones, bienes inmuebles, entre otros, preferirán asumir mayores niveles de H y menores α , por otro lado los individuos que decidan enfrentar mayor riesgo como por ejemplo lograr mejores condiciones de vida puede usar fondos de inversión o los casos más extremos donde el inversionista quiera usar sus excedentes de liquidez en bienes y servicios de lujo decidirán invertir en portafolios que tengan mayores diferencias importantes entre menor H y mayor α , respectivamente (para mayor detalle ver Anexo E en Excel).

El último objetivo a desarrollar en este trabajo es un análisis del comportamiento de los portafolios eficientes bajo la teoría de objetivos de inversión en los últimos 28 años, observando el comportamiento de tres portafolios con perfiles de riesgo diferentes.

Los perfiles de riesgo los clasificamos así: Bajo, Moderado y Alto con un nivel de retorno esperado de $H = [-5\%, -10\%, -15\%]$ y una probabilidad de no alcanzar este nivel de $\alpha = [5\%, 5\%, 10\%]$, respectivamente.

La optimización de los portafolios se obtiene usando las formulas (G) y (F), los datos los obtenemos de Bloomberg se toman por su importancia en la práctica común los índices por sectores de S&P, estos benchmarks ponderados por capitalización y basados en la Clasificación

Estándar Global Industrial (GICS por sus siglas en inglés) desde la fecha de Septiembre de 1989 a Febrero de 2017, en este periodo se identificaron los siguientes eventos que se tuvieron en cuenta como prueba de stress test frente a los portafolios que se podrían construir bajo esta teoría en el año de cada evento:

- 1994: Crisis del peso mexicano
- 1997: Crisis de Asia
- 1998: Crisis del rublo
- 2000: Crisis de las punto com
- 2001: Atentados del 11 de septiembre
- 2008: La gran recesión – burbuja inmobiliaria
- 2009-2010: Crisis de la deuda en Europa
- 2010: Guerra de divisas y desequilibrios mundiales.

Tabla 11: Retorno esperado de cada Índice en cada evento de crisis.

Retorno esperado	SSINFT Index	SSFILN Index	SSHILH Index	SSCOND Index	SSINDU Index	SSCONS Index	SSENRS Index	SSUTIL Index	SSMATR Index	SSTELS Index
1994: Crisis del peso mexicano	0.55%	0.30%	0.60%	0.44%	0.45%	0.84%	0.31%	0.07%	0.38%	0.12%
1997: Crisis de Asia	1.30%	1.26%	1.35%	0.83%	1.03%	1.33%	0.83%	0.44%	0.59%	0.70%
1998: Crisis del rublo	1.67%	1.20%	1.52%	1.04%	1.00%	1.30%	0.72%	0.48%	0.45%	0.98%
2000: Crisis de las punto com	1.41%	1.16%	1.38%	0.84%	0.99%	1.03%	0.79%	0.60%	0.38%	0.55%
2001: Atentados del 11 de septiembre	1.09%	0.99%	1.18%	0.79%	0.86%	0.89%	0.64%	0.29%	0.36%	0.41%
2008: La gran recesión – burbuja inmobiliaria	0.51%	0.31%	0.65%	0.35%	0.44%	0.62%	0.67%	0.19%	0.24%	0.08%
2009-2010: Crisis de la deuda en Europa	0.68%	0.37%	0.66%	0.53%	0.54%	0.64%	0.71%	0.20%	0.44%	0.13%
2010: Guerra de divisas y desequilibrios mundiales.	0.66%	0.28%	0.66%	0.53%	0.51%	0.65%	0.69%	0.24%	0.37%	0.13%

Fuente: Elaboración Propia.

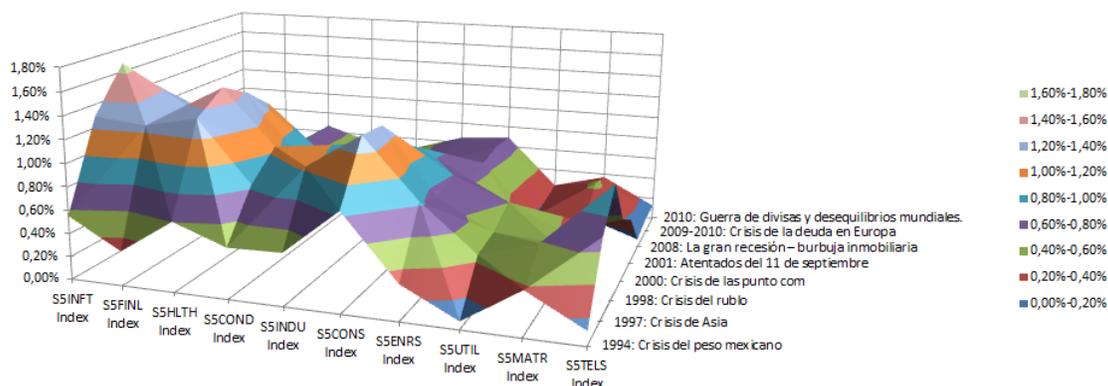


Gráfico 31: Representación del retorno esperado de cada Índice en relación con cada evento de crisis. (Fuente: Elaboración Propia)

En la tabla y gráfico anteriores se puede evidenciar lo que era el retorno esperado por cada sector en cada uno de los momentos donde se presentaron eventos de crisis financieras, el mejor rendimiento en todos estos eventos estuvo en 1998 en el sector de tecnología de información que alcanzó un 1,67% en medio de la crisis del rublo sin aun acercarse lo que pasaría más adelante en relación con las compañías punto com, mientras que el peor retorno esperado se dio en la crisis del peso mexicano en el sector de servicios públicos llegando a 0,07% lo cual no alcanzaba a superar la tasa libre de riesgo mensual en ese momento que era de 0,5811%, por tanto, era de esperarse que los inversionistas se refugiaron en títulos de renta fija.

Relacionado con lo anterior, los niveles de riesgo alcanzados en estos eventos de crisis evidenciaron lo siguiente en cada uno de los sectores:

Tabla 12: Riesgo de cada Índice en cada evento de crisis.

Desviación Estandar	SSINFT Index	SSFINL Index	SSDLTH Index	SSCOND Index	SSINDU Index	SSCONS Index	SSENRS Index	SSUTIL Index	SSMATR Index	SSTEELS Index
1994: Crisis del peso mexicano	5,16%	5,82%	5,06%	4,61%	4,25%	4,25%	3,98%	3,37%	4,46%	4,21%
1997: Crisis de Asia	5,79%	5,48%	4,90%	4,19%	4,08%	4,05%	3,79%	3,38%	4,32%	4,25%
1998: Crisis del rublo	6,26%	5,99%	4,99%	4,60%	4,32%	4,35%	4,14%	3,43%	4,56%	4,60%
2000: Crisis de las punto com	7,40%	6,24%	5,16%	4,70%	4,47%	4,55%	4,47%	4,01%	5,37%	5,09%
2001: Atentados del 11 de septiembre	8,46%	6,12%	5,14%	5,09%	4,72%	4,47%	4,52%	4,27%	5,44%	5,35%
2008: La gran recesión – burbuja inmobiliaria	8,00%	6,11%	4,69%	5,12%	4,77%	3,99%	5,14%	4,53%	5,62%	5,90%
2009-2010: Crisis de la deuda en Europa	7,86%	6,73%	4,71%	5,37%	5,23%	3,98%	5,24%	4,51%	5,88%	5,82%
2010: Guerra de divisas y desequilibrios mundiales.	7,74%	6,72%	4,66%	5,34%	5,27%	3,93%	5,36%	4,43%	5,97%	5,73%

Fuente: Elaboración Propia.

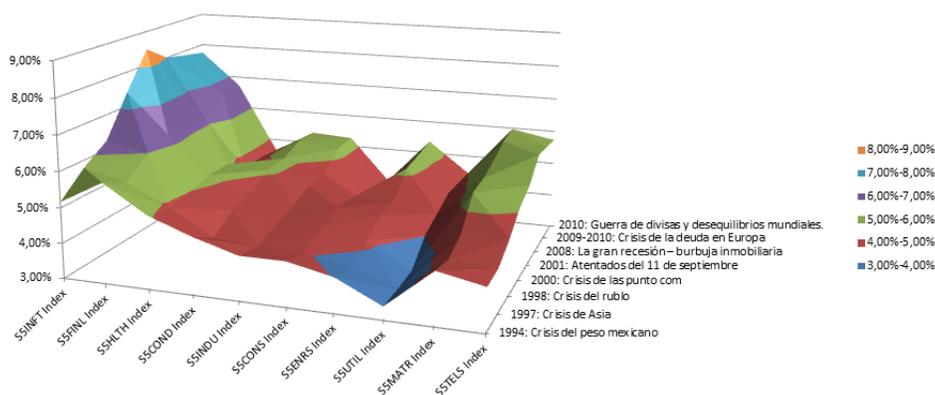


Gráfico 32: Representación de los niveles de riesgo que se presentaron en cada Índice en relación con cada evento de crisis. (Fuente: Elaboración Propia)

El nivel de riesgo más alto estuvo concentrado en los atentados del 11 de septiembre de 2001 seguido por la gran recesión relacionada con la burbuja inmobiliaria del 2008 donde los sectores de tecnología de información y el sector financiero fueron los más expuestos alcanzando niveles de 8,46% y 8% y 6,12% y 6,11%, respectivamente. El bajo riesgo en tiempo de crisis estuvo concentrado en el sector de servicios públicos y consumo básico en términos generales de esto que se conozcan como sectores defensivos y se usen mucho en la gestión pasiva de portafolios.

Así después de simular los portafolios por medio de la aplicación desarrollada en Matlab, usando la data por sectores para cada nivel de riesgo, obtuvimos los siguientes resultados:

Tabla 13: Resultados de ratios por cada Portafolios con diferente perfil de riesgo.

Portafolio - Bajo Riesgo		Portafolio - Moderado Riesgo		Portafolio - Alto Riesgo	
Retorno esperado del portafolio Mensual	0,58%	Retorno esperado del portafolio Mensual	1,16%	Retorno esperado del portafolio Mensual	2,29%
Varianza del portafolio	0,12%	Varianza del portafolio	0,47%	Varianza del portafolio	1,87%
Desviación Estandar del portafolio	3,44%	Desviación Estandar del portafolio	6,88%	Desviación Estandar del portafolio	13,69%
Tasa Libre de Riesgo	0,81%	Tasa Libre de Riesgo	0,81%	Tasa Libre de Riesgo	0,81%
SHARPE del portafolio	-0,07	SHARPE del portafolio	0,05	SHARPE del portafolio	0,11
Semivarianza	2,49%	Semivarianza	2,49%	Semivarianza	2,49%
SORTINO del portafolio	-0,09	SORTINO del portafolio	0,14	SORTINO del portafolio	0,60
Beta	0,0098	Beta	0,0141	Beta	0,0225
TREYNOR del portafolio	-0,23	TREYNOR del portafolio	0,25	TREYNOR del portafolio	0,66
Coficiente de variacion (Riesgo/Rendimiento)	5,92	Coficiente de variacion (Riesgo/Rendimient)	5,95	Coficiente de variacion (Riesgo/Rendimientc)	5,97
ALFA JENSEN	-0,23%	ALFA JENSEN	0,34%	ALFA JENSEN	1,48%

Fuente: Elaboración Propia.

El portafolio de perfil de alto riesgo presenta el mayor rendimiento esperado, tal como lo establece la teoría, portafolios moderado y bajo presentan una rentabilidad esperada similar y relacionada con su nivel de riesgo.

Los niveles de riesgo cumplen la lógica, pero son de mayor magnitud en relación con los retornos de cada portafolio. El coeficiente de variación (Riesgo/Rendimiento), no presentan una diferencia significativa entre los tres portafolios, una explicación posible de lo que ocurre es que la función de utilidad que el inversionista tiene no le permita generar diferencias en este aspecto.

En detalle, se puede evidenciar que el portafolio de Bajo Riesgo genera un retorno mensual que iguala el rendimiento del benchmark – S&P500 pero no supera la tasa libre de riesgo mensual de 0,81%, llevándonos a pensar que frente a este perfil de riesgo, lo más conveniente es tomar posiciones en activos para proteger por lo menos el poder adquisitivo como por ejemplo renta fija, dado lo anterior y al determinar su desempeño el índice de Sharpe, Sortino, Treynor y el Alfa de Jensen tienen por resultado valores negativos, lo cual permite establecer que el portafolio no es óptimo. En el portafolio de perfil de riesgo Moderado, la volatilidad de los retornos (representado por la desviación típica) aumenta prácticamente el doble frente al portafolio de perfil de riesgo bajo y el retorno a su vez aumenta pero no en las mismas proporciones llegando a un valor de 1,16%, el índice de Sharpe da 0 lo cual significa que el exceso frente a la rentabilidad del activo libre de riesgo es prácticamente nula, aunque el índice de Sortino aumenta un 0.03 con respecto a Sharpe la eficiencia del portafolio es baja, la beta aumenta lo cual hace que el índice de Treynor sea positivo pero menor y frente al Alfa de Jensen la rentabilidad teórica según el modelo de CAMP es superada por la rentabilidad real en un

1,48%, lo anterior nos ayuda a determinar que la gestión es aceptable pero que frente al nivel de riesgo del portafolio se debería optar por monitorear y balancear el mismo en cada momento de acuerdo a las condiciones de mercado sin dejar a un lado los costos de transacción que pueda significar esto. En el caso del portafolio con perfil de riesgo alto, el índice de Sharpe es de 0,11, el índice de Sortino alcanza un 0,17, el índice de Treynor fue de 0,66 y el Alfa de Jensen de 1,48%, así, este portafolio tiene un exceso de rendimiento por encima del rendimiento del índice del S&P500 y de la tasa libre de riesgo por unidad de riesgo, evidencia que este perfil tiene mejor estrategia y asignación de activos en términos del riesgo asumido.

De manera gráfica esta es la frontera eficiente donde podemos evidenciar que los tres portafolios se ubican en esta, pero el portafolio de perfil de bajo riesgo se encuentra por debajo de donde se encuentra el portafolio óptimo que teóricamente, es maximizando la pendiente de la recta que une el punto de la rentabilidad libre de riesgo y la frontera eficiente, así se forma la línea del Mercado de capitales (LMC), la cual es tangente a la frontera eficiente, en términos generales, estos portafolios pierden eficiencia en tiempos de crisis en comparación con activos de bajo riesgo o conocidos como defensivos.

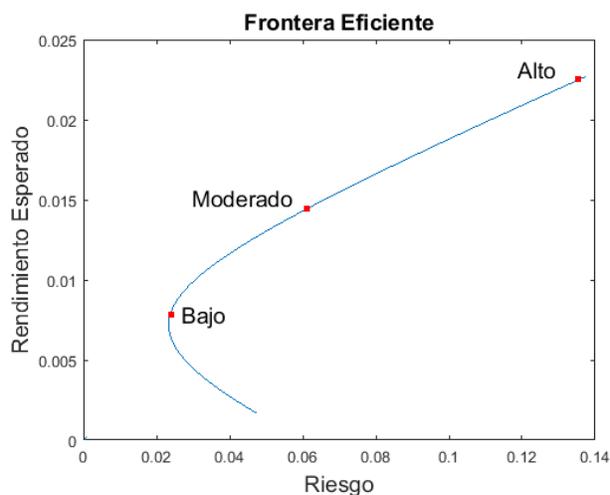


Gráfico 33: Frontera Eficiente donde están los tres portafolios con diferentes niveles de riesgo: Bajo, Moderado y Alto (Fuente: Elaboración Propia)

Al utilizar las formulas (F) y (G) usando los sectores seleccionados, obteniendo diferentes valores para H y α , en relación con los niveles de riesgo y el retorno de los tres portafolios.

Tabla 14: Diferentes combinaciones de H y α para cada portafolio con diferente nivel de riesgo.

Portafolio	Desv. Estandar	Retorno esperado	Limites	Probabilidad*
Bajo	3,39%	0,58%	-5%	5%
Moderado	6,78%	1,16%	-10%	5%
Alto	13,49%	2,29%	-15%	10%

*La probabilidad de no alcanzar el limite de rentabilidad.

Retorno Esperado (H)	-25%	-20%	-15%	-10%	-5%	0%	5%	10%	15%	20%	25%
Bajo	0,00%	0,00%	0,00%	0,09%	5,00%	43,20%	90,36%	99,72%	100,00%	100,00%	100,00%
Moderado	0,01%	0,09%	0,86%	5,00%	18,20%	43,23%	71,46%	90,39%	97,94%	99,73%	99,98%
Alto	2,16%	4,93%	10,00%	18,11%	29,44%	43,25%	57,95%	71,60%	82,68%	90,52%	95,38%

Fuente: Elaboración Propia.

Confirmando lo mismo que en el análisis con las 103 acciones, a medida que aumenta el riesgo los inversionistas encontrarán rendimiento esperados mayores, de manera que el retorno esperado aumenta a medida que aumentamos α considerando un nivel de H .

Las variaciones que presenta el nivel de riesgo en cada uno de estos eventos de crisis, tienen una implicación directa en las posiciones que deben tomar los inversionistas en cada activo. Para ver el efecto que tienen presentamos las siguientes gráficas. En ellas evidenciamos que los

inversionistas toman posiciones más extremas, es decir, tomarán posiciones largas de un activo y cortas de otro debido a que al pasar a un portafolio con más riesgo, por ejemplo de perfil bajo a alto, el inversionista deberá financiar con los activos seguros los que son riesgosos y la relación directa que hay entre las posiciones que se toman de los diez sectores en cada uno de los portafolios y \mathcal{V} .

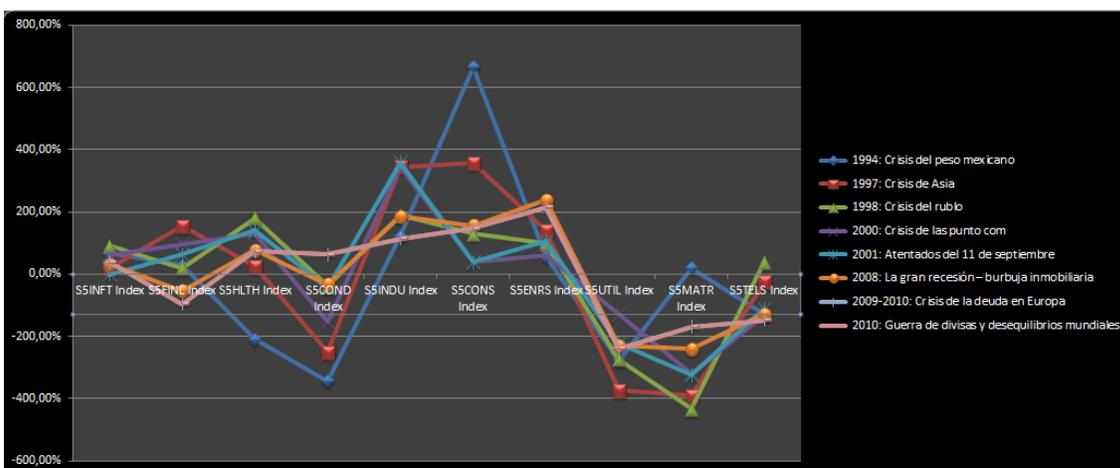


Gráfico 34: Representación de los niveles de pesos alcanzados en cada evento de crisis. (Fuente: Elaboración Propia)

Las posiciones que se toman de cada sector son variables en el tiempo. Para analizar la influencia que tienen los eventos de crisis en los pesos extremos calculamos en cada periodo la posición máxima menos la mínima por cada portafolio así logramos analizar una serie temporal con la que podremos medir la dispersión de los pesos de cada sector en cada uno de los portafolios con diferente nivel de riesgo, en la siguiente grafica podemos observamos que los cambios en los pesos en relación con el nivel de riesgo de cada portafolio. Dichos cambios ocurren producto de las variaciones en los retornos de los sectores disponibles para invertir en cada evento de crisis analizado. Las variaciones de \mathcal{V} influirán directamente en los pesos y retornos esperados que tendrá cada portafolio.

Gráficamente, X son cada evento de crisis y Y son los pesos o cantidades por cada índice de sector.

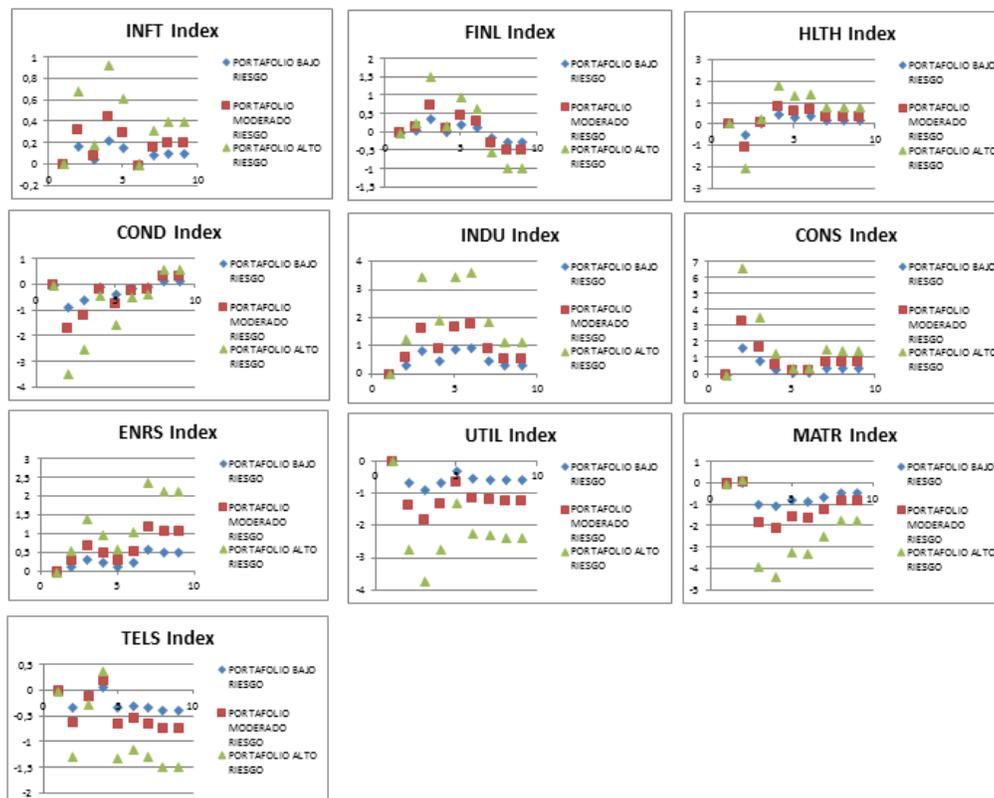


Gráfico 35: Dispersión de los pesos en cada índice de acuerdo a cada portafolio determinado por nivel de riesgo.

(Fuente: Elaboración Propia)

A manera de resumen podemos ver gráficamente el comportamiento de cada portafolio con relación a su retorno, riesgo y beta, en el caso de la beta se evidencia que pasaron a ser negativos después del año 2001 año de los atentados terroristas del 11 de septiembre.

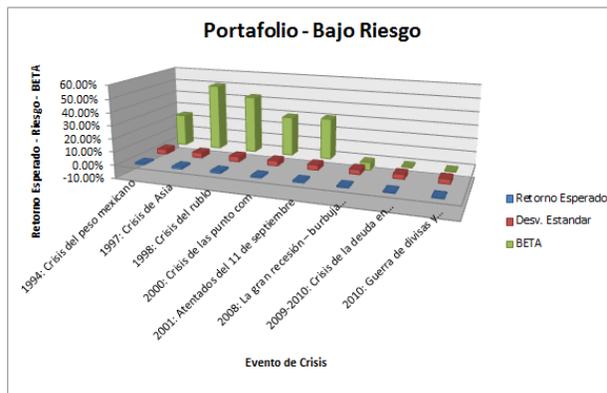


Grafico 36: Comportamiento de Retorno Esperado, Desv. Estándar y BETA del portafolio con perfil de bajo riesgo (Fuente: Elaboración Propia)

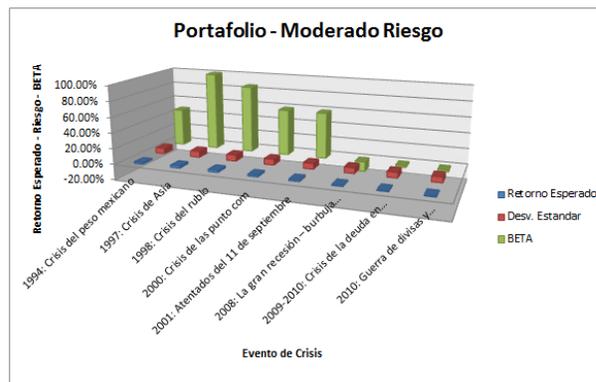


Grafico 37: Comportamiento de Retorno Esperado, Desv. Estándar y BETA del portafolio con perfil moderado de riesgo (Fuente: Elaboración Propia)

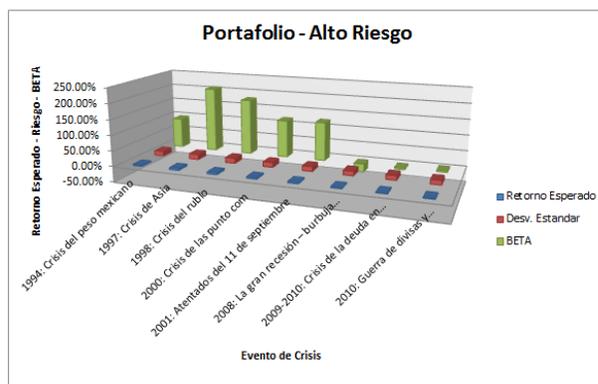


Gráfico 38: Comportamiento de Retorno Esperado, Desv. Estándar y BETA del portafolio con perfil de alto riesgo (Fuente: Elaboración Propia)

Por tanto, el modelo es sensible ante eventos de crisis en el mercado financiero, los periodos de inestabilidad financiera afectan los portafolios eficientes debido a que los inversionistas disminuyen su nivel de riesgo, en cada portafolio, cuando un evento de crisis está presente, por tanto su dispersión es menor bajo entornos de eventos de crisis (para mayor detalle ver Anexo F en Excel).

10.1. Conclusiones.

Frente al análisis realizado podemos determinar que en el primer caso donde se hace una comparación de tres portafolios obtenidos a partir de la teoría de objetivos de inversión y la teoría de Markowitz, tras observar la sensibilidad, rendimientos esperados frente a variaciones en H y α , los portafolios eficientes bajo la teoría de Objetivos de Inversión siempre están en la frontera establecida bajo la teoría de Markowitz lo cual es evidencia de la igualdad matemática entre ambas teorías, al mismo tiempo cada portafolio diseñado, estructurado e implementado bajo la teoría de Objetivos de Inversión tiene de manera implícita el mismo nivel de riesgo que los creados bajo la teoría de Markowitz que se deben entregar de manera explícita y lo más relevante es que un nivel de riesgo tiene de manera implícita varias combinaciones de H y α . A

su vez, al evaluar el desempeño de los portafolios creados bajo la teoría de Objetivos de Inversión medidos de acuerdo a ratios como Sharpe, Sortino, Treynor, alfa Jensen y factores como benchmark (S&P 500 Index) y la tasa libre de riesgo (bonos del tesoro americano), los tres portafolios tienen un desempeño óptimo lo que significa que la gestión activa y asignación de activos ayuda a alcanzar los objetivos propuestos por el inversionista frente al nivel de riesgo asumido para cada uno de ellos.

En el segundo caso, sobre los tres portafolios óptimos establecidos anteriormente que tienen desempeños buenos basados en la gestión activa y asignación de activos estratégica y táctica adecuada, se llegó a determinar que los inversionistas pueden especificar el riesgo en términos de niveles de retornos con una mayor facilidad que determinar el riesgo en los términos de media varianza de la teoría de Markowitz, de este modo consideramos que se aportan elementos para comprender de mejor manera los perfiles de riesgo, mediante una elección de los inversionistas dando sus preferencias de nivel de retorno y probabilidad (H, α), que implica un riesgo (γ) para un portafolio asociado a un objetivo específico de consumo, lo anterior puede mejorar la asesoría de las instituciones financieras. Debido a que actualmente se tiene a considerar que un inversionista es averso o propenso al riesgo pero en este ejercicio práctico los dos perfiles de riesgo están presentes debido a los objetivos que se buscan alcanzar en diferentes niveles, lo cual es más realista frente al hecho de cómo cada inversionista percibir el riesgo en cada momento.

Por tanto, se debe considerar que toda inversión se elige buscando la satisfacción de los objetivos propuestos, más que la maximización de retornos esperados, de manera que se debe contemplar escenarios donde las decisiones de inversión sean subóptimas frente a la teoría clásica de selección de portafolios.

Para el último caso evaluamos los cambios en los portafolios eficientes basados en sectores de los últimos 28 años. En el caso de \mathcal{V} , los tres portafolios aumentan su nivel α en tiempos de crisis entre 1994 y el 2000, después de este año disminuyen de igual manera se comportan los retornos esperados.

Los pesos o cantidades obtenidos en los portafolios durante el período de análisis, volviéndose cada vez más extremos a la medida que aumenta el riesgo debido a que aumenta las posiciones cortas en los sectores menos riesgosos. Los sectores más riesgosos son ENRS, CONS e INDU el sector que consideramos menos riesgoso es UTIL.

La metodología desarrollada entrega portafolios balanceados y estables en el tiempo al tomar rápidamente los cambios en el nivel de riesgo al obtenerlo de la probabilidad de no alcanzar el retorno deseado, que implícitamente cuenta con un equilibrio entre esas probabilidades y los retornos deseados, teniendo en cuenta que se toman decisiones de inversión sobre criterios objetivos (precios, retornos deseados, impuestos), y a su vez, por factores subjetivos como comportamiento de manada y juicios personales, llevando a rebalancear el portafolio para mantener este equilibrio aunque esta necesidad lleve a costos de transacción que se esperaba sean menores frente a lo que se puede obtener.

La ventaja del modelo es su flexibilidad y aplicabilidad en los fondos de inversión en el contexto nacional e internacional. El modelo permite estructurar portafolios donde el inversionista determine su retorno deseado y la probabilidad de no alcanzarlo; y ante cambios en el entorno económico o información, actualizar estos datos, rebalanceando el portafolio sin dejar a un lado el objetivo final de consumo. Lo cual nos lleva a pensar que se puede generar modelos financieros para estructurar portafolios, que en la práctica permitan a los inversionistas de

manera más sencilla tomar decisiones direccionadas a sus objetivos de inversión, sin que eso implique dejar a un lado la seriedad cuantitativa.

10.2. Futuras líneas de Investigación.

Dentro de estas destacamos que se puede investigar la influencia de los factores externos en los objetivos de inversión al establecer H y ρ , como por ejemplo los diferentes niveles de desarrollo de los mercados, la influencia cultural, social y las limitaciones establecidas a nivel normativo en relación con el tema, así como lo relacionado para estructuración de portafolios con finanzas conductuales.

A su vez, después de identificar claramente la caracterización de los portafolios de inversión como en el desarrollo de este trabajo, se podría ahora incluir el uso de derivados para cubrir posiciones largas y no elegir protegerlas con posiciones cortas como en este trabajo, las coberturas financieras por medio de instrumentos derivados son muy eficientes actualmente, logrando minimizar el riesgo de un portafolio sin sacrificar retorno de una manera significativa.

Además se podrían combinar los factores estudiados en este trabajo con estrategias Smart Beta que replican índices y actualmente se desarrolla ampliamente este negocio por la gestora de inversiones globalmente reconocida Blackrock, que incluye estrategias de mínima volatilidad, búsqueda de dividendos y la llamada factoring o multifactoring (por la que se ponderan uno o varios aspectos que mejoran el ratio rentabilidad-riesgo), estos fondos de gestión pasiva mantienen una alta liquidez.

ANEXOS

Anexo A. Condiciones que le permitan elegir entre distintas alternativas a un inversionista⁷.

Estas condiciones se pueden identificar como los siguientes postulados:

Preferencias: Cuando a un inversionista se le presentan dos alternativas A y B, entonces actuara de una de las siguientes maneras:

- a) Es indiferente entre A y B
- b) Prefiere A a B
- c) Prefiere B a A

Transitividad: Cuando un inversionista va tomar una decisión se enfrenta a tres alternativas A, B y C, podrá decidir lo siguiente:

- a) Si es indiferente entre A y B y prefiere B a C, entonces prefiere A a C
- b) Si prefiere A a B y es indiferente entre B y C, entonces prefiere A a C
- c) Si es indiferente entre A y B y entre B y C, entonces es indiferente entre A y C.

Preferencia a la recompensa: Este supuesto dice que los inversionistas prefieren más de un bien deseable. Es decir, un inversionista al calcular lo que recibe al tomar una decisión, está teniendo en cuenta bienes no tangibles, así como tangibles. En este contexto se supone que el dinero es un bien deseable.

Continuidad. Si $A > B$ y $B > C$, entonces existirá un valor α tal que, $A + (1 - \alpha) * C = B$

⁷ Fuente: (Hidrovo, Abril 2004) - La Teoría de la utilidad cardinal y sus implicaciones en las decisiones de inversión.

Dónde: $0 \leq \alpha \leq 1$

El valor α se ha interpretado como una medida de probabilidad. En forma similar, existen valores de α tales que:

$$\alpha_1 A + (1 - \alpha_1) C > B \text{ y } \alpha_2 A + (1 - \alpha_2) C < B$$

Ordenamiento. Si hay alternativas A, B, C, D, \dots , Tales que para cualquiera de las tres alternativas existe un valor de α para establecer la relación mencionada en el supuesto de continuidad, entonces las diferentes alternativas pueden ser ordenadas.

Sustitución. Para cualquier juego o lotería, existirá otro juego equivalente ante el cual el decisor será totalmente indiferente.

A partir de lo anterior se puede establecer el siguiente teorema:

Teorema de existencia. Si un inversionista toma decisiones cumpliendo las suposiciones anteriores, se puede definir una función de utilidad tal que.

a) Si $A \sim B$ entonces $U(A) = U(B)$

b) Si $A \succ B$ entonces $U(A) > U(B)$

La función $U(\cdot)$ se llamara función de utilidad y su valor $U(A)$ se llama índice de utilidad de A . Esta función es simple. Debe observarse que $U(A) > U(B)$ porque $A \succ B$ y no viceversa.

Resumiendo lo anterior, se puede decir que los supuestos de la Teoría de la Utilidad de (Von Neuman & Morgenstern, 1953), son:

- El inversionista puede ordenar alternativas o las utilidades asociadas a ellas.
- Puede establecer relaciones de transitividad en su orden preferencial.
- Pueden determinar pesos a probabilidades para comparar alternativas o las utilidades asociadas.

Anexo B. Forma de hallar la formula C⁸

Comenzamos resolviendo el sistema de optimización a través del Lagrangiano con el coeficiente λ

$$\max_w L = w' \mu - \frac{\gamma}{2} w' \Sigma w + \lambda [1 - w' \mathbf{1}]$$

Derivamos con respecto a los pesos y al coeficiente del Lagrangiano

$$\frac{\partial L}{\partial w} = \mu - \gamma \Sigma w - \lambda \mathbf{1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 1 - w' \mathbf{1} = 0$$

Debemos notar que la fórmula 2 representa un sistema de n formulas. Es así como de ella podemos obtener:

$$\Sigma w = \frac{1}{\gamma} [\mu - \lambda \mathbf{1}]$$

Y multiplicando ambos lados de la última formula por Σ^{-1} obtenemos

$$w = \frac{1}{\gamma} \Sigma^{-1} [\mu - \lambda \mathbf{1}]$$

Multiplicando ambos lados de la formula por $\mathbf{1}'$ obtenemos

$$\mathbf{1}' w = \frac{1}{\gamma} \mathbf{1}' \Sigma^{-1} [\mu - \lambda \mathbf{1}]$$

Por condición de optimización el lado derecho de la última formula suma uno

⁸ Fuente: (Das&Markowitz&Scheid&Statman, 2010) - Portfolio Optimization with Mental Accounts.

$$1 = \frac{1}{\gamma} \left[\mathbf{1}' \Sigma^{-1} \mu - \lambda \mathbf{1}' \Sigma^{-1} \mathbf{1} \right]$$

Despejando λ de la última fórmula

$$\lambda = \frac{\mathbf{1}' \Sigma^{-1} \mu - \gamma}{\mathbf{1}' \Sigma^{-1} \mathbf{1}}$$

Por último reemplazamos λ de las fórmulas y obtenemos la fórmula que nos permite encontrar los pesos o cantidades

$$\text{Obtención fórmula (C)} \implies w = \frac{1}{\gamma} \Sigma^{-1} \left[\mu - \left(\frac{\mathbf{1}' \Sigma^{-1} \mu - \gamma}{\mathbf{1}' \Sigma^{-1} \mathbf{1}} \right) \mathbf{1} \right]$$

Anexo C. Manual de uso Matlab (modelaje financiero de selección de portafolios)

Se adjunta manual en Word como archivo adjunto, para el uso del modelo financiero y la aplicación de cada uno de los Scrips, con el fin de lograr las optimizaciones de cada base de datos utilizada.

Anexo D. Resultados de la demostración teórica (detalle)

Se adjunta detalle de los resultados en Excel como archivo adjunto, con la simulación hecha en Matlab del ejemplo teórico relacionado en el artículo “Portfolio Optimization with Mental Accounts”.

Anexo E. Resultados de aplicación del modelo de selección de portafolios a las 103 acciones seleccionadas por medio de Bloomberg (detalle)

Se adjunta Excel como archivo adjunto, con el detalle de los resultados del modelaje financiero hecho en Matlab, sobre la base de las 103 acciones seleccionadas por medio del filtro especializado creado en Bloomberg aplicando la teoría de objetivos de inversión.

Anexo F. Resultados de aplicación del modelo de selección de portafolios a los 10 índices por sectores principales de una economía (detalle)

Se adjunta Excel como archivo adjunto, con el detalle de los resultados del modelaje financiero hecho en Matlab, sobre la base de los 10 índices de los sectores más representativos de una economía, aplicando la teoría de objetivos de inversión.

Bibliografía

- Black&Fische&Litterman, R. (1990). Asset Allocation: Combining Investors Views with Market Equilibrium. *The Journal of Fixed Income*, 7-18.
- Das&Markowitz&Scheid&Statman, S. H. (2010). Portfolio Optimizacion with Mental Accounts. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 311 - 334.
- Das, S. a. (2012). *Options ans Structured Products in Behavioral Portfolios*. Journal of Economic Dynamics & Control.
- Dmitrasinovic, L.-L. L. (2011). *Dynamic Portfolio Selection Under Capital-At-Risk with No Short-Selling Constrains*. International Journal of Theoretical and Applied Finance, 957-977.
- E Fama, M. M. (1972). *The Theory of Finance*. New York: Berkerley City College.
- Friedman & Savage, M. a. (1948). *The Utility Analysis of Choices involving Risk*. Journal of Political Economy, 253-306.
- González&Nave, S. y. (2014). ¿Los índices de mercado son carteras eficientes? El caso español del IBEX-35. *Cuadernos de Administración*, 27 (48), 183-226.
- Grinold&Kahn, R. a. (1999). *Active Portfolio Management: A Quantitative Approach for Producing Superior Returns and Controlling Risk*. Irwin Library of Investment & Finance.
- Hens, T. a. (2009). *Structured Products from Customers Perspective*. Zurich: University of Zurich.
- Herbert, S. (1955). A Behavioral Model of Rational Choice. *The Quarterly Journal of Economics Vol 69*, 95- 118.

- Hidrovo, S. A. (Abril 2004). La Teoria de la utilidad cardinal y sus implicaciones en las decisiones de inversion.
- Kahneman&Tversky, A. a. (1979). Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica*, 263-292.
- Kataoka, S. (1963). A Stochastic Programming Model. *Econometrica*, 181-196.
- Markowitz, H. (1952). *Portfolio Selection*. Journal Of Finance,50 - 99.
- Markowitz, H. (1952). *The Utility of Wealth*. Journal of Political Economy, 77 - 99.
- Markowitz, H. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. New York: John Wiley & Sons.
- Roy, A. (1952). Safety First and Holding of Assets. *The Econometric Society*, 431-449.
- Russell&Thaler, T. a. (1885). The relevance of Quasi Rationality in Competitive Markets. *The American Economic Review*, 1071-1082.
- Sharpe&Alexander&Bailey, W. G. (1999). *Investments*. Prentice Hall.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices - A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, 425-442.
- Shefrin&Statman, H. a. (2000). *Behavioral Portfolio Theory*. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 120 - 161.
- Shefrin&Statman, H. a. (2000). Behavioral Portfolio Theory. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 117 - 153.
- Statman, S. M. (1994). *Behavioral Capital Asset Pricing Theory*. Journal of Financial and Quantitative Analysis.
- Telser, L. G. (1956). Safety First and Hedging. *The Review of Economic Studies*, 1-16.

Tversky&Kahneman, A. a. (1979). An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica*. Ed 47.,
253 - 296.

Velez Pareja, I. (2003). *Decisiones Empresariales bajo riesgo e incertidumbre*. Bogota: CEJA -
Norma.

Von Neuman & Morgenstern, J. a. (1953). *Theory of Games And Economic Behavior*.
Princeton: Princeton University.

Wang, S. L. (2011). *Portfolio Selection in Goals-Based Wealth Management*. The Journal of
Wealth Management Summer 50-65.