

**Optimización de portafolio de renta fija aplicando el modelo Markowitz y Simulación**

**Monte Carlo vs COLTES**

**Ramiro Andrés Lara Atencia**

**Liseth Katherine Sandoval Ariza**

**Colegio de Estudios Superiores en Administración -CESA**

**Maestría en Mercados Bursátiles**

**Bogotá, D.C. 2023**

## **Introducción**

El mercado de la renta fija es de gran importancia en el mundo de las inversiones, ya que este permite la distribución de recursos entre aquellos agentes con excedentes de liquidez a otros que requieren necesidades de financiación. De acuerdo con el Autorregulador del Mercado de Valores (2020); hace referencia a títulos de renta fija aquellos valores representativos de una deuda, con un pago periódico de intereses a una tasa fija sobre el valor nominal. Para el caso de Colombia, hay varios tipos de títulos valores que se consideran como títulos de renta fija, entre los cuales podemos encontrar: Certificados de depósito (CDT), Títulos de tesorería (TES), Títulos de devolución de impuestos (TIDIS) entre otros (BVC, s.f.).

En Colombia, la relevancia del mercado de renta fija es notable, los instrumentos de renta fija son los más negociados en el mercado local con una participación del 91% del volumen total del mercado BVC (2012). Dicha participación mercado local, puede estar explicada en que la mayoría de los administradores de inversión concentran gran parte de sus inversiones en este mercado, ya que estos activos son considerados como inversiones más seguras frente a activos de renta variable. Teniendo en cuenta lo anterior, se vuelve cada vez más importante para los administradores de inversión, tener un proceso claro y estructurado de inversión, y de esta manera realizar una optimización del retorno esperado del portafolio de inversión ajustado por riesgo.

Mediante este trabajo queremos realizar la construcción de un portafolio de inversión en títulos renta fija, enfocando el 100% de sus inversiones en títulos de deuda pública (TES) tasa fija. Para poder evaluar el desempeño del portafolio de inversión, es necesario definir una metodología de optimización y un benchmark apropiado para su comparación.

## Selección de metodología de optimización

### Antecedentes

Para seleccionar la mejor metodología de optimización del portafolio, se tuvo en cuenta tres hipótesis de Markovitz (Modelo de Markowitz y Modelo de Black-Litterman en la Optimización de Portafolios de Inversión, 2011): 1. El **rendimiento** en un portafolio es considerado una variable aleatoria, para la cual el inversionista estima una distribución de probabilidad para el periodo de estudio. El valor esperado de la variable aleatoria es utilizado para cuantificar la rentabilidad de la inversión; 2. **la varianza** o la desviación estándar son utilizadas para medir la dispersión, como medida del riesgo de la variable aleatoria rentabilidad. Esta medición debe realizarse en forma individual, a cada activo y a todo el portafolio; 3. la **conducta racional** del inversionista lo lleva a preferir la composición de un portafolio que le represente la mayor rentabilidad, para determinado nivel de riesgo.

### Modelo Markowitz

Creada en 1952 por Harry Markowitz cuyo objetivo es encontrar un portafolio óptimo en términos de maximizar la rentabilidad, minimizando el riesgo a través de la creación de una frontera eficiente (Scherer, 2019).

La fórmula matemática del modelo (1) consiste en determinar las ponderaciones  $w_i$  que maximizan el rendimiento esperado del portafolio, sujeto a un riesgo máximo admitido. Es decir:

$$1) \quad \text{Max } E(R_p) = \sum_{i=1}^n W_i \cdot E(R_i)$$

Sujeto a:

$$2) \quad \sigma^2 (R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i \cdot W_j \cdot \sigma_{ij} \leq \sigma_0^2$$
$$\sum_{j=1}^n W_i = 1; \cdot W_i \geq 0 (i = 1, \dots, n)$$

Según Fuquen y Roza (2013) el modelo maneja los siguientes supuestos:

*“1. Los inversionistas evalúan los portafolios a partir de los rendimientos esperados y la desviación estándar de los portafolios durante un horizonte de un periodo.*

*2. Los inversionistas son insaciables, prefieren el rendimiento más alto entre dos opciones que tengan la misma desviación estándar.*

*3. Los inversionistas son adversos al riesgo, así cuando se tienen dos opciones con el mismo rendimiento elegirán la opción con menor riesgo.*

*4. Tanto los activos individuales como las carteras o portafolios son infinitamente divisibles (comprar/vender en cualquier fracción).*

*5. El mercado es operativamente eficiente, no hay fricciones, los costos e impuestos a las transacciones son irrelevantes.*

*6. Los mercados son eficientes al menos en la forma débil y los inversionistas tienen expectativas homogéneas.*

*7. Todos los inversionistas disponen de la misma información.”*

Sin embargo, la literatura sugiere (Michaud, 1989) que el planteamiento de Markowitz puede incurrir en sesgos relevantes al basarse en datos históricos, dado que supone que el mercado se comportará de forma similar como lo hizo en el pasado, asumiendo estabilidad del mercado, lo cual no siempre es cierto.

Adicional, tanto los rendimientos como la correlación de los activos que componen el portafolio se construyen a partir de información histórica, estos serán sensibles a eventos puntuales de la historia como los eventos de crisis o ciclos económicos lo cual no necesariamente implica que el comportamiento de los activos en el pasado sirva para explicar el comportamiento de los activos a futuro (Arango y Zapata, 2021).

### **Coefficiente de Sharpe**

*“El índice de Sharpe es una métrica que tiene como objetivo medir la conveniencia de una estrategia o instrumento de inversión riesgoso dividiendo el rendimiento promedio del período en exceso de la tasa libre de riesgo por la desviación estándar del proceso de generación de rendimiento. El Coeficiente de Sharpe no distingue entre volatilidad alcista y bajista, por lo cual, la desviación estándar subestima el riesgo de distribuciones de rendimiento negativamente sesgadas lo que implica que la estrategia es en realidad más riesgosa.”* Sharpe (1998).

### **Coefficiente de Sortino**

Sortino es una modificación del índice de Sharpe, pero utiliza una desviación a la baja en lugar de la desviación estándar como medida de riesgo, es decir, solo se consideran riesgosos aquellos rendimientos que caen por debajo de un objetivo especificado por el usuario o la tasa de rendimiento requerida (Rollinger y Hoffman, 2013).

### **Simulación de Monte Carlo**

La simulación de Monte Carlo es un tipo de simulación que se basa en muestreos aleatorios repetidos y análisis estadísticos para calcular los resultados. Este método de simulación está muy relacionado con los experimentos aleatorios, experimentos cuyo resultado específico no

se conoce de antemano. En este contexto, la simulación de Monte Carlo puede considerarse como una forma metódica de realizar el llamado análisis hipotético (Raychaudhuri,2008).

### **Benchmark**

En la construcción de portafolios de inversión, cuando hablamos de un proceso de optimización de portafolios, hace referencia a construir un portafolio que de cierta manera reduzca el riesgo total sin sacrificar el retorno esperado. (Fabozzi et al., 2008). Adicional, es de gran importancia definir las metodologías para poder evaluar la gestión activa del administrador de inversiones, así, surge la necesidad de tener que seleccionar un activo referente con el cual comparar el desempeño del portafolio.

### **COLTES**

El COLTES es un índice creado por la Bolsa de Valores de Colombia, y está diseñado para inversionistas cuyo objetivo sea tener una exposición al mercado de renta fija publica colombiano BVC (2020). Este índice se caracteriza por ser un índice de retorno total ponderado por capitalización de mercado sobre los títulos de deuda pública interna en pesos.

#### **Características del COLTES según la Bolsa de Valores de Colombia (2020):**

- *“El valor del índice es igual a la sumatoria del precio sucio de cada bono que conforma la canasta del índice por el ponderador que tiene cada bono dentro de la misma, ajustado por un factor de enlace.*
- *El valor base ó  $I(t)$  con el que inició el COLTES, en la apertura de la rueda ordinaria del 2 de enero de 2008 del mercado de Renta Fija fue de 100 puntos.*

- *El proceso de recomposición se realizará después del cierre del mercado de Renta Fija, el último día hábil bursátil de cada mes, y estará vigente el primer día hábil bursátil del mes siguiente.*
- *La canasta del índice tendrá al menos un bono y no tendrá límite máximo de componentes. En caso de no cumplirse lo anterior el cálculo del índice se suspenderá y este se retomará en el siguiente periodo de recomposición en el cual la condición de componentes mínimos se cumpla.*
- *Formarán parte de la canasta de títulos a partir del cual se calculará los índices COLTES, todas las referencias de instrumentos TES Clase B Pesos que cumplan con los criterios de plazo al vencimiento y liquidez relativa.*
- *Las referencias deben tener a la fecha de recomposición del índice un plazo mínimo al vencimiento de 1 año.*
- *Para que una referencia sea parte de la canasta de títulos que componen el índice, además de haber sido aceptada después de aplicar el filtro de plazo al vencimiento, debe haber participado en al menos el 0.1% del total del volumen negociado de los bonos, para el conjunto de referencias TES Clase B Pesos”.*

### **Aplicación de la Metodología**

Los títulos de renta fija que cumplan con las características establecidas por la Bolsa de Valores de Colombia para el cálculo del COLTES serán aquellos elegibles para conformar parte de la canasta.

Adicional, para efectos tener en cuenta toda la estructura de la curva de rendimientos, se agruparán los activos en tres categorías: De corto plazo, mediano plazo y largo plazo. Así,

Se tomará inicialmente un rango de tiempo desde el 1 de enero de 2021 a diciembre 31 de 2022 para calcular los retornos diarios por cada título que compone la canasta por categoría. Se calculará el retorno promedio, la desviación estándar y el downside risk del portafolio, tomando como tasa libre de riesgo y MAR (Mínimo retorno aceptado por sus siglas en inglés) los tesoros de Estados Unidos a 10 años. Para determinar los activos que serán parte del portafolio de inversión, se realizaron inicialmente dos cálculos por cada una de las categorías, uno donde se maximice el coeficiente Sharpe y otro donde se maximice el coeficiente Sortino Ratio. Una vez se hayan encontrado las referencias que cumplan con los criterios de maximización, estos activos serán utilizados para construir el portafolio de inversión.

Por otra parte, se crea la necesidad de poder determinar los pesos de cada activo en el portafolio de inversión, por lo anterior, se utilizó la metodología de Harry Markowitz la cual sugiere que la construcción de portafolios de inversión tiene que estar alineada con los variables de riesgo del portafolio y rendimiento esperado. Adicional, una vez encontrado el portafolio de eficiente, se realizaron una serie de simulaciones de Monte Carlo para determinar cómo sería el comportamiento del portafolio frente a cambios en los pesos de los activos.

Por último, una vez encontrado el portafolio eficiente se comprará el desempeño del portafolio entre el 1 de enero del 2023 hasta el 28 de abril del 2023.

### **Objetivos y restricciones del portafolio de inversión**

El objetivo principal del portafolio de inversión es construir un vehículo que permita tener una exposición al mercado de deuda pública local, generando un retorno ajustado por riesgo superior al que se puede llegar a tener mediante el índice COLTES de la bolsa de Valores de



Colombia. Para la construcción del portafolio, se tendrá en cuenta la teoría de optimización de portafolio Markowitz, sujeto a las características y restricciones del índice COLTES.

Por la composición del portafolio, éste se cataloga como inversión de riesgo moderado.

Por otro lado, se utilizarán los precios de las referencias que conformarán la canasta de activos de las siguientes dos fuentes: Sistema electrónico de negociación y mercado electrónico colombiano.

## **Resultados**

Para ejecutar el modelo de optimización se realizaron una serie de pasos que involucra la optimización del portafolio a través del modelo de Markowitz y simulaciones de Monte Carlo, analizando un periodo comprendido desde 01/01/2021 hasta 12/31/2022.

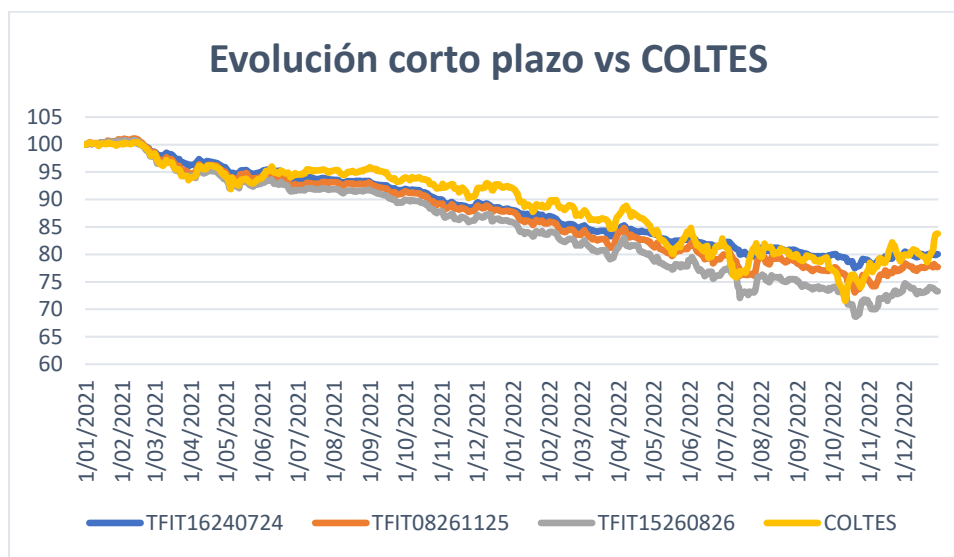
Una vez obtenidos los datos históricos de precios, se calculan las rentabilidades de diarias y las desviaciones. Se realizó el análisis de los distintos títulos por plazo catalogándolos en corto, mediano y largo plazo, de esta manera se buscó que la optimización contemplara los distintos tramos de la curva de rendimientos.

- **Corto plazo:** TFIT16240724 / TFIT08261125/ TFIT15260826,
- **Mediano plazo:** TFIT08031127 / TFIT16280428 / TFIT16180930 / TFIT10260331/ TFIT16300632 / TFIT16181034,
- **Largo plazo:** TFIT16090736 / TFIT21280542 / TFIT31261050.

Se realizó un análisis gráfico del desempeño de las categorías frente al Benchmark, se concluyó lo siguiente: El desempeño de los últimos dos años de casi todos los activos es

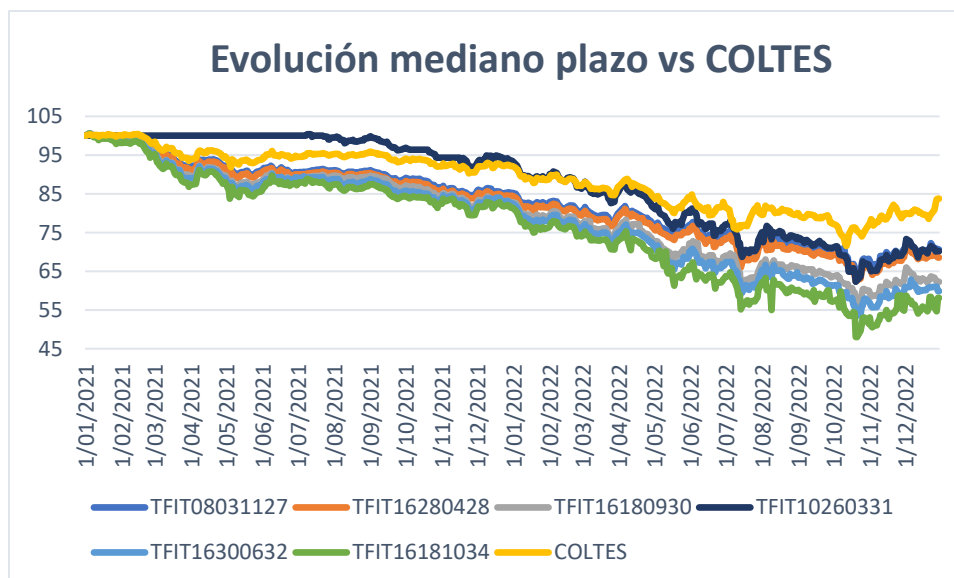
inferior frente a la referencia, las categorías de mediano y largo plazo son las que han presentado un peor desempeño frente al Benchmark.

### Desempeño Corto plazo



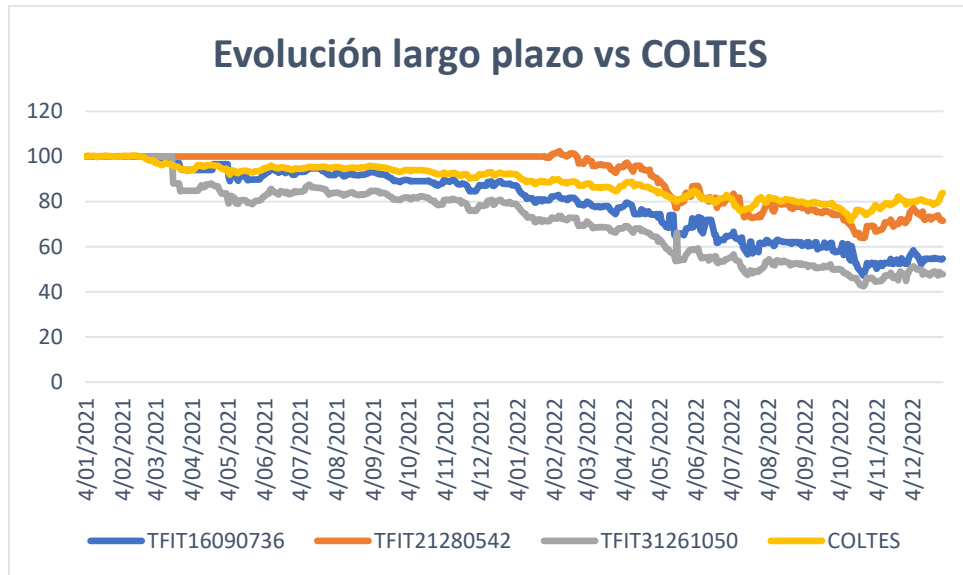
Fuente: Elaboración propia

### Desempeño mediano Plazo



Fuente: Elaboración propia.

### Desempeño Largo plazo



Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se presentan los resultados por categorías provenientes de la maximización del coeficiente de Sharpe y del coeficiente de Sortino.

#### Corto plazo

Rentabilidades			Rentabilidades		
TFIT16240724	TFIT08261125	TFIT15260826	TFIT16240724	TFIT08261125	TFIT15260826
-0,038%	-0,043%	-0,052%	-0,002%	-0,043%	-0,052%

Participaciones			Participaciones		
TFIT16240724	TFIT08261125	TFIT15260826	TFIT16240724	TFIT08261125	TFIT15260826
33,33%	33,33%	33,33%	0,00%	0,00%	100,00%

RF	3,4%
RF DIARIO	0,01%
RP	-0,04%
DESVET	0,42%
SHARPE	-13,68%

RF	3,4%
RF DIARIO	0,01%
RP	-0,05%
DESVET	0,83%
SHARPE	-7,89%

Rentabilidades			Rentabilidades		
TFIT16240724	TFIT08261125	TFIT15260826	TFIT16240724	TFIT08261125	TFIT15260826
-0,038%	-0,043%	-0,052%	-0,035%	-0,043%	-0,052%

Participaciones			Participaciones		
TFIT16240724	TFIT08261125	TFIT15260826	TFIT16240724	TFIT08261125	TFIT15260826
33,33%	33,33%	33,33%	0,00%	0,00%	100,00%

RF	3,40%
RF DIARIO	0,013%
RP	-0,044%
SEMIDESVIACIÓN	0,331%
SORTINO	-17,358%

RF	3,40%
RF DIARIO	0,013%
RP	-0,052%
SEMIDESVIACIÓN	0,619%
SORTINO	-10,571%

\*\*En la parte izquierda se encuentran los resultados antes de la optimización y en la parte derecha son los resultados una vez realizada la optimización\*\*

## Mediano plazo

Rentabilidades					
TFIT08031127	TFIT16280428	TFIT16180930	TFIT10260331	TFIT16300632	TFIT16181034
-0,057%	-0,060%	-0,074%	-0,053%	-0,080%	-0,088%

Participaciones					
TFIT08031127	TFIT16280428	TFIT16180930	TFIT10260331	TFIT16300632	TFIT16181034
16,67%	16,67%	16,67%	16,67%	16,67%	16,67%

RF	3,40%
RF DIARIO	0,00013493
RP	-0,000686647
DESVEST	0,008086958
SHARPE	-10,16%

Rentabilidades					
TFIT08031127	TFIT16280428	TFIT16180930	TFIT10260331	TFIT16300632	TFIT16181034
-0,057%	-0,060%	-0,074%	-0,053%	-0,080%	-0,088%

Participaciones					
TFIT08031127	TFIT16280428	TFIT16180930	TFIT10260331	TFIT16300632	TFIT16181034
16,67%	16,67%	16,67%	16,67%	16,67%	16,67%

RF	3,40%
RF DIARIO	0,013%
RP	-0,069%
SEMIDESVIACIÓN	0,628%
SORTINO	-13,078%

**\*\*En la parte superior se encuentran los resultados antes de la optimización y en la parte inferior son los resultados una vez realizada la optimización\*\***

Rentabilidades						
TFIT08031127	TFIT16280428	TFIT16180930	TFIT10260331	TFIT16300632	TFIT16181034	
-0,046%	-0,060%	-0,074%	-0,046%	-0,078%	-0,088%	

Participaciones						
TFIT08031127	TFIT16280428	TFIT16180930	TFIT10260331	TFIT16300632	TFIT16181034	
0%	0%	0%	0%	0%	100%	

RF	3,40%
RF DIARIO	0,00013493
RP	-0,000884489
DESVEST	0,016988913
SHARPE	-6,00%

Rentabilidades						
TFIT08031127	TFIT16280428	TFIT16180930	TFIT10260331	TFIT16300632	TFIT16181034	
-0,046%	-0,060%	-0,074%	-0,046%	-0,078%	-0,088%	

Participaciones						
TFIT08031127	TFIT16280428	TFIT16180930	TFIT10260331	TFIT16300632	TFIT16181034	
0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%	

RF	3,40%
RF DIARIO	0,013%
RP	-0,088%
SEMIDESVIACIÓN	1,310%
SORTINO	-7,779%

**Largo plazo**

Rentabilidades			Rentabilidades		
TFIT16090736	TFIT21280542	TFIT31261050	TFIT16090736	TFIT21280542	TFIT31261050
-0,093%	-0,058%	-0,123%	-0,093%	-0,058%	-0,123%

Participaciones			Participaciones		
TFIT16090736	TFIT21280542	TFIT31261050	TFIT16090736	TFIT21280542	TFIT31261050
33,33%	33,33%	33,33%	100%	0%	0%

RF	3,40%
RF DIARIA	0,01%
RP	-0,09%
DESVT	1,25%
SHARPE	-8,42%

RF	3,40%
RF DIARIA	0,01%
RP	-0,09%
DESVT	2,17%
SHARPE	-4,88%

Rentabilidades			Rentabilidades		
TFIT16090736	TFIT21280542	TFIT31261050	TFIT16090736	TFIT21280542	TFIT31261050
-0,093%	-0,058%	-0,123%	-0,093%	-0,058%	-0,123%

Participaciones			Participaciones		
TFIT16090736	TFIT21280542	TFIT31261050	TFIT16090736	TFIT21280542	TFIT31261050
33,33%	33,33%	33,33%	100,00%	0,00%	0,00%

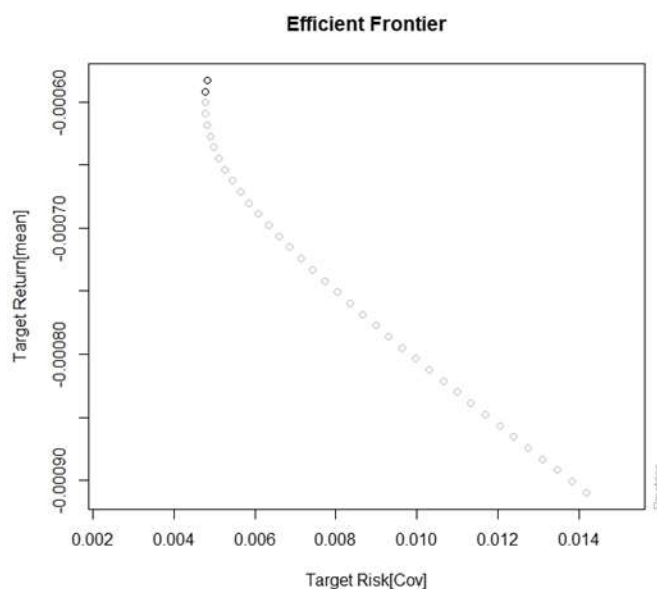
RF	3,40%
RF DIARIA	0,01%
RP	-0,09%
DESVT	0,95%
SORTINO	-11,05%

RF	3,40%
RF DIARIA	0,01%
RP	-0,09%
SEMIDESVT	1,66%
SORTINO	-6,40%

**\*\*En la parte izquierda se encuentran los resultados antes de la optimización y en la parte derecha son los resultados una vez realizada la optimización\*\***

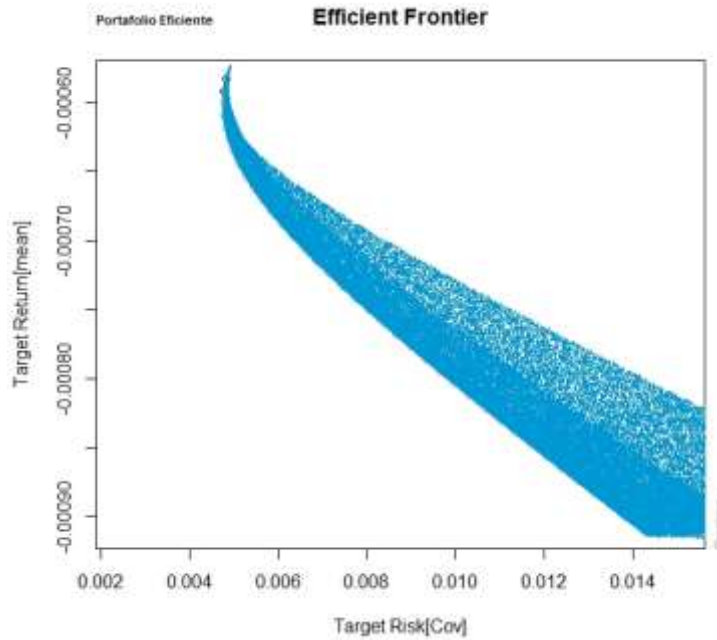
De acuerdo con los cálculos anteriores, se concluye que las referencias que maximizan el coeficiente de Sharpe y el Coeficiente de Sortino son las siguientes: TFIT15260826 (corto plazo), TFIT16181034 (mediano plazo) y TFIT16090736 (largo plazo). De esta manera se construyó el portafolio de inversión a partir de estos tres títulos.

Para poder determinar las participaciones que tendrán las referencias en el portafolio, se utilizó el método de optimización de Markowitz. En la primera Etapa se construyó la frontera eficiente con distintas participaciones de los activos para ver el comportamiento de la relación riesgo retorno.



Fuente: Elaboración propia.

Una vez obtenida la frontera eficiente, se procedió a realizar la simulación de Monte Carlo con un total de 100.000 simulaciones y así poder determinar los posibles resultados de las combinaciones de los portafolios de inversión, de esta manera se tomó la combinación de activos que lograra cumplir con la premisa de portafolio eficiente. El portafolio eficiente es aquel que maximiza el retorno esperado bajo un nivel de riesgo definido, como lo sugirió Markowitz (1952) “El titular de una cartera eficiente no puede diversificarse más para aumentar la tasa de rendimiento esperada sin aceptar un mayor nivel de riesgo”, para efectos del ejercicio se tomó la tasa libre de los tesoros a 10 años como nivel de riesgo definido



Fuente: Elaboración propia.

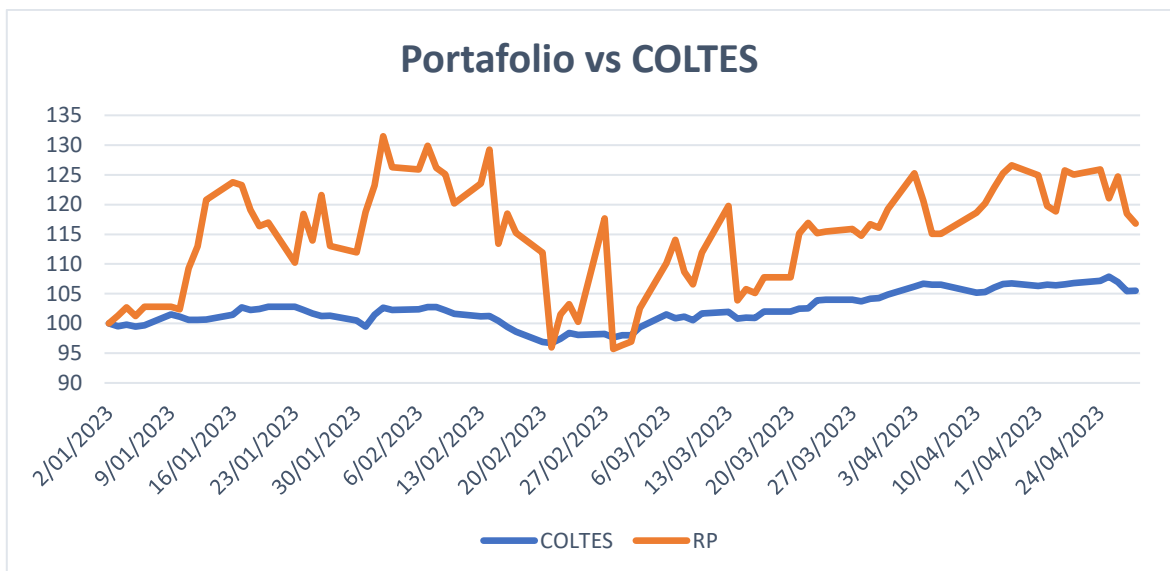
Así, encontramos las participaciones para poder construir el portafolio de inversión. El portafolio eficiente estará compuesto de la siguiente manera:

	TFIT15260826	TFIT16181034	TFIT16090736
<b>PARTICIPACIONES</b>	92,031%	2,719%	5,250%

### Conclusiones y evolución frente al Benchmark.

Una vez obtenidas las participaciones del portafolio de inversión, se tomó como fecha focal 01/01/2023 para monitorear el desempeño del portafolio vs el benchmark. En la gráfica posterior se observa el desempeño de los últimos 4 meses.





	RT PORTAFOLIO	RT COLTES	ALFA
<b>A corte del 31/01/2023</b>	18,74%	-0,52%	19,25%
<b>A corte del 28/02/2023</b>	-4,28%	-2,35%	-1,93%
<b>A corte del 31/03/2023</b>	19,23%	4,83%	14,39%
<b>A corte del 28/04/2023</b>	16,80%	5,50%	11,30%

Como resultado de la optimización, el portafolio construido a partir de las metodologías planteadas genera un alfa positivo en las fechas observadas. El mes de febrero fue un mes complejo para el portafolio ya que cayó de manera más pronunciada que el benchmark, sin embargo para el mes de marzo empezó a presentar nuevamente un rendimiento positivo lo que terminó por generar un alfa frente a la referencia.

Otro factor importante para resaltar es la sobre ponderación que se tiene en el bono TFIT15260826, esta sobre ponderación se genera por el principio de duración, donde existe un relación directa entre plazo y riesgo, donde a menor plazo hay un menor riesgo. La metodología de optimización se construyó a partir de maximizar el retorno esperado sujeto a un nivel de riesgo definido, por lo anterior se tenderá a sobre ponderar aquellos bonos que presenten un menor plazo.

## Bibliografía

- 1) AMV Colombia. (2022). Guía Renta Fija Operador V. Recuperado el 8 de marzo de 2023, de <https://www.amvcolombia.org.co/wp-content/uploads/2022/06/9.1-Guia-Renta-Fija-Operador-V-2022-06-07.pdf>
- 2) Bolsa de Valores de Colombia. (s. f.). Renta Fija: Descripción general. Recuperado el 8 de marzo de 2023, de <https://www.bvc.com.co/renta-fija-descripcion-general>
- 3) Bolsa de Valores de Colombia. (2012). Mercado de Renta Fija Colombiano Evolución y Diagnóstico. Recuperado el 8 de marzo de 2023, de [https://girardot.unipiloto.edu.co/wpcontent/uploads/2019/11/mercado\\_rf\\_colombiano-19.pdf](https://girardot.unipiloto.edu.co/wpcontent/uploads/2019/11/mercado_rf_colombiano-19.pdf)
- 4) Fabozzi, F., Markowitz, H., & Gupta, F. (2008). Portfolio selection. Handbook of finance, 2.
- 5) Bolsa de Valores de Colombia (2020). Metodología familia de índices coltes.(pp. 4-7)
- 6) Michaud, R., (1989); The Markowitz optimization enigma: is optimized optimal?, Financial Analysts Journal, 45(1), 31-42.
- 7) Sebastián Arango, Daniel Esteban Zapata. (2021). Portafolio de activos compuesto por contratos de futuros sobre índices bursátiles a partir del modelo Black-Litterman. EAFIT.
- 8) Scherer, P. M. (2019). H. M. *Markowitz: Portfolio Selection (1952)*. Risiko Manager, 3, N.PAG..

- 9) Fuquen Sandoval, J. M., & Rozo Rodríguez, D. (2013). *Antecedentes y elementos teóricos básicos y conceptuales del modelo de Markowitz*. *Gestión y Sociedad*, 6(1), 91-108
- 10) Franco-Arbeláez, L. C., Avendaño-Rúa, C. T., & Barbutín-Díaz, H. (2011). *Modelo de Markowitz y Modelo de Black-Litterman en la Optimización de Portafolios de Inversión*. *Revista Tecno Lógicas*, 26, 71–88. <https://doi-org.cvirtual.cesa.edu.co/10.22430/22565337.40>
- 11) Sharpe, W. F. (1998). The sharpe ratio. *Streetwise—the Best of the Journal of Portfolio Management*, 3, 169-185.
- 12) Rollinger, T. N., & Hoffman, S. T. (2013). Sortino: a ‘sharper’ ratio. *Chicago, Illinois: Red Rock Capital*
- 13) Markowitz, H.M. (1952) Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 7, 77-91.
- 14) Raychaudhuri, S. (2008, December). Introduction to monte carlo simulation. In 2008 Winter simulation conference (pp. 91-100). IEEE