



**Precisión de modelos de predictibilidad de quiebra aplicados al sector Transporte de
Colombia: una comparación bajo los enfoques de análisis discriminante, regresión
logística y redes neuronales**

Presentado por:

Jaime Alberto Rodríguez Marín

CESA – Colegio de Estudios Superiores de Administración

Maestría en Finanzas Corporativas

Bogotá, D.C.

2021

Precisión de modelos de predictibilidad de quiebra aplicados al sector Transporte de Colombia: una comparación bajo los enfoques de análisis discriminante, regresión logística y redes neuronales

Presentado por:

Jaime Alberto Rodríguez Marín

Director:

Bernardo León Camacho

CESA – Colegio de Estudios Superiores de Administración

Maestría en Finanzas Corporativas

Bogotá, D.C.

2021

Tabla de Contenido

1.	Introducción.....	7
	1.1. Planteamiento del Problema	7
	1.2. Hipótesis.....	15
	1.3. Objetivo General.....	15
	1.4. Objetivos Específicos	15
2.	Estado del Arte	16
3.	Marco Teórico	22
	3.1. Fracaso Empresarial.....	22
	3.2. Predicción de quiebra	24
	3.3. Análisis Discriminante.....	28
	3.4. Regresión Logística.....	33
	3.5. Redes Neuronales	37
4.	Muestra y Metodología	42
	4.1. Muestra	42
	4.2. Indicadores Financieros	47
	4.3. Descripción de los Indicadores Financieros	48
	4.4. Niveles de Precisión	54
	4.5. Resultados.....	55
	4.5.1. Resultados Análisis Discriminante	55
	4.5.2. Resultados Regresión Logística.....	60
	4.5.3. Resultados Redes Neuronales.....	73
	4.5.4. Comparación de los modelos.....	79
	4.5.5. Resultados para 200 modelos generados de manera aleatoria.....	84
5.	Conclusiones.....	90
6.	Bibliografía	96

Índice de Tablas

Tabla 1 Resumen de empresas con procesos activos de reorganización o en liquidación judicial iniciados entre 2014 y 2020, con corte al 31 de diciembre de 2020.	9
Tabla 2 Clasificación de reporte de estados financieros 2016 – 2019 por grupo NIIF – Superintendencia de Transporte.	43
Tabla 3 Estadísticas descriptivas para las principales cuentas de los Estados Financieros de las 41 empresas que componen el Grupo I.	45
Tabla 4 Estadísticas descriptivas para las principales cuentas de los Estados Financieros de las 41 empresas que componen el Grupo II.	46
Tabla 5 Identificación de los indicadores financieros.	48
Tabla 6 Estadísticas descriptivas de indicadores financieros para empresas del Grupo I – en reorganización o liquidación.	52
Tabla 7 Estadísticas descriptivas de indicadores financieros para empresas del Grupo II – sanas.	53
Tabla 8 Regresión lineal para estimación de modelo 1 – Análisis Discriminante.	56
Tabla 9 Matriz de confusión para modelo 1 – Análisis Discriminante.	58
Tabla 10 Factor de Inflación de la Varianza – Análisis Discriminante.	60
Tabla 11 Resultados modelo inicial de regresión Logit generado a través de Eviews.	62
Tabla 12 Evaluación de predicción del modelo generado a través de regresión Logit.	63
Tabla 13 Matriz de confusión para modelo 2 – Regresión Logit.	64
Tabla 14 Matriz de correlación entre variables independientes.	65
Tabla 15 Análisis de variable redundante a CT_TA.	66
Tabla 16 Análisis de variable redundante a GA_PAT.	66

Tabla 17 Análisis de variable redundante a EBIT_TA.	67
Tabla 18 Análisis de variable redundante a TP_PAT.	67
Tabla 19 Análisis de variable redundante a PC_TP.	67
Tabla 20 Análisis de variable redundante a UN_ING.	68
Tabla 21 Resultados modelo restringido Regresión Logit generado a través de Eviews. ...	70
Tabla 22 Evaluación de predicción del modelo restringido generado a través de Regresión Logit.....	71
Tabla 23 Resumen modelo no restringido y modelo restringido – Regresión Logit.	72
Tabla 24 Matriz de confusión para modelo 3 – Redes Neuronales.....	78
Tabla 25 Resumen niveles de precisión de los cuatro modelos.	79
Tabla 26 Estadísticas descriptivas para niveles de precisión de 200 modelos generados a través de las tres metodologías.	87
Tabla 27 Modelos de predictibilidad de quiebra aplicados al sector transporte con base en los tres enfoques.	92

Índice de Figuras

Figura 1 Comportamiento PIB sector transporte 2014 – 2020.....	13
Figura 2 Diagrama de Red Neuronal Perceptrón Multicapa.....	39
Figura 3 Resultados de Red Neuronal para modelo de predictibilidad de quiebra.....	77
Figura 4 Curva ROC para Análisis Discriminante.....	81
Figura 5 Curva ROC para Regresión Logística Modelo 1 – No Restringido.	82
Figura 6 Curva ROC para Regresión Logística Modelo 2 – Restringido.	83
Figura 7 Curva ROC para Redes Neuronales.	84

Índice de Anexos

Anexo 1 Resultado Redes Neuronales para modelo inicial.	99
Anexo 2 200 modelos generados a través de análisis discriminante.....	100
Anexo 3 200 modelos generados a través de regresión logística, sin restricción en los parámetros.....	108
Anexo 4 200 modelos generados a través de regresión logística, con restricción en los parámetros.....	116
Anexo 5 Niveles de precisión de 200 modelos generados a través de Redes Neuronales.....	124

1. Introducción

1.1. Planteamiento del Problema

La incertidumbre en las condiciones políticas, sociales y macroeconómicas, el cambio en las expectativas de los consumidores en los mercados, la mala administración empresarial y financiera de las compañías, entre otros factores, generan un riesgo de insolvencia en las empresas que producen un impacto negativo en sus acreedores y accionistas. Dicha situación de insolvencia o de quiebra, representa la incapacidad que tienen las personas jurídicas o naturales para cumplir con las obligaciones adquiridas.

En virtud de lo anterior, se han adelantado una serie de estudios que buscan predecir la insolvencia o quiebra para algunos sectores de la economía, basados en información financiera reportada para ciertas vigencias por las empresas, con el propósito de desarrollar herramientas que permitan tomar acciones desde el punto de vista empresarial y de los acreedores, que eviten el inicio de procesos de reorganización, de insolvencia, de liquidación, y la quiebra; y continuar con la prestación del servicio y el normal desarrollo de las organizaciones.

En este sentido, (Liang, Lu, Tsai, & Shih, 2016) establecieron que la predicción efectiva de insolvencia es relevante para que los acreedores tomen decisiones apropiadas y poder reducir el riesgo crediticio. De igual manera, (do Prado, de Melo Carvalho, Carvalho de Benedicto, & Ribeiro Lima, 2019) indicaron que la comprensión de los factores que conducen al fracaso empresarial y las indicaciones de solvencia pueden hacer las diferencias entre ganancias o pérdidas para las empresas.

En Colombia, la Ley 1116 de 2006¹ regula el régimen judicial de insolvencia, que tiene por objeto “la protección del crédito y la recuperación y conservación de la empresa como unidad de explotación económica y fuente generadora de empleo, a través de los procesos de reorganización y de liquidación judicial” (Ley 1116, 2006). El artículo 9 de dicha Ley, establece la cesación de pagos o la incapacidad de pago inminente por parte del deudor, como supuestos de admisibilidad para ajustarse al régimen de insolvencia e iniciar un proceso de reorganización empresarial, el cual busca que la empresa pueda continuar con la prestación de sus servicios o desarrollo de sus actividades económicas, a través de su reestructuración operacional, administrativa, de activos o pasivos.

De los 215 procesos de reorganización que finalizaron al primer trimestre de 2015 bajo la Ley 1116 de 2006, alrededor del 50% culminaron bajo el trámite de liquidación obligatoria, por solicitud directa del deudor o por otras causales (Correa Aguirre, 2015), el porcentaje restante cumplió con el objetivo de conservar la empresa como unidad económica.

En el informe de insolvencia en Colombia con corte al 31 de diciembre de 2020 (Superintendencia de Sociedades, 2021), realizado por la Delegatura de Procedimientos de Insolvencia y los Intendentes Regionales de la Superintendencia de Sociedades, se evidenció que entre el año 2014 y 2020, se presentaron 6.736 solicitudes de insolvencia, de las cuales 1.292 se registraron en la última vigencia, mostrando un aumento del 2% frente al año 2019 y del 124% frente al año 2014.

¹ Por la cual se establece el Régimen de Insolvencia Empresarial en la República de Colombia y se dictan otras disposiciones.

En la tabla 1 se muestran las empresas que se encuentran con procesos activos al cierre de 2020, las cuales ascienden a un total de 3.223 procesos iniciados entre el 2014 y 2020, con un total de activos por valor de \$61.070 millones y de pasivos por valor de \$55.934 millones.

Los sectores con mayor número de empresas que se acogieron a los procesos de reorganización empresarial y de liquidación entre los años 2014 y 2020, son servicios, comercio, y manufactura, con totales de 772, 732 y 551 empresas, y un crecimiento del 117.6%, 46.2% y 70.5% en la última vigencia, respectivamente. A estos sectores, ya se les ha desarrollado un modelo de predictibilidad de quiebra teniendo en cuenta la importancia que tienen para la economía del país, bajo los enfoques de análisis discriminante y regresión logística.

Tabla 1

Resumen de empresas con procesos activos de reorganización o en liquidación judicial iniciados entre 2014 y 2020, con corte al 31 de diciembre de 2020.

Sector	Cantidad	Activos	Pasivos	Activos Promedio	Pasivos Promedio	Nivel de Liquidez
Agricultura	197	3,785,624,211	2,259,012,272	19,216,367	11,467,067	1.68
Comercio	732	7,888,676,091	8,452,700,704	10,776,880	11,547,405	0.93
Construcción	371	16,399,483,367	15,764,714,731	44,203,459	42,492,493	1.04
Manufactura	551	9,253,245,487	7,313,180,130	16,793,549	13,272,559	1.27
Mínero e Hidrocarburos	59	2,214,364,232	2,705,371,716	37,531,597	45,853,758	0.82
Servicios	772	11,748,539,044	10,009,648,821	15,218,315	12,965,866	1.17
Sin ciiu	381	1,143,231,376	1,848,579,185	3,000,607	4,851,914	0.62
Transporte	160	5,562,280,093	4,714,809,207	34,764,251	29,467,558	1.18
Total	3,223	57,995,443,900	53,068,016,767	17,994,243	16,465,410	1.09

Nota: Elaboración propia basada en las cifras reportadas en la base de datos de insolvencia con corte al 31 de diciembre de 2020. (Superintendencia de Sociedades, 2021)

De los sectores relacionados en la tabla 1, el transporte cuenta con 160 empresas en procesos de reorganización empresarial y liquidación, las cuales reflejan un total de activos por valor de \$5.562 millones y de pasivos por valor de \$4.714 millones. Este sector tiene el tercer promedio más alto de pasivos por empresa y el tercer promedio más alto de activos por empresa. Igualmente, tiene una razón de liquidez del 1.18, mostrando mejor liquidez que otros sectores.

Respecto al sector mencionado, es importante resaltar que la Ley 336 de 1996² dispone que el transporte es un servicio que goza de protección estatal, estableciendo en sus artículos 4 y 5:

ARTÍCULO 4o. El transporte gozará de la especial protección estatal y estará sometido a las condiciones y beneficios establecidos por las disposiciones reguladoras de la materia, las que se incluirán en el Plan Nacional de Desarrollo, y como servicio público continuará bajo la dirección, regulación y control del Estado, sin perjuicio de que su prestación pueda serle encomendada a los particulares.

Artículo 5. El carácter de servicio público esencial bajo la regulación del Estado que la ley le otorga a la operación de las empresas de transporte público, implicará la prelación del interés general sobre el particular, especialmente en cuanto a la garantía de la prestación del servicio y a la protección de los usuarios, conforme a los derechos y obligaciones que señale el Reglamento para cada Modo. (Ley 336, 1996)

² Estatuto General del Transporte.

En virtud de lo anterior, con el propósito de garantizar la prestación del servicio y la protección de los usuarios, se caracteriza el transporte como servicio público esencial regulado por el Estado, en el cual debe primar el interés general sobre el particular. Por tal razón, este estudio tiene como finalidad generar una herramienta que pueda brindar información a las empresas que prestan el servicio público de transporte y se encuentran bajo la supervisión del Estado, sobre su situación financiera ante una eventual quiebra o insolvencia, para que así puedan tomar decisiones que mantengan las empresas como unidades económicas activas y garanticen la prestación del servicio.

De otra parte, respecto al servicio de transporte de carga, el documento CONPES 3963 del 28 de junio de 2019³ dispuso:

En Colombia el transporte automotor de carga por carretera representa el 77,54 % del volumen en toneladas movilizadas (Ministerio de Transporte, 2017), siendo el principal medio para conectar los centros de producción y consumo al interior del país con los nodos donde se realizan las operaciones de comercio exterior. Dado lo anterior, la eficiencia operativa del sector de transporte de carga es fundamental para mejorar la competitividad nacional y el óptimo funcionamiento de las cadenas de suministro.

De ahí radica su importancia para la economía del país, teniendo en cuenta que su desarrollo aumenta la conectividad, eficiencia y competitividad de los otros sectores. Según las cifras del producto interno bruto reportadas por el Departamento Administrativo Nacional de

³ Documento CONPES 3963 del 28 de junio de 2019. Política para la Modernización del Sector Transporte Automotor de Carga.

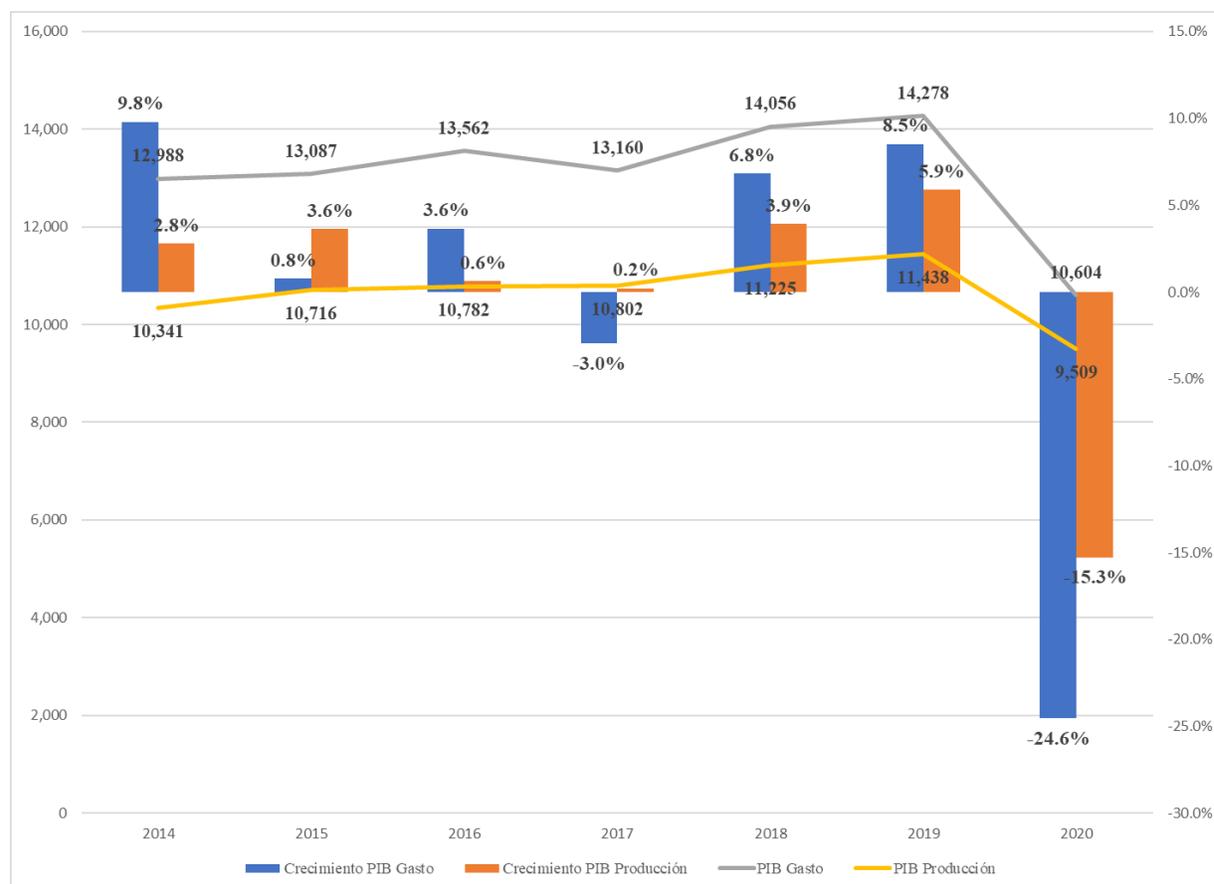
Estadística – DANE al cierre de 2020, el sector transporte presentó decrecimientos de -15,3% y -24,6% frente al período inmediatamente anterior, medidos desde los enfoques de la producción y del gasto a precios constantes en sus datos originales, lo cual es resultado de las restricciones impuestas al sector por el gobierno nacional para controlar la pandemia del covid-19 durante la vigencia 2020. Su participación en el PIB Nacional desde el año 2014, representa un promedio del 4,8% anual.

En este hilo conductor, se resalta que para el sector Transporte en Colombia, no se han adelantado estudios sobre predictibilidad de quiebra, a pesar de la importancia que tiene para la economía del país, la conexión que brinda entre regiones y la protección estatal a la cual está sujeto el servicio por Ley.

En consecuencia, esta investigación busca desarrollar un modelo de predicción de quiebra para el sector Transporte, basado en indicadores financieros, que sea de utilidad para las entidades financieras, las empresas del sector y las Entidades de supervisión y vigilancia. Lo anterior, teniendo en cuenta que los indicadores financieros proveen información relevante que ayuda a definir si las empresas pueden presentar problemas financieros o llegar a un estado de insolvencia (Amendola, Giordano, Parella, & Restaino, 2017). De esta manera, se pueden generar alertas y tomar medidas previas que permitan seguir con el correcto desarrollo y funcionamiento de la prestación del servicio.

Figura 1

Comportamiento PIB sector Transporte 2014 – 2020.



Nota: Elaboración propia basada en las cifras del PIB desde el enfoque de la producción y del gasto en precios constantes y datos originales. (Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE, 2021)

Por tal razón, (do Prado, de Melo Carvalho, Carvalho de Benedicto, & Ribeiro Lima, 2019) indican que los estudios sobre la solvencia de la empresa son relevantes porque refuerzan la investigación en finanzas, siempre que se comprenda bien el comportamiento de la empresa y las estrategias financieras.

Finalmente, es importante resaltar que los investigadores han enfocado esfuerzos en desarrollar modelos de predictibilidad a través de indicadores financieros, utilizando distintas

metodologías que van desde el análisis univariante (Beaver, 1966), el análisis discriminante múltiple (Altman, 1968) y la regresión logística (Ohlson, 1980), hasta las redes neuronales (do Prado, de Melo Carvalho, Carvalho de Benedicto, & Ribeiro Lima, 2019), el algoritmo boosting (Correa-Mejía & Lopera-Castaño, 2020), los algoritmos genéticos (Varetto, 1998) y otras técnicas de inteligencia computacional. A través de los estudios, se ha utilizado una batería distinta de indicadores financieros que se ajustan a los sectores de estudio y a la muestra seleccionada. Sin embargo, es claro que las metodologías tradicionales implementadas asumen una simetría en las muestras que tienden a sesgar los resultados. Por tal razón, se han impulsado investigaciones que comparan los niveles de precisión de técnicas tradicionales como las desarrolladas por (Beaver, 1966), (Altman, 1968) y (Ohlson, 1980), con metodologías basadas en inteligencia computacional, las cuales han mostrado una mayor precisión a la hora de predecir la quiebra en las muestras utilizadas.

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente, esta investigación busca evaluar la precisión de tres modelos de predicción de quiebra basados en indicadores financieros para el sector transporte, a través del análisis discriminante múltiple, regresión logística y redes neuronales; y con base en los resultados obtenidos, recomendar el modelo que muestre una mayor precisión a la hora de predecir la quiebra. Así, la pregunta de investigación es ¿Cuál de los modelos de predictibilidad de quiebra desarrollados bajo los enfoques de análisis discriminante múltiple, regresión logística y redes neuronales, tiene mayor nivel de precisión a la hora de predecir la insolvencia en las empresas del sector Transporte de Colombia?

1.2. Hipótesis

Ho: La precisión del modelo de predictibilidad de quiebra desarrollado a través de redes neuronales es menor o igual que los modelos tradicionales.

Ha: La precisión del modelo de predictibilidad de quiebra desarrollado a través de redes neuronales es mayor que los modelos tradicionales.

1.3. Objetivo General

El objetivo de este estudio es evaluar la precisión de tres modelos de predicción de quiebra para las empresas del sector transporte de Colombia a través de los enfoques de análisis discriminante, regresión logística y redes neuronales.

1.4. Objetivos Específicos

1. Revisar la literatura sobre las metodologías aplicadas y los indicadores financieros más utilizados en la predicción de quiebra.
2. Identificar los indicadores financieros más significativos para predecir la quiebra en el sector transporte.
3. Desarrollar tres modelos de predictibilidad de quiebra para el sector transporte, bajo la aplicación de las metodologías de análisis discriminante múltiple, regresión logística y redes neuronales.
4. Comparar la precisión de los tres modelos desarrollados a través de análisis de curvas ROC (Receiver Operating Characteristic).

5. Generar conclusiones y recomendaciones a los stakeholders del sector y futuras investigaciones.

2. Estado del Arte

Como se indicó anteriormente, la predicción de quiebra ha sido un tema relevante en la investigación académica, ya que permite tomar decisiones a las entidades financieras sobre otorgamiento de créditos y medidas en el seguimiento de estos, así como a las directivas de las empresas sobre la toma de decisiones para mantenerlas como unidades económicas productivas. Lo anterior, teniendo en cuenta que la insolvencia de una empresa pone en aprietos a los proveedores, a los acreedores y a los accionistas.

Es así como (Beaver, 1966), se interesó por el análisis de los indicadores financieros para predecir la quiebra. En su estudio definió la quiebra como la inhabilidad de las empresas para cumplir con sus obligaciones en la madurez y los indicadores financieros como el cociente entre dos valores de cuentas tomadas de los estados financieros (pág. 71). (Beaver, 1966) implementó un análisis discriminante univariado a 30 indicadores basados en las cuentas de los estados financieros, agrupados en 6 clasificaciones (Flujo de caja, ingresos netos, deuda sobre activos totales, activos líquidos sobre activos totales, activos líquidos sobre deuda corriente, rotación), seleccionados por popularidad en la literatura, buen desempeño en anteriores investigaciones y en términos de flujo de caja. De dichos indicadores, 6 mostraron tener mayor relación con las empresas quebradas. Finalmente, el **Flujo de Caja / Total de la Deuda** fue el más relevante a la hora de predecir las empresas quebradas, mostrando una precisión del 78% con información del primer año de anticipación, 65% con información del segundo año de anticipación y 63% con información del tercer año de anticipación

Posteriormente, (Altman, 1968) introdujo el análisis discriminante múltiple en el ejercicio de predicción de quiebra, como una técnica estadística que convierte una observación en una combinación lineal de observaciones independientes de variables explicativas, utilizada principalmente para predecir el comportamiento de variables cualitativas, en este caso, quiebra o no quiebra.

El estudio partió de una lista de 22 variables categorizadas en liquidez, rentabilidad, apalancamiento, solvencia y de actividad, de las cuales cinco fueron seleccionadas al obtener los mejores resultados juntas, como lo son **Capital de Trabajo / Total de Activos, Utilidades Retenidas / Total de Activos, Utilidades antes de intereses e impuestos / Total de Activos, Valor de mercado / Valor Deuda en Libros y Ventas / Total de Activos.**

El modelo mostró una precisión del 94% en la predicción de las empresas quebradas con información del primer año de anticipación, 72% con información del segundo año de anticipación y 48% con información del tercer año de anticipación.

Estos dos estudios marcaron el inicio de la investigación del análisis discriminante, el cual fue utilizado como una técnica común de investigación hasta 1980. (Deakin, 1972) y (Edmister, 1972) mostraron que la capacidad de predicción de las razones financieras es aditiva y que su uso individual genera menor precisión en la predicción que un conjunto de indicadores utilizados de manera simultánea. (Moyer, 1977) indicó que se podría obtener un mayor poder de predicción, si se eliminaba de la formula Z-Score, las variables Valor de mercado / Valor Deuda en Libros y Ventas / Total de Activos, y que un enfoque lineal solo es apropiado cuando las matrices de dispersión de los grupos son idénticas. Igualmente, (Bohórquez Alfonso, 2019) resaltó que para efectuar el análisis discriminante “se deben

considerar que las variables independientes se distribuyan con normalidad multivariante con una matriz de varianza-covarianza iguales para ambos grupos de empresas que se requieren (fallidas y no fallidas).”

Teniendo en cuenta esta dificultad a la hora de utilizar el análisis discriminante, en su estudio *Financial Ratios and the Probabilistic Prediction of Bankruptcy*, (Ohlson, 1980) utilizó el modelo Logit basado en la estimación por máxima verosimilitud, pasando de manejar una muestra simétrica para las empresas fallidas y no fallidas como lo hacían en las investigaciones previas, a desarrollar un modelo con base en una muestra asimétrica de 2.058 empresas que no estaban en quiebra y 105 en quiebra.

(Ohlson, 1980) indicó que el uso del modelo Logit para la predicción de quiebra evitaba los problemas presentados en el ADM. En su estudio, analizó la significancia estadística de las razones financieras escogidas y el coeficiente de determinación del modelo (R^2), llegando a la conclusión que los factores de tamaño, rentabilidad, rendimiento y liquidez son determinantes a la hora de predecir una empresa fallida.

Como resultado, el modelo obtuvo una precisión del 96,12% en la predicción de las empresas quebradas con información del primer año de anticipación, 95,55% con información del segundo año de anticipación y 92,84% con información del tercer año de anticipación.

Siguiendo esta misma línea, se han realizado investigaciones basadas en modelos de regresiones logísticas, como Logit y Probit. (Lennox, 1999) obtuvo un alto nivel de precisión utilizando estos dos modelos. Igualmente, bajo la aplicación de la metodología Logit,

(Hernandez Tinoco & Wilson, 2013) concluyeron que la ausencia de rentabilidad y de liquidez eran las causas principales de la quiebra en las empresas.

Ahora bien, para el caso colombiano, se han desarrollado diversos modelos de predictibilidad de quiebra utilizando distintas metodologías. (Martínez, 2003) a través de un modelo Probit heteroscedástico identificó que los indicadores de Utilidad Antes de Impuestos / Total Activos, Obligaciones Financieras / Total Activos y Disponible / Total Activos, son estadísticamente significantes para pronosticar el estrés o la fragilidad financiera de las empresas en Colombia en el año 2001. En su modelo, identificó correctamente el 82% de las empresas frágiles y no frágiles. (López , 2015) implementó un modelo Logit para predecir la quiebra en el sector comercio, logrando una precisión del 90% con información de un año de anticipación. (Bohórquez Alfonso, 2019) desarrolló un modelo para el subsector de servicios profesionales, a través de una regresión Logit, el cual tuvo una precisión del 90.05%.

De otra parte, se ha empezado a desarrollar una línea de investigación que implementa técnicas de inteligencia computacional, teniendo en cuenta los aportes que han contribuido al desarrollo del análisis de riesgo crediticio, para determinar entre buenos y malos créditos.

En su investigación *A literature review on the application of evolutionary computing to credit scoring*, (Marqués, García, & Sánchez, 2013) manifiestan:

Los enfoques más clásicos para la calificación crediticia emplean métodos estadísticos (Análisis discriminante, regresión lineal y logística, curvas de regresión adaptativa multivariante, árboles de clasificación y regresión, suavizado no

paramétrico, análisis de supervivencia) o modelos de investigación operativa (programación lineal, programación cuadrática, programación integral, programación de criterios múltiples, programación dinámica), pero es posible identificar técnicas más sofisticadas relacionadas con el área de inteligencia computacional (data mining o soft computing) tales como redes neuronales, [...] y algoritmos evolutivos.

En esta línea, se evidenció que las redes neuronales eran efectivas en el modelado y pronóstico, procesamiento de señales y sistemas expertos. Hasta 1989, se había utilizado la técnica para predecir la tasa de bonos corporativos y juicios de hipotecas.

Basados en lo anterior, (Odom & Sharda, 1990) decidieron evaluar la predicción de la función Z-Score implementada a través del enfoque de redes neuronales, con el propósito de mitigar las dificultades que presentaba el análisis discriminante múltiple, teniendo en cuenta que esta técnica no es sujeta al supuesto de normalidad. En su investigación concluyeron que las redes neuronales son más robustas y tienen mayor nivel de predicción que el análisis discriminante tradicional.

Posteriormente, (Varetto, 1998) utilizó la metodología de algoritmos genéticos para comparar sus resultados con el método tradicional de análisis discriminante. En su estudio, determinó que los AG permiten obtener funciones lineales que no dependen de hipótesis estadísticas restrictivas con respecto a la normalidad de las distribuciones de las razones o la igualdad de la matriz de varianzas / covarianzas. Otra ventaja de esta técnica es que demostró como el diagnóstico de la compañía se puede realizar en forma de prueba para obtener un resultado de una variable continua.

De otra parte, (do Prado, de Melo Carvalho, Carvalho de Benedicto, & Ribeiro Lima, 2019) realizaron una comparación de tres modelos desarrollados bajo los enfoques de análisis discriminante, regresión logística y redes neuronales. En su estudio, las redes neuronales obtuvieron el mayor nivel de precisión, con un valor del 98%, lo cual fue corroborado a través de Curvas Características Operativas del Receptor (ROC). El análisis discriminante y la regresión logística mostraron una precisión del 82,4% y 90,2%, respectivamente.

En Colombia, (Correa-Mejía & Lopera-Castaño, 2020) desarrollaron el primer estudio que utilizaba algoritmos boosting para la predicción de la insolvencia con anticipación, en una muestra de 11.812 empresas, con el propósito de controlar la estructura asimétrica y buscar mejores resultados, basados en las investigaciones realizadas por (Wang, Ma, & Yang, 2014) y (Jones, Johnstone, & Wilson, 2017). En esta línea, la aplicación de dicha metodología obtuvo una predicción del 92,1%, llegando a la conclusión que “A través de la estimación del error tipo I y tipo II, el nivel de precisión y la matriz de confusión, se encontró que el algoritmo boosting se desempeñó mejor que otras metodologías que asumen matrices simétricas” (pág. 236).

Con base en lo anterior, esta investigación busca comparar las metodologías tradicionales de predicción de quiebra como lo son el análisis discriminante y la regresión logística, con una metodología basada en inteligencia computacional, como lo son las redes neuronales, teniendo en cuenta el alto nivel de precisión que ha demostrado.

3. Marco Teórico

3.1. Fracaso Empresarial

(Beaver, 1966) definió el fracaso empresarial como la inhabilidad de la firma para atender el pago de sus obligaciones financieras. De otra parte, al hablar de quiebra, (Altman, 1968) se refirió a aquellas empresas que están legalmente en quiebra y se encuentran en suspensión de pagos, o que fueron aceptadas en un proceso de reorganización en virtud de los requisitos establecidos por el Capítulo X de la Ley Nacional de Quiebras en Estados Unidos⁴.

Ahora bien, respecto al fracaso empresarial y la insolvencia, (Bohórquez Alfonso, 2019, pág. 17) dispuso:

Desde un enfoque económico, fracaso significa tener resultados del ejercicio negativos y/o insuficientes para cubrir los costos y gastos de la operación, y donde el retorno de la inversión está constantemente por debajo del costo del capital. Por otro lado, la insolvencia ocurre cuando el total de las obligaciones con terceros de una empresa exceden el valor total de sus activos, lo cual genera una incapacidad de pago por la carencia de medios para responder.

Para el caso colombiano, desde el punto de vista legal, el fracaso empresarial se relaciona con las empresas que se encuentran (i) en proceso de reorganización y liquidación judicial, Ley 1116 de 2006; (ii) en liquidación obligatoria y concordato, Ley 222 de 1995; y (iii) efectivamente disueltas y liquidadas.

⁴ Eliminado en 1978 a través de la Reforma a la Ley de Quiebras.

Respecto a la reorganización empresarial, la normatividad establece como supuestos de admisibilidad la cesación de pagos y la incapacidad de pago inminente, junto con otros supuestos adicionales que son de trámite. La cesación de pagos se refiere al “incumplimiento del pago por más de noventa (90) días de dos (2) o más obligaciones a favor de dos (2) o más acreedores”, o que la empresa “tenga por lo menos dos (2) demandas de ejecución presentadas por dos (2) o más acreedores para el pago de obligaciones” (Ley 1116, 2006); y la incapacidad de pago inminente, se relaciona con “la acreditación de la existencia de razones internas o externas a la organización que afecten en forma grave el cumplimiento normal de las obligaciones, con vencimientos contractuales en el próximo año” (Correa Aguirre, 2015).

De otra parte, el proceso de liquidación judicial inicia con el incumplimiento del acuerdo de reorganización, del concordato, de un acuerdo de reestructuración, o cuando la empresa se enmarque en las causales establecidas en el artículo 49 de la Ley 1116 de 2006.

Por las razones expuestas anteriormente, cobra importancia la elaboración de modelos de predictibilidad de quiebra, con el propósito de evitar procesos de reorganización y de liquidación costosos, proteger el pago de las obligaciones con los acreedores y los accionistas, y mantener el funcionamiento de las empresas como unidades generadoras de bienestar económico y de empleo. Más aún, si se habla de un servicio que goza de protección estatal especial por su importancia para la conectividad de las regiones y el crecimiento económico de los países, como lo es el transporte.

En el presente estudio, se tomarán como empresas en quiebra, aquellas que se encuentren en procesos de reorganización y en liquidación judicial, establecidas en el régimen de insolvencia.

3.2. Predicción de quiebra

Después de explicar el fracaso empresarial para el caso colombiano, se procede con la descripción de los modelos de predictibilidad de quiebra desde los enfoques de análisis discriminante, regresión logística y redes neuronales, fundamentados en las investigaciones realizadas por (Altman, 1968), (Ohlson, 1980) y (Odom & Sharda, 1990).

El análisis discriminante múltiple - ADM propuesto en el estudio *Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy*, es la técnica estadística más utilizada y reconocida para predecir la quiebra de las empresas, así como para evaluar el riesgo crediticio.

Teniendo en cuenta que el ADM busca identificar una combinación lineal de observaciones que expliquen el comportamiento de una variable dependiente categórica, (Altman, 1968) la implementó con el objetivo de identificar cuáles eran las razones financieras más importantes a la hora de predecir una quiebra, que peso debería asignársele a cada una y como deberían ser establecidos dichos pesos objetivamente. Como resultado, (Altman, 1968) obtuvo la siguiente función discriminante, conocida como Z-Score:

$$Z = 0.012 X_1 + 0.014 X_2 + 0.033 X_3 + 0.006 X_4 + 0.999 X_5$$

X_1 = Capital de Trabajo / Total de Activos

$X_2 = \text{Utilidades Retenidas} / \text{Total de Activos}$

$X_3 = \text{Utilidades antes de intereses e impuestos} / \text{Total de Activos}$

$X_4 = \text{Valor de mercado} / \text{Valor Deuda en Libros}$

$X_5 = \text{Ventas} / \text{Total de Activos}$

La variable menos significativa del modelo es X_5 , que muestra la habilidad con que se utilizan los activos para generar ventas.

Del análisis realizado, se concluyó que aquellas empresas que obtuvieran un Z-Score mayor a 2.99 pertenecían al grupo de no quiebra, menor a 1.88 pertenecían al grupo de quiebra, y entre 1.81 y 2.99 se encontraban en una zona de ignorancia. Sin embargo, se ha manifestado que los resultados obtenidos bajo este modelo tienen poca capacidad de interpretación, ya que solo establecen puntos de corte para clasificar, lo que impide un análisis profundo de la situación de la empresa.

A partir del trabajo realizado por (Altman, 1968), la investigación académica se ha enfocado en mejorar la predicción en términos de precisión y de significancia estadística, tomando como punto de partida el análisis discriminante múltiple.

En virtud de lo anterior, (Ohlson, 1980) evidenció que la predicción de quiebra basada en análisis discriminante múltiple presentaba dificultades estadísticas y metodológicas que debían ser revisadas, dentro de las cuales se encontraban:

- 1) Requisitos estadísticos en las propiedades de los estimadores (matriz varianza-covarianza igual para los dos grupos, requerimiento de normalidad en los estimadores).
- 2) Resultados de la aplicación del ADM con poca capacidad de interpretación.
- 3) Clasificación arbitraria de las empresas fallidas y no fallidas, de acuerdo con la industria y tamaño. (pág. 112)

(Ohlson, 1980) utilizó 9 variables en la estimación de su modelo, obteniendo una predicción del 96.12% con información financiera del año inmediatamente anterior. El modelo obtenido es el siguiente:

$$Y = -1.32 - 0.407 (SIZE) + 6.03 (TLTA) - 1.43 (WCTA) + 0.0757 (CLCA) - 2.37 (NITA) - 1.83 (FUTL) + 0.285 (INTWO) - 1.72 (OENEG) - 0.521 (CHIN)$$

Donde:

SIZE = Log (total de activos/índice de precios del producto nacional bruto)

TLTA = Total de Pasivos / Total de Activos

WCTA = Capital de Trabajo / Total de Activos

CLCA = Pasivos Corrientes / Activos Corrientes

NITA = Ingresos Netos / Total de Activos

FUTL = Utilidades Operativas / Total de Pasivos

INTWO = 1 si los ingresos netos son negativos para los últimos dos años, 0 de lo contrario

OENEG = 1 si el total de los pasivos excede el total de los activos, 0 de lo contrario

CHIN = Variación del ingreso neto del período t-1 al período t.

Con los resultados obtenidos, identificó que cuatro son los factores derivados de los estados financieros que son estadísticamente significativos para predecir la quiebra:

- 1) Tamaño medido como el total de activos.
- 2) Estructura financiera como una medida de apalancamiento (Total Pasivos / Total Activos)
- 3) Alguna medida de rendimiento, como Utilidad Neta / Total Activos y/o Utilidad Operativa / Total Pasivos.
- 4) Alguna medida de liquidez, como Capital de Trabajo / Total Activos. (Ohlson, pág. 123)

De esta manera, demostró que a través de la regresión logística se pueden implementar modelos de predictibilidad de quiebra con mayor nivel de interpretación y de precisión.

Finalmente, (Odom & Sharda, 1990) aplicaron la metodología de redes neuronales para comparar su precisión en la predicción de quiebra de las empresas con los resultados obtenidos bajo la metodología tradicional del análisis discriminante múltiple.

Los modelos de redes neuronales están compuestos por muchos elementos computacionales no lineales que operan en paralelo y dispuestos en patrones que recuerdan las redes neuronales biológicas. Los elementos o nodos computacionales están conectados a través de pesos que generalmente se adaptan durante el uso para mejorar el rendimiento (Lippmann, 1987).

Bajo este enfoque (Odom & Sharda, 1990) utilizaron una red de retroalimentación de tres capas, compuesta por la capa de entrada, capa oculta y la capa de salida. La capa de entrada consistió en 5 nodos, cada uno identificado por un indicador financiero del modelo del Z-Score. La capa de salida estaba compuesta por un nodo que tomaba el valor de 1 si estaba en quiebra o de 0 si no estaba en quiebra.

Los investigadores aplicaron el modelo planteado en tres grupos, distribuidos así:

- Grupo 1: 50% empresas quebradas y 50% empresas sanas
- Grupo 2: 20% empresas quebradas y 80% empresas sanas
- Grupo 3: 10% empresas quebradas y 90% empresas sanas

Para los tres casos, las redes neuronales obtuvieron una mejor precisión en la predictibilidad de quiebra que la obtenida bajo el enfoque del análisis discriminante múltiple, demostrando ser un método más robusto y consistente (Odom & Sharda, 1990).

Ahora bien, después de resaltar los aspectos más importantes de las investigaciones relacionadas con la predictibilidad de quiebra, se procede a realizar una breve descripción de las metodologías que fueron implementadas por cada una, así como de su soporte teórico.

3.3. Análisis Discriminante

Es una técnica estadística que utiliza la información de un grupo de variables independientes para predecir el valor de una variable dependiente cualitativa, principalmente de tipo discreta o categórica. En otras palabras, es un método de clasificación que busca describir a partir de un vector $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_k)$, los rasgos diferenciales de G poblaciones. Así, el análisis

discriminante se utiliza para clasificar una observación en unos grupos preestablecidos, dependiendo de las características individuales de dicha observación.

El objetivo de esta técnica es modelar el comportamiento de una población (empresas sanas o en quiebra; voto a favor o voto en contra; crédito en mora o no mora; seguros de bajo riesgo, riesgo moderado o alto riesgo; entre otros), mediante una combinación lineal de las características de las observaciones (Altman, pág. 592), de la siguiente manera:

$$\widehat{Y}_i = b_0 + b_1X_{1i} + b_2X_{2i} + b_3X_{3i} + \cdots + b_kX_{ki}$$

Donde:

\widehat{Y}_i = *puntaje discriminante para la observación i.*

$b_0, b_1, b_2, b_3, \dots, b_k$ = *coeficientes determinantes*

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_k$ = *variables independientes*

$i = 1, 2, \dots, n$ *observaciones*

La anterior relación se puede expresar en forma matricial, así:

$$\begin{bmatrix} \widehat{Y}_1 \\ \widehat{Y}_2 \\ \vdots \\ \widehat{Y}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \cdots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \cdots & X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \cdots & X_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}, \widehat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}\mathbf{b}$$

Dicha combinación busca transformar los valores individuales de las variables independientes en un único valor o puntaje discriminante, que después es utilizado para clasificar la observación en cada grupo.

El primer paso, es definir la clasificación de los grupos. Para el caso de la predicción de quiebra, los grupos corresponden a empresas en quiebra (o en insolvencia) y empresas sanas.

Posteriormente, se deben definir las características que sean relevantes para la clasificación de las observaciones en los grupos. Para el caso de la predicción de quiebra, corresponde a los indicadores financieros que mejor describen el estado de cada empresa, que normalmente, se ubican en las categorías de liquidez, rentabilidad, apalancamiento, solvencia y de operación.

Para la selección de los indicadores financieros que se incluyen en el modelo, (Altman, 1968) dispuso las siguientes recomendaciones:

1. Observar la significancia estadística de varias funciones alternativas, incluyendo la relevancia de cada variable independiente.
2. Evaluar la correlación entre las variables independientes.
3. Observar la precisión predictiva de los distintos perfiles.
4. Analizar el impacto de las variables según el juicio del investigador.

Una vez se seleccionen las variables independientes del modelo, se procede a determinar sus coeficientes a través de una regresión lineal múltiple, donde los valores de Y corresponden a los valores de la clasificación actual en cada grupo (1=en quiebra, 0=sanas), y los valores de X, a la matriz de observaciones de los indicadores financieros seleccionados.

Después de hallar los coeficientes determinantes, se procede a calcular el valor discriminante \hat{Y} para cada observación i. Como los puntajes determinantes no son iguales al valor de los

grupos (1 o 0), se debe fijar una regla de clasificación para trasladar los puntajes en la predicción de cada grupo.

Para ello, el análisis determinante parte de la herramienta de los centroides, los cuales representan los promedios de cada variable independiente y del puntaje estimado, para cada grupo o población. Estos estadísticos, resumen la información de cada grupo, e indican donde un grupo está centrado o ubicado gráficamente (Ragsdale, 2007).

Los centroides para los grupos I (quiebra o insolvencia) y II (sanas), serán los siguientes:

$$\bar{X}_I = \begin{bmatrix} \bar{X}_{1,I} \\ \bar{X}_{2,I} \\ \vdots \\ \bar{X}_{k,I} \end{bmatrix}, \bar{X}_{II} = \begin{bmatrix} \bar{X}_{1,II} \\ \bar{X}_{2,II} \\ \vdots \\ \bar{X}_{k,II} \end{bmatrix}$$

Por consiguiente, para cada grupo se obtienen los siguientes centroides:

$$\bar{Y}_I = b_1 \bar{X}_{1,I} + b_2 \bar{X}_{2,I} + b_3 \bar{X}_{3,I} + \dots + b_k \bar{X}_{k,I}$$

$$\bar{Y}_{II} = b_1 \bar{X}_{1,II} + b_2 \bar{X}_{2,II} + b_3 \bar{X}_{3,II} + \dots + b_k \bar{X}_{k,II}$$

Donde \bar{Y}_I representa el promedio de la puntuación discriminante para el primer grupo y \bar{Y}_{II} el promedio de la puntuación discriminante para el segundo grupo.

Para el análisis discriminante simple, se utiliza el promedio de los centroides de cada indicador, para clasificar la observación en cada grupo pronosticado. En este caso, la clasificación de la observación en cada grupo (en quiebra, o sana) depende si el valor de la observación para el indicador financiero supera o no el centroide calculado.

Para el análisis discriminante múltiple, el punto de corte discriminante será el promedio de los centroides de los puntajes determinantes, así:

$$C = \frac{\bar{Y}_I + \bar{Y}_{II}}{2}$$

(Ragsdale, 2007)

En este sentido, la regla para clasificar los puntajes obtenidos para cada i -ésima observación, es la siguiente:

$\hat{Y}_i < C \rightarrow$ La observación i se clasifica en el grupo I.

$\hat{Y}_i > C \rightarrow$ La observación i se clasifica en el grupo II.

En virtud de lo anterior, una vez se tenga el puntaje determinante para cada observación y el punto de corte establecido, se procede a clasificar cada observación en los grupos, de acuerdo con el valor obtenido.

Después, para cada observación de la muestra (in sample), se compara la clasificación real con la determinada por el modelo, para calcular el nivel de precisión de la predicción, lo cual sirve para tomar acciones de calibración y ajuste.

Finalmente, en la práctica, el modelo se utiliza para predecir la clasificación de nuevas observaciones, que permitan tomar acciones por las partes interesadas para disminuir el impacto de las clasificaciones que tienen efectos perjudiciales a futuro (quiebra, impago, insolvencia).

(Rodrigo, 2016) resume el proceso de análisis discriminante, de la siguiente manera:

- Disponer de un conjunto de datos en el que se conoce a que grupo pertenece cada observación.
- Calcular las probabilidades previas: la proporción esperada de observaciones que pertenecen a cada grupo.
- Determinar si la varianza o matriz de covarianzas es homogénea en todos los grupos.
- Estimar los parámetros necesarios para las funciones de probabilidad condicional, verificando que se cumplen las condiciones para hacerlo.
- Calcular el resultado de la función discriminante. El resultado de esta determina a qué grupo se asigna cada observación.
- Utilizar validación cruzada para estimar las probabilidades de clasificaciones erróneas.

Como se mencionó anteriormente, para su implementación se asume que las variables X_i se distribuyen de manera normal, y que la matriz de varianza-covarianza es igual para los grupos que se buscan describir.

3.4. Regresión Logística

En los modelos con variable dependiente cuantitativa, el objetivo consiste en estimar su valor esperado en términos de los valores de las variables independientes. De otra parte, en los modelos con variable dependiente cualitativa, el objetivo es encontrar la probabilidad de que un acontecimiento suceda (Gujarati & Porter, 2010).

Para el caso de este estudio, la variable dependiente es cualitativa, de tipo binaria o dicótoma, ya que toma el valor de “1” si es una empresa en quiebra o en liquidación, o el valor de “0” si es una empresa sana. Por tal razón, se deben explorar los métodos que apliquen para dicha predicción.

En este sentido, existen 4 métodos que permiten crear un modelo de probabilidad para una variable de respuesta binaria (Gujarati & Porter, 2010):

- Modelo Lineal de Probabilidad: Se realiza bajo el enfoque de mínimos cuadrados ordinarios.
- Modelo Logit: Se basa en el uso de la función de distribución logística acumulativa.
- Modelo Probit: Utiliza una función de distribución acumulativa normal.
- Modelo Tobit: Extensión de modelo Probit basado en muestras censuradas.

Es importante resaltar que el Modelo Lineal de Probabilidad tiene problemas estadísticos como la no normalidad en los errores, heteroscedasticidad del error, valores de \hat{Y}_i menores a 0 y mayores a 1, y valores bajos del R^2 . Su principal dificultad radica en que se asume linealidad de las variables dependientes, asumiendo que $P_i = E(Y = 1 | X)$, lo que implica tener un efecto marginal de X_i constante (Gujarati & Porter, 2010), y poder generar valores de \hat{Y}_i menores a 0 o mayores a 1.

Por tal razón, para estos casos se requiere un modelo probabilístico que tenga las siguientes características: “1) a medida que aumente X_i , $P_i = E(Y = 1 | X)$ también aumente, pero nunca se salga del intervalo 0-1, y 2) la relación entre P_i y X_i sea no lineal” (Gujarati & Porter, pág. 553). Dichas características las cumplen los modelos Logit, que utilizan una función de

distribución logística acumulativa; y los modelos Probit, que utilizan una función de distribución acumulativa normal.

En virtud de lo anterior, y teniendo en cuenta lo realizado por (Ohlson, 1980) para el análisis de precisión de modelos de predictibilidad de quiebra, este estudio se enfocará en el modelo Logit.

El modelo Logit, es un método probabilístico basado en la función de distribución logística acumulativa. Dicho modelo, utiliza la combinación lineal de las variables dependientes, y el logaritmo de la razón de las probabilidades como variable independiente, así:

$$y_i = \ln\left(\frac{P_i}{1-P_i}\right) = \beta_1 + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \dots + \beta_k X_{ik} + u_i = \boldsymbol{\beta}' \mathbf{X}_i,$$

$$\mathbf{X}_i = \begin{bmatrix} X_{i1} \\ X_{i2} \\ \vdots \\ X_{ik} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}$$

(Gujarati & Porter, 2010)

Donde \mathbf{X}_i representa las variables independientes, para un número k de variables, y $\boldsymbol{\beta}$ representa los coeficientes de cada una de las variables.

Como se evidencia en la ecuación, a pesar de que el logaritmo de las probabilidades está relacionado linealmente con X_i , las probabilidades en si mismas no lo están (Gujarati & Porter, 2010), cumpliendo el requisito de no linealidad del modelo.

Esto es una gran ventaja que tiene el modelo Logit, ya que plantea un aumento o disminución de la probabilidad dentro del intervalo [1,0], frente a la variación unitaria de las variables independientes.

Ahora bien, para esta investigación, el modelo deberá predecir una alta probabilidad para aquellas observaciones que entran en procesos de reorganización o en liquidación, y una baja probabilidad para las empresas sanas.

En este sentido, para proceder a establecer el valor de los estimadores β , primero se deben vincular los puntajes del modelo con las probabilidades de default. Lo anterior, se realiza implementando la función de distribución logística acumulativa, la cual es utilizada por el modelo Logit, tal como se define a continuación:

$$P_i = \Lambda(\beta'X_i) = \frac{e^{(\beta'X_i)}}{1 + e^{(\beta'X_i)}} = \frac{1}{1 + e^{(-\beta'X_i)}}$$

(Löeffler & Posch, 2011)

Para estimar los parámetros en un modelo Logit se recurre al método de máxima verosimilitud, en donde “el objetivo consiste en maximizar la función de verosimilitud, es decir, en obtener los valores de los parámetros desconocidos de forma que la probabilidad de observar las Y dadas sea tan grande (máximo) como sea posible” (Gujarati & Porter, pág. 590).

Primero se procede a fijar la función de verosimilitud, así:

$$L_i = (\Lambda(\beta'X_i))^{y_i}(1 - \Lambda(\beta'X_i))^{1-y_i}$$

(Löeffler & Posch, 2011)

Asumiendo que las observaciones son independientes, la verosimilitud de un grupo de observaciones es el producto de sus verosimilitudes individuales:

$$L = \prod_i^n L_i = \prod_i^n (\Lambda(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}_i))^{y_i} (1 - \Lambda(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}_i))^{1-y_i}$$

(Löeffler & Posch, 2011)

Ahora, para maximizar la función, se implementa el logaritmo de la verosimilitud, así:

$$\ln L = \sum_i^n y_i \ln(\Lambda(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}_i)) + (1 - y_i) \ln(1 - \Lambda(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}_i))$$

(Löeffler & Posch, 2011)

Derivando la función respecto a $\boldsymbol{\beta}$ e igualando a 0, se obtiene:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \sum_i^n (y_i - \Lambda(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}_i)) \mathbf{X}_i$$

(Löeffler & Posch, 2011)

De esta manera, se determinan los valores para los estimadores $\boldsymbol{\beta}$ a través de un modelo Logit. Para la investigación, se generarán los estimadores utilizando el paquete estadístico Eviews.

3.5. Redes Neuronales

Las redes neuronales son una simulación del funcionamiento del cerebro humano o de los sistemas nerviosos biológicos, compuesta por un conjunto de capas de neuronas (nodos), que se relacionan a través de conexiones llamadas sinapsis, y que tienen como objetivo resolver

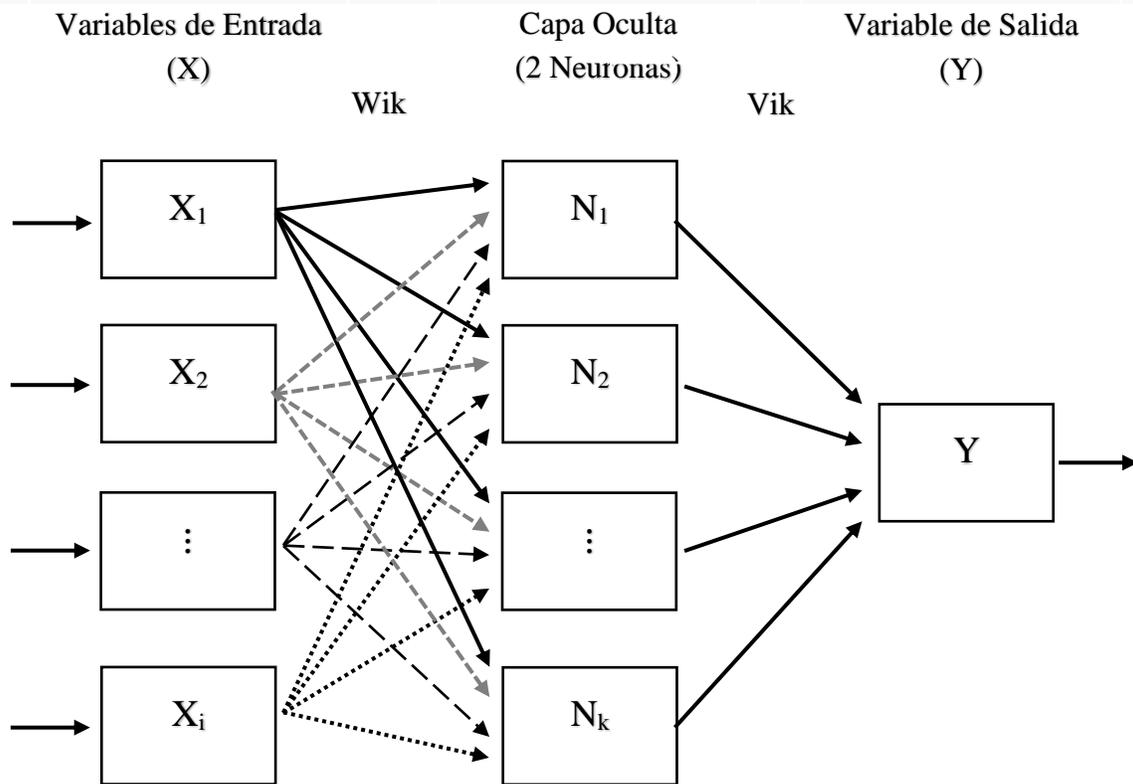
un problema en específico. Sus principales aplicaciones son la modelación y pronóstico, el procesamiento de señales y la elaboración de sistemas expertos (Lippmann, 1987).

Una red neuronal se compone por sus capas (entrada, ocultas y salida), los nodos de cada una de las capas, los pesos indicados en las sinapsis, y la función de base y activación de los nodos.

Existen varios tipos de redes neuronales, que varían dependiendo de factores como su arquitectura, las reglas y el algoritmo de aprendizaje. Para el caso de la predicción de quiebra, (Odom & Sharda, 1990), (Fernández Gámez, Cisneros Ruiz, & Callejón Gil, 2016) y (do Prado, de Melo Carvalho, Carvalho de Benedicto, & Ribeiro Lima, 2019) utilizaron un modelo de red neuronal llamado Perceptrón Multicapa, con conexiones hacia adelante (feedforward) y un algoritmo de aprendizaje backpropagation. La figura 2 muestra la composición básica del modelo de red neuronal de tipo Perceptrón Multicapa.

Figura 2

Diagrama de Red Neuronal Perceptrón Multicapa.



Donde X_i representa las variables independientes, Y la variable dependiente de salida, N_k los nodos de la capa oculta, W_{ik} los pesos de las sinapsis entre los nodos de la capa de entrada y la capa oculta, y V_{ik} los pesos de las sinapsis entre los nodos de la capa oculta y la capa de salida.

Nota: Elaboración propia.

Como se evidencia, el funcionamiento del Perceptrón Multicapa inicia con la transmisión de las observaciones de las variables de entrada X_i , a través de los pesos W_{ik} asignados en las sinapsis, a una o varias capas ocultas compuestas por N_k neuronas.

Posteriormente, a través de una función de activación (sigmoideal, gaussiana, entre otras) establecida para cada una de las neuronas de las capas ocultas, se transforman las señales recibidas, en valores de salida de cada una de ellas. Luego, dichos valores se transmiten a

través de los pesos V_{ik} hacia la capa de salida, donde a través de una última función establecida en el nodo que la compone, se transforma la información y se obtiene la salida de la red neuronal, es decir, el valor proyectado para Y .

La arquitectura del Perceptrón Multicapa se caracteriza por el hecho de que cada neurona de salida se conecta en cascada con todas las de la capa anterior y no admite conexiones entre neuronas de la misma capa (Isasi Viñuela & Galvan, 2004). El objetivo de esta red neuronal es establecer una relación entre la entrada deseada y el grupo de salida.

El Perceptrón Multicapa tiene la capacidad de aproximar cualquier tipo de función o relación continua entre un grupo de variables. En su estructura, las neuronas o nodos procesan los datos de entrada de dos maneras: primero formando combinaciones lineales de los datos de entrada y luego "aplastando" estas combinaciones lineales a través de la función sigmoideal (McNeils, 2005). Para la investigación, la función de activación de los nodos que compondrán la capa oculta corresponde a una función logística, como la que se detalla a continuación:

$$f(n_{j,i}) = \frac{1}{1 + e^{-n_{j,i}}}$$

A diferencia del análisis discriminante y la regresión logística, que mantienen la información real de la muestra para su estimación; la red neuronal transforma la información recibida de las variables X_i por medio de una función sigmoideal en cada nodo de la capa oculta, (logística, tangente hiperbólica, entre otras), la cual permite definir el comportamiento de la variable Y .

A continuación, se muestra el paso a paso matemático, desde la entrada de la señal a la red neuronal, hasta su salida:

1. Se emite un patrón p de entrada que se transmite a través de las sinapsis, con pesos W_{ik} desde la capa de entrada a la capa oculta.
2. Ingresa una señal a la capa oculta de la siguiente manera:

$$n_{k,i} = w_{k,0} + \sum_{k=1}^{k^*} w_{k,i} x_i$$

(McNeils, 2005)

3. La capa oculta, transforma la información a través de la función sigmoide y emite una señal tal como se muestra a continuación:

$$N_{k,i} = L(n_{k,i}) = \frac{1}{1 + e^{-n_{k,i}}}$$

(McNeils, 2005)

4. Posteriormente, la capa de salida ingresa una señal descrita de la siguiente manera:

$$y_{k,i} = \gamma_0 + \sum_{k=1}^{k^*} \gamma_k N_{k,i}$$

(McNeils, 2005)

5. Finalmente, la capa de salida transforma la señal a través de una función de base radial, que otorga el valor de 1, cuando la probabilidad acumulada supera un valor de corte, o de 0, cuando es inferior al valor de corte.

Posteriormente, a través de un algoritmo de retropropagación del error (backpropagation), se modifican iterativamente los pesos W_{ik} de las sinapsis, buscando que el resultado obtenido por la red neuronal coincida con la observación real. El objetivo es que, a través de una

muestra de entrenamiento, se obtengan los pesos de las variables que generen el error mínimo entre el resultado esperado y el obtenido, para así generar un modelo óptimo de predicción.

En la investigación, se utilizará el paquete estadístico R, para estimar una red neuronal de tipo Perceptrón Multicapa.

4. Muestra y Metodología

4.1. Muestra

El análisis del modelo de predictibilidad de quiebra para las empresas del sector transporte en Colombia, se desarrollará utilizando las tres metodologías enunciadas anteriormente: análisis discriminante, regresión Logit y redes neuronales. Con ese propósito, se requiere una muestra con grupos simétricos, que permita generar modelos comparables.

A pesar de la ventaja que tiene la regresión Logit y las redes neuronales, al permitir generar modelos con un mayor número de observaciones a través de muestras compuestas por grupos asimétricos; en esta investigación, se estimarán los tres modelos con base en una misma muestra simétrica. Lo anterior, se debe a que el objetivo es medir el diferencial de la precisión en la predicción de quiebra debido a la variación en los métodos de estimación, manteniendo lo demás constante.

Para la construcción de la muestra, se partió de una base de datos de 20.674 estados financieros reportados a la Superintendencia de Transporte, entre las vigencias 2016 y 2019, a propósito de la vigilancia subjetiva, objetiva e integral que ejerce esa Entidad sobre las empresas del sector Transporte. A continuación, se muestra un resumen del reporte detallado por grupo NIIF:

Tabla 2

Clasificación de reporte de estados financieros 2016 – 2019 por grupo NIFF – Superintendencia de Transporte

GRUPO NIFF	2016	2017	2018	2019	Total
1	249	264	252	277	1,042
2	4,006	4,041	3,813	3,957	15,817
3	955	986	885	989	3,815
Total	5,210	5,291	4,950	5,223	20,674

Nota: Elaboración propia basada en los estados financieros reportados a la Superintendencia de Transporte.

La base tiene la información de los estados de situación financiera y de resultados a un nivel agregado, para los 20.674 reportes realizados en dichas vigencias. Igualmente, incluye características cualitativas de las empresas, las cuales no serán relevantes en este estudio.

Ahora bien, teniendo en cuenta que el propósito del estudio es predecir la quiebra de las empresas del sector transporte, se procedió a vincular la base de los estados financieros mencionada anteriormente, con la información de las empresas clasificadas por código CIIU (Clasificación Internacional Industrial Uniforme) en la sección H “Transporte y Almacenamiento”⁵, que se han acogido a los procesos de reorganización o liquidación

⁵ Por actividad transportadora se entiende un conjunto organizado de operaciones tendientes a ejecutar el traslado de personas o cosas, separada o conjuntamente, de un lugar a otro, utilizando uno o varios modos de transporte. Esta sección incluye:

- La provisión de transporte regular y no regular de pasajeros y de carga por ferrocarril, por carretera, por vía acuática y por vía aérea, al igual que el servicio de transporte de productos por tuberías.
- El transporte de línea regular es aquel sistema de gestión de los tráficos que se caracteriza por tener unos horarios definidos, rutas previamente diseñadas, tráficos determinados y tarifas o fletes establecidos para los diferentes trayectos.
- El sistema no regular es un sistema que se caracteriza por trabajar en la oferta de servicios de transporte previa la realización de una negociación concertada, por lo general entre partes que se encuentran en condiciones económicas similares, en donde se especifican las características específicas que requiere el trayecto particular a realizar, puesto que aquí no existen unos itinerarios establecidos ni ninguna otra de las características predicables de los transportes que trabajan bajo la modalidad de línea regular.
- Las actividades auxiliares tales como servicios de terminal y de estacionamiento, de manipulación y almacenamiento de la carga, etc.
- El alquiler de equipo de transporte con conductor u operario.
- Las actividades de correo y mensajería.

judicial bajo la Ley 116 de 2006, para el período comprendido entre los años 2017 y 2020, la cual reposa en la base de la (Superintendencia de Sociedades, 2021).

Teniendo en cuenta lo implementado por (Altman, 1968) y (Ohlson, 1980), la vinculación mencionada, se realizó con la información de los estados financieros del año inmediatamente anterior ($t-1$) al de la apertura del proceso de reorganización o liquidación, toda vez que se requiere tener el rezago de un año como mínimo para predecir la quiebra de una vigencia, ubicada temporalmente en t .

En este sentido, se construyó una base compuesta por 41 empresas que prestan actividades de transporte, que contiene la información financiera de los vigilados que están en proceso de reorganización y liquidación judicial. Dichas empresas, se clasificaron como grupo 1 en la base simétrica. A continuación, se presenta un breve resumen de las principales cuentas de las empresas que componen el Grupo 1:

Tabla 3

Estadísticas descriptivas para las principales cuentas de los Estados Financieros de las 41 empresas que componen el Grupo 1.

Estado de Situación Financiera						
Concepto	Media	Mediana	Desviación Estandar	Rango	Mínimo	Máximo
Activos	\$ 76,317,961,566	\$ 10,049,357,913	\$ 145,572,190,262	\$ 651,694,157,964	\$ 1,268,051	\$ 651,695,426,015
Pasivos	\$ 72,273,321,120	\$ 8,802,516,560	\$ 145,632,506,748	\$ 574,061,986,803	\$ 958,581	\$ 574,062,945,384
Patrimonio	\$ 4,044,640,445	\$ 1,159,299,749	\$ 37,973,342,820	\$ 220,232,311,344	\$ (112,064,305,302)	\$ 108,168,006,042
Estados de Resultados						
Concepto	Media	Mediana	Desviación Estandar	Rango	Mínimo	Máximo
Ingresos	\$ 34,499,924,354	\$ 8,707,488,227	\$ 70,824,029,324	\$ 383,586,369,285	\$ 244,050	\$ 383,586,613,335
Utilidad Bruta	\$ 7,127,551,689	\$ 1,024,415,996	\$ 17,857,581,228	\$ 88,909,437,610	\$ (15,201,392,644)	\$ 73,708,044,966
Utilidad Operacional	\$ (4,199,458,228)	\$ (714,989,541)	\$ 15,114,352,136	\$ 113,436,931,505	\$ (57,804,668,036)	\$ 55,632,263,469
Utilidad antes de Impuestos	\$ (3,210,110,136)	\$ (6,390,104)	\$ 15,169,195,017	\$ 101,478,835,455	\$ (54,783,029,844)	\$ 46,695,805,611
Utilidad Neta	\$ (3,495,321,650)	\$ (147,010)	\$ 12,689,556,354	\$ 79,153,095,384	\$ (54,783,029,844)	\$ 24,370,065,540

Nota: Elaboración propia.

De otra parte, el grupo que contiene la información financiera de las empresas sanas, para el análisis discriminante, se construyó de la siguiente manera:

- Se seleccionó la información financiera de la vigencia 2019, reportada a la Superintendencia de Transporte.
- Se seleccionaron las empresas que no se encuentran en procesos de reorganización y liquidación judicial en el año 2020.
- Se acotó la muestra, seleccionando las empresas que estuvieran dentro del rango del tamaño de los activos de las empresas seleccionadas en el grupo 1. Para este caso, el rango del tamaño de los activos varía entre \$1 millón y \$651 millones.

- Se realizó una selección aleatoria de 41 empresas sanas, luego de los filtros aplicados.

A continuación, se muestran las estadísticas descriptivas de la muestra compuesta por 41 empresas del grupo 2 (sanas):

Tabla 4

Estadísticas descriptivas para las principales cuentas de los Estados Financieros de las 41 empresas que componen el Grupo 2.

Estado de Situación Financiera						
Concepto	Media	Mediana	Desviación Estandar	Rango	Mínimo	Máximo
Activos	\$ 277,339,718	\$ 220,557,672	\$199,444,442	\$ 637,656,825	\$ 1,793,954	\$ 639,450,779
Pasivos	\$ 96,953,160	\$ 47,710,837	\$120,940,796	\$ 503,631,295	\$ 591,538	\$ 504,222,833
Patrimonio	\$ 180,386,558	\$ 117,253,000	\$158,931,777	\$ 599,204,584	\$ 1,202,416	\$ 600,407,000
Estados de Resultados						
Concepto	Media	Mediana	Desviación Estandar	Rango	Mínimo	Máximo
Ingresos	\$ 459,419,496	\$ 325,802,000	\$438,406,997	\$ 1,920,832,509	\$ 123,012	\$ 1,920,955,521
Utilidad Bruta	\$ 333,882,352	\$ 214,395,000	\$403,548,484	\$ 1,920,832,509	\$ 123,012	\$ 1,920,955,521
Utilidad Operacional	\$(174,966,502)	\$(28,408,231)	\$378,740,426	\$ 1,928,133,313	\$(1,780,661,313)	\$ 147,472,000
Utilidad antes de Impuestos	\$ 24,670,107	\$ 16,320,000	\$ 52,151,927	\$ 269,734,042	\$ (98,968,153)	\$ 170,765,889
Utilidad Neta	\$ 16,795,728	\$ 9,980,144	\$ 42,422,434	\$ 190,950,153	\$ (98,968,153)	\$ 91,982,000

Nota: Elaboración propia.

En conclusión, se generó una muestra simétrica con 82 observaciones, de las cuales 41 corresponden al grupo 1, empresas en reorganización o en liquidación, y 41 corresponden al grupo 2, empresas sanas.

4.2. Indicadores Financieros

Según (Romero Espinosa, Melgarejo Molina, & Vera-Colina, 2015, pág. 35), “Los coeficientes financieros relacionan dos magnitudes que permiten hacer comparaciones en un momento dado y hacen parte de los estados financieros básicos, con el objetivo de obtener un índice o razón que permita analizar la situación financiera de la organización”.

De ahí parte la importancia de los indicadores financieros en los modelos de predicción de quiebra, ya que a partir de estos, se genera un diagnóstico del estado real de una empresa en cierto período de tiempo, que permite clasificarlas en rentables o no rentables, liquidas o ilíquidas, solventes o no solventes, con poco o alto endeudamiento. Su combinación, según los estudios mencionados en el estado del arte y el marco teórico del documento, permiten generar funciones discriminantes que permiten predecir el fracaso empresarial.

En esta investigación, se desarrollarán los modelos de predictibilidad de quiebra basados en los indicadores financieros relevantes en los estudios revisados en el estado del arte, como los indicados por (Altman, 1968), (Ohlson, 1980) y (do Prado, de Melo Carvalho, Carvalho de Benedicto, & Ribeiro Lima, 2019). En la tabla 5 se detallan los indicadores financieros seleccionados, los cuales serán las variables independientes utilizadas para la elaboración de los modelos.

Tabla 5*Identificación de los indicadores financieros.*

Código	Indicador	Fórmula	Categoría	Autor
CT/TA	Capital de Trabajo sobre Total de Activos	$\frac{(\text{Activos Corrientes} - \text{Pasivos Corrientes})}{\text{Total de Activos}}$	Liquidez	(Altman,1968), (Olhson,1980) y (do Prado, de Melo Carvalho, Carvalho de Benedicto, & Ribeiro Lima, 2019)
GA/PAT	Ganancias Acumuladas sobre Patrimonio	$\frac{\text{Ganancias Acumuladas}}{\text{Patrimonio}}$	Rentabilidad	(Altman,1968)
EBIT/TA	EBIT sobre Total de Activos	$\frac{\text{EBIT}}{\text{Total de Activos}}$	Rentabilidad	(Altman,1968)
ING/TA	Rotación de Activos	$\frac{\text{Ingresos}}{\text{Total de Activos}}$	Rendimiento	(Altman,1968), (Olhson,1980) y (do Prado, de Melo Carvalho, Carvalho de Benedicto, & Ribeiro Lima, 2019)
UN/TA	Utilidad Neta sobre Total de Activos (ROA)	$\frac{\text{Utilidad Neta}}{\text{Total de Activos}}$	Rentabilidad	(Olhson,1980) y (do Prado, de Melo Carvalho, Carvalho de Benedicto, & Ribeiro Lima, 2019)
TP/TA	Endeudamiento Total	$\frac{\text{Total Pasivos}}{\text{Total Activos}}$	Endeudamiento	(Olhson,1980)
TP/PAT	Apalancamiento	$\frac{\text{Total Pasivos}}{\text{Patrimonio}}$	Endeudamiento	(do Prado, de Melo Carvalho, Carvalho de Benedicto, & Ribeiro Lima, 2019)
PC/TP	Concentración de Deuda	$\frac{\text{Pasivos Corrientes}}{\text{Total de Pasivos}}$	Endeudamiento	(do Prado, de Melo Carvalho, Carvalho de Benedicto, & Ribeiro Lima, 2019)
UN/ING	Margen Neto	$\frac{\text{Utilidad Neta}}{\text{Ingresos}}$	Rendimiento	(do Prado, de Melo Carvalho, Carvalho de Benedicto, & Ribeiro Lima, 2019)
UN/PAT	Rentabilidad sobre el Patrimonio (ROE)	$\frac{\text{Utilidad Neta}}{\text{Patrimonio}}$	Rendimiento	(do Prado, de Melo Carvalho, Carvalho de Benedicto, & Ribeiro Lima, 2019)

Nota: Elaboración propia.

4.3. Descripción de los Indicadores Financieros

A continuación, se explica el significado de cada indicador financiero y su signo esperado en el modelo:

- **Capital de trabajo sobre total de activos (CT/TA):** Es una medida de liquidez, que refleja los activos líquidos netos (activos corrientes menos pasivos corrientes) en relación con el total de los activos. Se espera que a medida en que aumente su valor, menor sea la probabilidad de quiebra de una empresa, ya que cuenta con mayor liquidez para responder por sus operaciones a corto plazo. Por tal razón, se espera que el signo del coeficiente sea negativo (-).
- **Ganancias acumuladas sobre patrimonio (GA/PAT):** Es una medida que muestra la rentabilidad acumulada de una empresa a lo largo del tiempo, sobre los recursos invertidos por sus accionistas. Según (Altman, 1968), la edad de una empresa se considera implícitamente en esta relación, ya que a mayor tiempo de operación, mayores van a ser las ganancias acumuladas, y viceversa. Por lo tanto, teniendo en cuenta que la probabilidad de quiebra es mayor en los primeros años de una empresa, se espera que a medida en que aumente el valor de este indicador, menor sea la probabilidad de quiebra. Por tal razón, se espera que el signo del coeficiente sea negativo (-).
- **EBIT sobre total de activos (EBIT/TA):** Es una medida de rentabilidad, que muestra la capacidad de generar utilidades operativas a partir de los activos de una empresa. Se espera que a medida en que aumente su valor, menor sea la probabilidad de quiebra, ya que refleja activos más rentables, capaces de generar beneficios después de financiar la operación y administración de una empresa, disponibles para responder por gastos financieros, otros gastos e impuestos. Por tal razón, se espera que el signo del coeficiente sea negativo (-).

- **Rotación de activos (ING/TA):** Es una medida de rentabilidad, que muestra la capacidad de generar ingresos a partir de los activos de una empresa. “Si la relación llega a ser alta, significa que los ingresos para estas empresas pueden ser generados con un bajo nivel de activos. Por el contrario, una baja rotación, indica que hay ventas insuficientes y/o inversiones elevadas en activos fijos” (Bohórquez Alfonso, 2019). Por tal razón, se espera que el signo del coeficiente sea negativo (-).
- **Utilidad neta sobre total de activos (UN/TA):** Es una medida de rentabilidad, que muestra la capacidad de generar utilidades netas a partir de los activos de una empresa. En este caso, se revisa cuantos beneficios se generan en un período por cada peso invertido en los activos de una empresa, luego de financiar sus gastos de operación, administración, financieros, impositivos, y los otros gastos. Así, a medida que aumente su valor, se evidencia una mejor gestión de la empresa y menor probabilidad de quiebra. Por tal razón, se espera que el signo del coeficiente sea negativo (-).
- **Endeudamiento total (TP/TA):** Es una medida de endeudamiento que refleja la proporción de los activos totales de una empresa que se encuentra financiada con las obligaciones totales de sus acreedores. Un alto nivel de endeudamiento puede comprometer la capacidad de la empresa para atender los gastos de su funcionamiento y operación, así como el pago de las obligaciones adquiridas con cada una de las partes. Por tal razón, a un mayor valor, la probabilidad de quiebra va a aumentar, por lo que se espera que el signo del coeficiente de la variable sea positivo (+).
- **Apalancamiento (TP/PAT):** Es una medida de endeudamiento que muestra la relación entre el total de la deuda de una empresa y su patrimonio. Si el indicador es

mayor a 1, indica que los activos se encuentran financiados en mayor proporción por deuda; si es menor a 1, indica que los activos se encuentran financiados en mayor proporción por patrimonio. El nivel óptimo de apalancamiento puede variar dependiendo del sector. Para este caso, se espera que para apalancamientos mayores a 1, mayor será la probabilidad de quiebra de la empresa. Por tal razón, se proyecta que el signo del coeficiente de la variable sea positivo (+).

- **Concentración de deuda (PC/TP):** Es una medida que muestra la proporción de la deuda a corto plazo sobre el total de la deuda. Entre mayor sean las obligaciones a corto plazo, la empresa deberá contar con más recursos líquidos para atenderlas. Así, a mayor valor del indicador, mayor será la probabilidad de quiebra. Por tal razón, se espera que el signo del coeficiente de la variable sea positivo (+).
- **Margen neto (UN/ING):** Es una medida de rentabilidad, que se calcula dividiendo la utilidad neta sobre los ingresos. Este indicador muestra la capacidad que tiene la empresa para generar beneficios después de financiar sus gastos de operación, administración, financieros, impositivos, y otros gastos. En otras palabras, cuanto beneficio neto genera la organización por cada peso vendido. En este sentido, a mayor margen neto, menor será la probabilidad de quiebra. Por tal razón, se espera que el signo del coeficiente de la variable sea negativo (-).
- **Rentabilidad sobre patrimonio (UN/PAT):** Este indicador mide el rendimiento de las inversiones de los accionistas sobre los beneficios netos generados por la empresa. A medida en que aumenta su valor, mayor será la capacidad de generar beneficios netos a partir de los aportes de los socios, disminuyendo la probabilidad de quiebra. Por tal razón, se espera que el signo del coeficiente de la variable sea negativo (-).

A continuación, se muestran las estadísticas descriptivas de los indicadores financieros para cada uno de los grupos de la muestra:

Tabla 6

Estadísticas descriptivas de indicadores financieros para empresas del grupo I – en reorganización o liquidación.

Indicador	Media	Mediana	Desviación estándar	Rango	Mínimo	Máximo
CT_TA	2.52%	1.40%	0.3331	194.85%	-119.98%	74.87%
GA_PAT	56.82%	52.72%	1.5437	921.80%	-409.58%	512.22%
EBIT_TA	-20.25%	-13.02%	0.3310	190.23%	-181.70%	8.54%
ING_TA	68.17%	47.21%	0.5992	268.99%	7.49%	276.48%
UN_TA	-6.31%	-2.11%	0.1915	125.83%	-114.03%	11.80%
TP_TA	87.88%	74.76%	0.5297	284.34%	36.88%	321.22%
TP_PAT	61.81%	132.39%	5.2000	2925.19%	-1070.05%	1855.13%
PC_TP	45.22%	44.30%	0.3030	99.32%	0.00%	99.32%
UN_ING	-15.10%	-4.38%	0.4450	295.59%	-251.38%	44.20%
UN_PAT	8.55%	4.82%	0.4347	241.43%	-111.33%	130.10%

Nota: Elaboración propia.

Tabla 7

Estadísticas descriptivas de indicadores financieros para empresas del grupo II - sanas.

Indicador	Media	Mediana	Desviación estándar	Rango	Mínimo	Máximo
CT_TA	29.44%	21.89%	0.3210	121.42%	-21.53%	99.89%
GA_PAT	7.96%	7.27%	1.1789	802.77%	-688.13%	114.64%
EBIT_TA	-64.94%	-27.61%	1.1950	481.11%	-440.84%	40.27%
ING_TA	188.54%	143.19%	1.3756	577.57%	6.86%	584.43%
UN_TA	8.20%	7.64%	0.2004	131.62%	-33.32%	98.31%
TP_TA	34.69%	29.95%	0.2750	93.87%	0.76%	94.63%
TP_PAT	137.46%	42.76%	2.9608	1762.03%	0.77%	1762.80%
PC_TP	57.90%	63.57%	0.3853	100.00%	0.00%	100.00%
UN_ING	2.24%	3.95%	0.1422	102.55%	-64.92%	37.63%
UN_PAT	14.02%	10.66%	0.2764	145.27%	-45.27%	100.00%

Nota: Elaboración propia.

De la comparación de las medias obtenidas para los indicadores de los dos grupos, se resalta que el promedio de ING_TA para las empresas sanas, es un 120.37% mayor al promedio de las empresas en reorganización o en liquidación. Lo mismo se evidencia frente a los indicadores TP_PAT, CT_TA, UN_ING y UN_TA, con diferencias positivas de 75.66%, 26.91%, 17.34% y 14.51%. Llama la atención que las empresas sanas tengan un mayor valor promedio del indicador de total pasivos sobre patrimonio (TP_PAT), lo que puede indicar que a mayor apalancamiento, algunas de ellas muestran un mejor desempeño.

De otra parte, se resalta que el valor promedio del indicador TP_TA de las empresas sanas, es menor en -53.19%, al valor promedio de las empresas en reorganización o en liquidación,

lo cual puede sugerir que a menor endeudamiento las empresas tienen menos riesgo de quiebra.

Con base en la muestra y los indicadores seleccionados, se desarrollarán tres modelos, así:

- Análisis discriminante múltiple: establecerá la función discriminante para la predicción de quiebra.
- Regresión Logit: especificará las relaciones de las variables con la variación de la probabilidad de que las empresas estén en quiebra. Para esta etapa, se realizará la validación de los supuestos necesarios para obtener unos estimadores insesgados y eficientes.
- Redes Neuronales: establecerá una función objetivo sujeta a unas restricciones iniciales, para realizar la evaluación de las observaciones y llegar a una solución óptima, que permita predecir la quiebra en las empresas.

4.4. Niveles de Precisión

Para la comparación de la precisión de los modelos, se construirán matrices de confusión y curvas ROC (do Prado, de Melo Carvalho, Carvalho de Benedicto, & Ribeiro Lima, 2019), basándose en los tres niveles de precisión medidos por los investigadores.

La precisión de los modelos se puede medir de tres maneras. La primera es la precisión general del modelo o nivel de exactitud, que se entiende como la razón entre la sumatoria de los verdaderos positivos y los verdaderos negativos, es decir, las empresas en quiebra clasificadas correctamente y las empresas sanas clasificadas correctamente, sobre el número total de empresas:

$$\text{Precisión General o Exactitud} = \frac{(\text{Verdaderos Positivos} + \text{Verdaderos Negativos})}{\text{Total de Observaciones}}$$

La segunda es la precisión de tipo I o nivel de precisión, que equivale a la razón entre los verdaderos positivos, es decir, las empresas en quiebra clasificadas correctamente, sobre el número total de las empresas de la muestra:

$$\text{Precisión tipo I o nivel de precisión} = \frac{\text{Verdaderos Positivos}}{\text{Total de Observaciones}}$$

La tercera es la precisión de tipo II o nivel de especificidad del modelo, que equivale a la razón entre los verdaderos negativos, es decir, las empresas sanas clasificadas correctamente, sobre el número total de las empresas de la muestra:

$$\text{Precisión tipo II o Especificidad} = \frac{\text{Verdaderos Negativos}}{\text{Total de Observaciones}}$$

(do Prado, de Melo Carvalho, Carvalho de Benedicto, & Ribeiro Lima, 2019) realizaron la comparación en los niveles de precisión de los tres modelos, con base en la precisión general, la precisión tipo I y la precisión tipo II, resaltando que a medida que los niveles de precisión tipo I y tipo II aumentan, los errores tipo I y tipo II disminuyen, y viceversa.

4.5. Resultados

4.5.1. Resultados Análisis Discriminante

Para el análisis discriminante, se procedió a calcular el valor de los coeficientes de las variables, a través de un modelo de regresión lineal basado en Mínimos Cuadrados Ordinarios, aplicado a la muestra simétrica de 82 observaciones, con el propósito de generar una función discriminante que permita calcular los puntajes.

Así, mediante el paquete estadístico Eviews, se procedió a estimar un primer modelo que incluye todos los indicadores financieros relacionados en la tabla 5, tal como se muestra a continuación:

Tabla 8

Regresión lineal para estimación de modelo 1 – análisis discriminante.

Dependent Variable: DEFAULT				
Method: Least Squares				
Date: 05/26/21 Time: 18:37				
Sample: 1 82				
Included observations: 82				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.562232	0.130461	4.309588	0.0001
CT_TA	-0.214100	0.139003	-1.540257	0.1279
GA_PAT	0.118581	0.050957	2.327083	0.0228
EBIT_TA	-0.052723	0.055424	-0.951268	0.3447
ING_TA	-0.195411	0.044553	-4.385995	0.0000
UN_TA	0.584689	0.339714	1.721121	0.0896
TP_TA	0.534595	0.136908	3.904788	0.0002
TP_PAT	0.014383	0.016111	0.892787	0.3750
PC_TP	-0.277311	0.118771	-2.334835	0.0224
UN_ING	-0.059680	0.134725	-0.442980	0.6591
UN_PAT	-0.411143	0.169400	-2.427051	0.0178
R-squared	0.583856	Mean dependent var		0.500000
Adjusted R-squared	0.525244	S.D. dependent var		0.503077
S.E. of regression	0.346633	Akaike info criterion		0.843152
Sum squared resid	8.530960	Schwarz criterion		1.166005
Log likelihood	-23.56925	Hannan-Quinn criter.		0.972773
F-statistic	9.961385	Durbin-Watson stat		1.298407
Prob(F-statistic)	0.000000			

Nota: Tomado de Eviews.

El modelo obtenido es el siguiente:

$$Y = 0.562 - 0.214 \frac{CT}{TA} + 0.118 \frac{GA}{PAT} - 0.052 \frac{EBIT}{TA} - 0.019 \frac{ING}{TA} + 0.584 \frac{UN}{TA} + 0.534 \frac{TP}{TA} + 0.014 \frac{TP}{PAT} - 0.277 \frac{PC}{TP} - 0.059 \frac{UN}{ING} - 0.411 \frac{UN}{PAT}$$

Según los resultados de la tabla 8, la constante y los coeficientes de las variables GA_PAT, ING_TA, TP_TA, PC_TP y UN_PAT son significantes al 5%. De otra parte, el coeficiente de la variable UN_TA sería significativa al 10%.

Teniendo en cuenta los problemas indicados sobre el cálculo de estimadores a través de un modelo lineal de probabilidad, no se procederá a interpretar el valor de los estimadores de las variables, ya que estos asumen un efecto marginal constante sobre la variable Y que es de tipo cualitativa binaria. Igualmente, basado en lo explicado por (Gujarati & Porter, 2010), no se revisará el estadístico R^2 .

No obstante, al revisar los signos de los estimadores de las variables GA_PAT, UN_TA y PC_TP, se verifica que son contrarios a los esperados en la investigación. Los demás indicadores se encuentran acorde con lo preestablecido.

Luego de obtener los coeficientes de las variables, se estimó \widehat{Y}_i para cada observación i . Posteriormente, con las estimaciones obtenidas, se calcularon los centroides para los grupos I (empresas sanas) y II (insolvencia o reorganización), utilizando las ecuaciones establecidas en el capítulo de análisis discriminante. Los siguientes, son los centroides calculados para cada grupo:

$$\overline{\widehat{Y}_I} = 0.791928$$

$$\overline{\widehat{Y}_{II}} = 0.208072$$

En este mismo sentido se calculó el punto de corte, obteniendo el siguiente valor:

$$C = \frac{\overline{\widehat{Y}_I} + \overline{\widehat{Y}_{II}}}{2} = 0.50$$

Ahora bien, con base en el punto de corte definido, se procedió a clasificar las estimaciones de \hat{Y}_i , en el marco de la siguiente regla:

$\hat{Y}_i < 0.5 \rightarrow$ La observación i se clasifica en el grupo I.

$\hat{Y}_i > 0.5 \rightarrow$ La observación i se clasifica en el grupo II.

Luego de clasificar las observaciones, se procedió a comparar la clasificación real con la realizada por el modelo, en donde se obtuvo un total de 73 observaciones clasificadas correctamente y 9 observaciones clasificadas incorrectamente, para un nivel de precisión de 90.12%. La matriz de confusión del análisis se muestra a continuación:

Tabla 9

Matriz de confusión para modelo 1 - análisis discriminante.

		Predicción		
		1	0	Total
Real	1	36	5	41
	0	4	37	41

		Predicción		
		1	0	Total
Real	1	87.80%	12.20%	100.00%
	0	9.76%	90.24%	100.00%

	# Aciertos	# Observaciones	Porcentaje
Nivel de Precisión General	73	82	89.0%

Nota: Elaboración propia.

De la tabla anterior, se concluye que a través del modelo de análisis discriminante:

- **Se obtuvo un nivel de precisión general en la predicción del 89%.**
- **Se obtuvo un nivel de precisión tipo I del 87,80% de las empresas en quiebra.**
- Se obtuvo un 9,76% de falsos positivos en el modelo, en donde 4 empresas sanas, se clasificaron en reorganización o insolvencia.
- Se obtuvo un 12,20% de falsos negativos en el modelo, en donde 3 empresas en quiebra, se clasificaron como sanas.
- **Se obtuvo un nivel de precisión tipo II del 90,24% de las empresas sanas.**

Finalmente, con el propósito de revisar si existe multicolinealidad en las variables independientes, se determinó el factor de inflación de la varianza (FIV), que indica que tanto se inflan las varianzas de los estimadores en presencia de multicolinealidad. Si el FIV es mayor a 10, existe evidencia empírica para afirmar que existe multicolinealidad alta entre las variables independientes.

Los resultados son los siguientes:

Tabla 10*Factor de Inflación de la Varianza – Análisis Discriminante.*

Variance Inflation Factors
Date: 10/08/21 Time: 09:31
Sample: 1 82
Included observations: 82

Variable	Coefficient Variance	Uncentered VIF	Centered VIF
C	0.017020	11.61541	NA
CT_TA	0.019322	1.952132	1.615402
GA_PAT	0.002597	3.552937	3.367024
EBIT_TA	0.003072	2.057261	1.676906
ING_TA	0.001985	4.210400	1.978462
UN_TA	0.115406	3.373347	3.366326
TP_TA	0.018744	7.931945	3.127548
TP_PAT	0.000260	3.295117	3.119270
PC_TP	0.014107	3.726265	1.167030
UN_ING	0.018151	1.463127	1.411962
UN_PAT	0.028696	2.799035	2.549665

Nota: Tomado de Eviews.

Como no existe un FIV mayor a 10, se concluye que no existe evidencia empírica para afirmar que **no existe multicolinealidad entre las variables independientes**, por tal razón, no se considera necesario eliminar variables en el modelo o transformarlas.

4.5.2. Resultados Regresión Logística

A través de una regresión Logit basada en el método de estimación de máxima verosimilitud, aplicada a la misma muestra inicial de 82 observaciones, y tomando como variables independientes los indicadores financieros relacionados en la tabla 5, se procedió a determinar un segundo modelo de predictibilidad de quiebra para las empresas del sector transporte.

En este sentido, generando una regresión Logit mediante el paquete estadístico Eviews 11, se obtuvieron los resultados mostrados en la tabla 10.

Como se evidencia, solo los coeficientes de las variables ING_TA, UN_TA, TP_TA y UN_PAT, son significantes al 5%, toda vez que su p-valor es menor a dicho nivel de significancia, rechazando la hipótesis nula para cada estimador. De otra parte, el coeficiente de la variable GA_PAT es significativo al 10%.

Los signos negativos de los estimadores CT_TA, ING_TA, TP_PAT, PC_TP, UN_ING y UN_PAT, indican que ante una variación positiva en sus variables se disminuye la probabilidad de default en el modelo, y viceversa. Por otro lado, los signos positivos de las variables GA_PAT, EBIT_TA, UN_TA y TP_TA indican que ante un mayor valor se aumenta la probabilidad de default y viceversa.

El modelo inicial obtenido es el siguiente:

$$P(Y = 1) = \frac{1}{1 + e^{-\left(-0.301 - 0.544 \frac{CT}{TA} + 2.311 \frac{GA}{PAT} + 1.535 \frac{EBIT}{TA} - 2.618 \frac{ING}{TA} + 23.054 \frac{UN}{TA} + 12.771 \frac{TP}{TA} - 0.309 \frac{TP}{PAT} - 0.227 \frac{PC}{TP} + 5.913 \frac{UN}{ING} - 11.689 \frac{UN}{PAT}\right)}}$$

Tabla 11

Resultados modelo inicial de regresión Logit generado a través de Eviews.

Dependent Variable: DEFAULT
Method: ML - Binary Logit (Newton-Raphson / Marquardt steps)
Date: 05/26/21 Time: 19:08
Sample: 1 82
Included observations: 82
Convergence achieved after 9 iterations
Coefficient covariance computed using observed Hessian

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-3.010466	2.247863	-1.339257	0.1805
CT_TA	-0.544903	1.618859	-0.336597	0.7364
GA_PAT	2.311208	1.250087	1.848838	0.0645
EBIT_TA	1.535994	1.048612	1.464789	0.1430
ING_TA	-2.618637	0.859415	-3.047001	0.0023
UN_TA	23.05422	10.38356	2.220261	0.0264
TP_TA	12.77197	4.718150	2.706987	0.0068
TP_PAT	-0.309699	0.319846	-0.968274	0.3329
PC_TP	-0.227944	1.542076	-0.147816	0.8825
UN_ING	-5.913058	4.737043	-1.248259	0.2119
UN_PAT	-11.68992	4.983081	-2.345922	0.0190
McFadden R-squared	0.696792	Mean dependent var		0.500000
S.D. dependent var	0.503077	S.E. of regression		0.270982
Akaike info criterion	0.688629	Sum squared resid		5.213601
Schwarz criterion	1.011481	Log likelihood		-17.23378
Hannan-Quinn criter.	0.818249	Deviance		34.46757
Restr. deviance	113.6761	Restr. log likelihood		-56.83807
LR statistic	79.20857	Avg. log likelihood		-0.210168
Prob(LR statistic)	0.000000			
Obs with Dep=0	41	Total obs		82
Obs with Dep=1	41			

Nota: Tomado de Eviews.

Ahora bien, a través de la función “Expectation-Prediction Evaluation for Binary Specification” del paquete Eviews, se procedió a evaluar el potencial de predictibilidad del modelo para clasificar las empresas sanas (0) y en quiebra (1), tomando como punto de corte una probabilidad del 0.5.

Tabla 12

Evaluación de predicción del modelo generado a través de regresión Logit.

Expectation-Prediction Evaluation for Binary Specification
Equation: UNTITLED
Date: 05/26/21 Time: 19:43
Success cutoff: C = 0.5

	Estimated Equation			Constant Probability		
	Dep=0	Dep=1	Total	Dep=0	Dep=1	Total
P(Dep=1)≤C	36	3	39	41	41	82
P(Dep=1)>C	5	38	43	0	0	0
Total	41	41	82	41	41	82
Correct	36	38	74	41	0	41
% Correct	87.80	92.68	90.24	100.00	0.00	50.00
% Incorrect	12.20	7.32	9.76	0.00	100.00	50.00
Total Gain*	-12.20	92.68	40.24			
Percent Gain**	NA	92.68	80.49			

	Estimated Equation			Constant Probability		
	Dep=0	Dep=1	Total	Dep=0	Dep=1	Total
E(# of Dep=0)	35.75	5.25	41.00	20.50	20.50	41.00
E(# of Dep=1)	5.25	35.75	41.00	20.50	20.50	41.00
Total	41.00	41.00	82.00	41.00	41.00	82.00
Correct	35.75	35.75	71.51	20.50	20.50	41.00
% Correct	87.20	87.20	87.20	50.00	50.00	50.00
% Incorrect	12.80	12.80	12.80	50.00	50.00	50.00
Total Gain*	37.20	37.20	37.20			
Percent Gain**	74.41	74.41	74.41			

*Change in "% Correct" from default (constant probability) specification

**Percent of incorrect (default) prediction corrected by equation

Nota: Tomado de Eviews.

La evaluación de la predicción del modelo inicial muestra una precisión del 90.24%, siendo esta 1.22% mayor que la precisión del modelo generado a través de análisis discriminante.

La matriz de confusión para el modelo es la siguiente:

Tabla 13

Matriz de confusión para modelo 2 – regresión Logit.

		Predicción		Total
		1	0	
Real	1	38	3	41
	0	5	36	41

		Predicción		Total
		1	0	
Real	1	92.68%	7.32%	100.00%
	0	12.20%	87.80%	100.00%

	# Aciertos	# Observaciones	Porcentaje
Nivel de Precisión General	74	82	90.24%

Nota: Elaboración propia.

De la tabla anterior, se concluye que a través del modelo generado mediante una regresión Logit:

- **Se obtuvo un nivel de precisión general en la predicción del 90.24%.**
- **Se obtuvo un nivel de precisión tipo I del 92,68% de las empresas en quiebra.**
- Se obtuvo un 12,20% de falsos positivos en el modelo, en donde 5 empresas sanas, se clasificaron en reorganización o insolvencia.
- Se obtuvo un 7,32% de falsos negativos en el modelo, en donde 3 empresas en quiebra, se clasificaron como sanas.
- **Se obtuvo un nivel de precisión tipo II del 87,8% de las empresas sanas.**

Ahora bien, luego de analizar el modelo inicialmente generado a través de una regresión Logit, es importante mencionar que los estimadores de las variables GA_PAT, EBIT_TA, UN_TA, TP_PAT y PC_TP, tienen signos contrarios a lo esperado y que algunos estimadores presentan errores estándar grandes.

Igualmente, el pseudo - R cuadrado o R cuadrado de McFadden es equivalente al 69%, lo que muestra un buen ajuste del modelo a percepción del investigador; sin embargo, solo existen cuatro variables independientes significativas al 5%, lo cual puede ser resultado de estimadores inconsistentes.

Por tal razón, es necesario realizar un análisis de multicolinealidad en el modelo, con el propósito de detectar si hay correlación entre las variables independientes. Para ello, se generó una matriz de correlación entre las 10 variables, la cual se muestra a continuación:

Tabla 14

Matriz de correlación entre variables independientes.

	CT_TA	GA_PAT	EBIT_TA	ING_TA	UN_TA	TP_TA	TP_PAT	PC_TP	UN_ING	UN_PAT
CT_TA	1.000000	0.050252	-0.146378	0.186829	0.015877	-0.389822	-0.073888	-0.178295	0.188597	-0.026101
GA_PAT	0.050252	1.000000	-0.027365	0.022422	-0.111976	0.229484	-0.794647	-0.202840	-0.161793	0.600407
EBIT_TA	-0.146378	-0.027365	1.000000	-0.616570	-0.121364	0.100180	-0.024813	0.001696	-0.053845	-0.058790
ING_TA	0.186829	0.022422	-0.616570	1.000000	0.319507	-0.146533	0.049877	-0.049296	0.225328	0.233915
UN_TA	0.015877	-0.111976	-0.121364	0.319507	1.000000	-0.610388	0.108341	0.056002	0.466550	0.252975
TP_TA	-0.389822	0.229484	0.100180	-0.146533	-0.610388	1.000000	-0.109454	-0.106714	-0.325052	0.191939
TP_PAT	-0.073888	-0.794647	-0.024813	0.049877	0.108341	-0.109454	1.000000	0.266132	0.191601	-0.505037
PC_TP	-0.178295	-0.202840	0.001696	-0.049296	0.056002	-0.106714	0.266132	1.000000	-0.020648	-0.125681
UN_ING	0.188597	-0.161793	-0.053845	0.225328	0.466550	-0.325052	0.191601	-0.020648	1.000000	0.006926
UN_PAT	-0.026101	0.600407	-0.058790	0.233915	0.252975	0.191939	-0.505037	-0.125681	0.006926	1.000000

Nota: Tomado de Eviews.

Entre las variables GA_PAT y TP_PAT, GA_PAT y UN_PAT, EBIT_TA y ING_TA, UN_TA y TP_TA, TP_PAT y UN_PAT, los coeficientes de correlación superan valores de 0.5, por lo cual, se sospecha que hay presencia de multicolinealidad entre las variables.

Con base en lo anterior, y con el propósito de mejorar el ajuste del modelo, se procedió a aplicar una prueba de variables redundantes a aquellas variables que no son significativas al 5% (CT_TA, GA_PAT, EBIT_TA, TP_PAT, PC_TP, UN_ING), encontrando lo siguiente:

Tabla 15

Análisis de variable redundante a CT_TA

Redundant Variable Test			
Equation: UNTITLED			
Redundant variables: CT_TA			
Specification: DEFAULT C CT_TA GA_PAT EBIT_TA ING_TA UN_TA TP_TA TP_PAT PC_TP UN_ING UN_PAT			
Null hypothesis: CT_TA is not significant			
	Value	df	Probability
Likelihood ratio	0.114466	1	0.7351
LR test summary:			
	Value		
Restricted LogL	-17.29102		
Unrestricted LogL	-17.23378		

Nota: Tomado de Eviews.

Tabla 16

Análisis de variable redundante a GA_PAT

Redundant Variable Test			
Equation: UNTITLED			
Redundant variables: GA_PAT			
Specification: DEFAULT C CT_TA GA_PAT EBIT_TA ING_TA UN_TA TP_TA TP_PAT PC_TP UN_ING UN_PAT			
Null hypothesis: GA_PAT is not significant			
	Value	df	Probability
Likelihood ratio	4.200365	1	0.0404
LR test summary:			
	Value		
Restricted LogL	-19.33397		
Unrestricted LogL	-17.23378		

Nota: Tomado de Eviews.

Tabla 17*Análisis de variable redundante a EBIT_TA*

Redundant Variable Test
Equation: UNTITLED
Redundant variables: EBIT_TA
Specification: DEFAULT C CT_TA GA_PAT EBIT_TA ING_TA UN_TA
TP_TA TP_PAT PC_TP UN_ING UN_PAT
Null hypothesis: EBIT_TA is not significant

	Value	df	Probability
Likelihood ratio	2.408474	1	0.1207

LR test summary:

	Value
Restricted LogL	-18.43802
Unrestricted LogL	-17.23378

Nota: Tomado de Eviews.

Tabla 18*Análisis de variable redundante a TP_PAT*

Redundant Variable Test
Equation: UNTITLED
Redundant variables: TP_PAT
Specification: DEFAULT C CT_TA GA_PAT EBIT_TA ING_TA UN_TA
TP_TA TP_PAT PC_TP UN_ING UN_PAT
Null hypothesis: TP_PAT is not significant

	Value	df	Probability
Likelihood ratio	0.939380	1	0.3324

LR test summary:

	Value
Restricted LogL	-17.70347
Unrestricted LogL	-17.23378

Nota: Tomado de Eviews.

Tabla 19*Análisis de variable redundante a PC_TP*

Redundant Variable Test
Equation: UNTITLED
Redundant variables: PC_TP
Specification: DEFAULT C CT_TA GA_PAT EBIT_TA ING_TA UN_TA
TP_TA TP_PAT PC_TP UN_ING UN_PAT
Null hypothesis: PC_TP is not significant

	Value	df	Probability
Likelihood ratio	0.021767	1	0.8827

LR test summary:

	Value
Restricted LogL	-17.24467
Unrestricted LogL	-17.23378

Nota: Tomado de Eviews.

Tabla 20

Análisis de variable redundante a UN_ING

Redundant Variable Test			
Equation: UNTITLED			
Redundant variables: UN_ING			
Specification: DEFAULT C CT_TA GA_PAT EBIT_TA ING_TA UN_TA TP_TA TP_PAT PC_TP UN_ING UN_PAT			
Null hypothesis: UN_ING is not significant			
	Value	df	Probability
Likelihood ratio	1.815963	1	0.1778
LR test summary:			
	Value		
Restricted LogL	-18.14176		
Unrestricted LogL	-17.23378		

Nota: Tomado de Eviews.

En este punto, es importante resaltar que la prueba de variables redundantes se basa en la aplicación de la razón de verosimilitud, que compara el logaritmo de la función de verosimilitud restringida (LFVR), en donde el estimador de una o más variables independientes es igual a 0, con el logaritmo de la función de verosimilitud no restringida (LFVNR).

Para probar la hipótesis de las restricciones, en donde se infiere que unas variables o indicadores no agregan valor a la predicción, la prueba de la razón de verosimilitud se basa en el estadístico de prueba:

$$\lambda = 2 (LFVNR - LFVR)$$

(Gujarati & Porter, pág. 275)

Para muestras grandes, (Gujarati & Porter, 2010) indica que el estadístico λ sigue una distribución Chi Cuadrado con un numero de grados de libertad igual al número de

restricciones impuestas según la hipótesis nula. Para estos casos, la hipótesis nula establece que uno o más indicadores no agregan valor a la predicción.

Al realizar el análisis de las pruebas de las variables redundantes aplicadas a las seis variables que no son significativas al 5% en el modelo inicial, se encuentra que la única variable que no debe excluirse del modelo es GA_PAT, ya que el estadístico de la razón de verosimilitud muestra un p-valor del 4.04%, el cual es menor al 5%, demostrando que la hipótesis que indica que el indicador GA_PAT no agrega valor a la predicción puede ser rechazada.

Para las demás variables, el p-valor de la razón de verosimilitud fue el siguiente: CT_TA = 73.51%, EBIT_TA = 12.07%, TP_PAT = 33.24%, PC_TP = 88.27% y UN_ING = 17.78%, aceptando la hipótesis nula de que las variables no agregan valor a la predicción a un nivel de significancia del 10%.

En virtud de lo anterior, se procedió a estimar un nuevo modelo que excluye las variables CT_TA, EBIT_TA, TP_PAT, PC_TP y UN_ING, de la siguiente manera:

Tabla 21

Resultados modelo restringido regresión Logit generado a través de Eviews

Dependent Variable: DEFAULT
 Method: ML - Binary Logit (Newton-Raphson / Marquardt steps)
 Date: 09/19/21 Time: 16:59
 Sample: 1 82
 Included observations: 82
 Convergence achieved after 7 iterations
 Coefficient covariance computed using observed Hessian

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-1.806196	1.042311	-1.732877	0.0831
GA_PAT	1.344370	0.822521	1.634451	0.1022
ING_TA	-2.622329	0.760060	-3.450162	0.0006
UN_TA	7.399337	5.890442	1.256160	0.2091
TP_TA	8.331130	2.139294	3.894336	0.0001
UN_PAT	-5.201451	2.355294	-2.208409	0.0272
McFadden R-squared	0.644509	Mean dependent var	0.500000	
S.D. dependent var	0.503077	S.E. of regression	0.286188	
Akaike info criterion	0.639157	Sum squared resid	6.224671	
Schwarz criterion	0.815259	Log likelihood	-20.20544	
Hannan-Quinn criter.	0.709859	Deviance	40.41089	
Restr. deviance	113.6761	Restr. log likelihood	-56.83807	
LR statistic	73.26525	Avg. log likelihood	-0.246408	
Prob(LR statistic)	0.000000			
Obs with Dep=0	41	Total obs	82	
Obs with Dep=1	41			

Nota: Tomado de Eviews.

Tabla 22

Evaluación de predicción del modelo restringido generado a través de regresión Logit.

Expectation-Prediction Evaluation for Binary Specification

Equation: UNTITLED

Date: 09/19/21 Time: 17:03

Success cutoff: C = 0.5

	Estimated Equation			Constant Probability		
	Dep=0	Dep=1	Total	Dep=0	Dep=1	Total
P(Dep=1)≤C	35	2	37	41	41	82
P(Dep=1)>C	6	39	45	0	0	0
Total	41	41	82	41	41	82
Correct	35	39	74	41	0	41
% Correct	85.37	95.12	90.24	100.00	0.00	50.00
% Incorrect	14.63	4.88	9.76	0.00	100.00	50.00
Total Gain*	-14.63	95.12	40.24			
Percent Gain**	NA	95.12	80.49			

	Estimated Equation			Constant Probability		
	Dep=0	Dep=1	Total	Dep=0	Dep=1	Total
E(# of Dep=0)	34.79	6.21	41.00	20.50	20.50	41.00
E(# of Dep=1)	6.21	34.79	41.00	20.50	20.50	41.00
Total	41.00	41.00	82.00	41.00	41.00	82.00
Correct	34.79	34.79	69.58	20.50	20.50	41.00
% Correct	84.85	84.85	84.85	50.00	50.00	50.00
% Incorrect	15.15	15.15	15.15	50.00	50.00	50.00
Total Gain*	34.85	34.85	34.85			
Percent Gain**	69.70	69.70	69.70			

*Change in "% Correct" from default (constant probability) specification

**Percent of incorrect (default) prediction corrected by equation

Nota: Tomado de Eviews.

A continuación, se resumen los resultados de los dos modelos:

Tabla 23*Resumen modelo no restringido y modelo restringido – Regresión Logit*

Concepto	Modelo No Restringido	Modelo Restringido
Cantidad de Variables Independientes	10	5
# Variables Significativas al 5%	5	3
Constante Significativa al 5%	0	0
McFadden R-squared	69.7%	64.45%
S.E. of regression	0.2709	0.2861
LR statistic	79.2085	73.2652
Nivel de Precisión	90.24%	90.24%
% Correcto en quiebra	92.68%	95.12%
% Incorrecto en quiebra	7.32%	4.88%
% Correcto sanas	87.80%	85.37%
% Incorrecto sanas	12.20%	14.63%

Nota: Elaboración propia.

De lo anterior se puede concluir lo siguiente:

- Los dos modelos no tienen constante significativa al 5%.
- El modelo no restringido muestra mayor número de variables significativas al 5%.
- El modelo no restringido es el que muestra el mayor ajuste y Likelihood Ratio Test, y la menor suma de cuadrados del error.
- Los dos modelos muestran el mismo nivel de precisión.

- El modelo restringido es el que mejor predice las empresas en liquidación o reorganización.

Teniendo en cuenta que (i) el modelo inicial muestra un mayor ajuste, (ii) el modelo restringido predice mejor la quiebra de las empresas y (iii) los dos modelos mantienen el mismo nivel de precisión, se considera importante seleccionar los dos modelos generados para realizar la comparación de la precisión con los resultados obtenidos a través del análisis discriminante y las redes neuronales.

En este sentido, los dos modelos de predictibilidad de quiebra aplicada al sector transporte, obtenidos a través de la regresión Logit, son los siguientes:

Modelo No Restringido Logit:

$$P(Y = 1) = \frac{1}{1 + e^{-(-0.301 - 0.544 \frac{CT}{TA} + 2.311 \frac{GA}{PAT} + 1.535 \frac{EBIT}{TA} - 2.618 \frac{ING}{TA} + 23.054 \frac{UN}{TA} + 12.771 \frac{TP}{TA} - 0.309 \frac{TP}{PAT} - 0.227 \frac{PC}{TP} - 5.913 \frac{UN}{ING} - 11.689 \frac{UN}{PAT})}}$$

Modelo Restringido Logit:

$$P_{Restringido}(Y = 1) = \frac{1}{1 + e^{-(-1.806 + 1.344 \frac{GA}{PAT} - 2.622 \frac{ING}{TA} + 7.399 \frac{UN}{TA} + 8.331 \frac{TP}{TA} - 5.201 \frac{UN}{PAT})}}$$

4.5.3. Resultados Redes Neuronales

Para esta investigación, se implementará una Red Neuronal de tipo perceptrón multicapa (utilizada para modelar relaciones entre variables de entrada y grupos de salida), con los siguientes parámetros:

- Capa de Entrada: compuesta por 10 neuronas, las cuales representan los indicadores financieros relacionados en la tabla 5.

- Capa oculta: compuesta por 5 neuronas.
- Capa de salida: compuesta por 1 neurona, que representa la variable dependiente que contiene la información de default de las observaciones. Las empresas que tengan señal de salida mayor a 0.5, serán clasificadas con valor de 1, es decir, en quiebra. Las empresas que tengan señal de salida menor a 0.5, serán clasificadas con valor de 0, es decir, sanas.
- Algoritmo: retropropagación del error (backpropagation).
- Función del error: entropía cruzada.
- Función de activación: función logística.

El entrenamiento de la red neuronal parte de los datos observados. Para este caso, se utiliza la muestra de 82 observaciones (41 empresas sanas y 41 empresas en quiebra), que tiene como variables independientes los indicadores financieros relacionados en la tabla 5 y como variable independiente el default de las empresas.

A partir de esta muestra, la red neuronal se irá aproximando a la relación que hay entre las variables independientes con la dependiente, en un proceso de optimización que va adaptando iterativamente los parámetros, a medida que va comparando el resultado de la red neuronal con el valor observado. (Günther & Fritsch, 2010) resumen el proceso de optimización realizado por la red neuronal así:

- La red neuronal calcula una señal de salida para unas variables de entrada X y unos pesos otorgados de manera aleatoria. Si el proceso de entrenamiento no ha terminado, la señal de salida de la red neuronal diferirá del valor observado. Dicho proceso lo realiza para todas las observaciones.

- Posteriormente, calcula una función de error, como la suma de los cuadrados del error, que mide la diferencia entre la predicción y las observaciones, por ejemplo:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L \sum_{h=1}^H (o_{lh} - y_{lh})^2$$

(Günther & Fritsch, 2010)

Donde $l = 1, \dots, L$ representa las observaciones y $h = 1, \dots, H$ representa las señales de salida de la red.

Según (Günther & Fritsch, pág. 34), para un modelo con variable dependiente binaria se utiliza la función de entropía cruzada.

- Los pesos se van adaptando hasta cumplir un criterio de parada establecido por el algoritmo de aprendizaje. En este caso, el algoritmo backpropagation va modificando los pesos de la red neuronal hasta encontrar un mínimo local de la función del error. Cuando cumple dicho criterio, se detiene el proceso de optimización.
- Una vez se detiene el proceso de optimización, se establecen los pesos que generaron el mejor modelo acorde con el criterio del algoritmo, y se calculan las señales de salida de la red neuronal.

Para simular la red neuronal del perceptrón multicapa, se utilizó la función “NeuralNet” del paquete estadístico R, la cual “se utiliza para entrenar redes neuronales y brinda la oportunidad de definir el número requerido de capas ocultas y neuronas ocultas de acuerdo con la complejidad del modelo” (Günther & Fritsch, 2010).

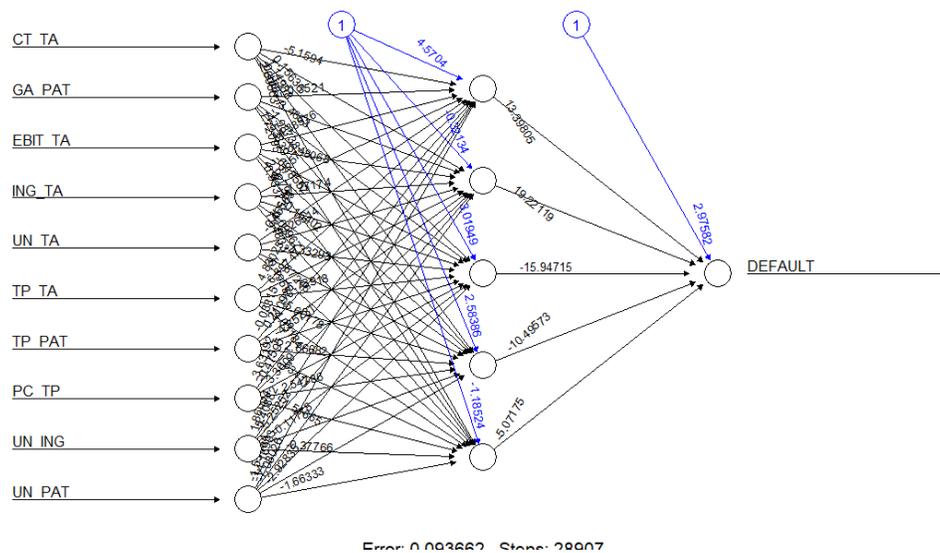
El código que se implementó para generar la red neuronal de la investigación fue la siguiente:

```
> # Instalar paquetes y librerías de redes neuronales y de importación de bases en excel
> install.packages ("neuralnet")
> install.packages ("readxl")
> library(neuralnet)
> library(readxl)
> # Establecer escritorio de trabajo
> setwd ("C:\\Users\\jaimerodriguez\\Documents\\R\\Analitica")
> # Importar base de datos para entrenamiento de la red neuronal
> entrenamiento = read_excel ("Base Tesis.xlsx", sheet = "Base")
> # Importar base de datos para predicción in sample
> insample = read_excel ("Base Tesis.xlsx", sheet = "insample")
> # Generar red neuronal para modelo de predictibilidad de quiebra
> rn = neuralnet
(DEFAULT~CT_TA+GA_PAT+EBIT_TA+ING_TA+UN_TA+TP_TA+TP_PAT+PC_TP
+UN_ING+UN_PAT, data = entrenamiento, hidden = 5, learningrate = 0.01, algorithm =
"backprop", err.fct="ce", act.fct="logistic", linear.output = F)
```

Utilizando la función plot (rn) se pueden visualizar los resultados de la red neuronal, así:

Figura 3

Resultados de Red Neuronal para modelo de predictibilidad de quiebra.



Nota: Tomado de R.

Igualmente, mediante el uso de la función `rn$result.matrix`, se evidencia que el modelo necesitó de 28.907 pasos para que las derivadas parciales de la función del error fueran menor al umbral del 0.01. Los resultados de la función `rn$result.matrix` se muestran en el Anexo 1.

Ahora bien, utilizando el modelo generado por la red neuronal, se realiza la predicción con la muestra de las 82 observaciones (in sample), convirtiendo las señales de salida en 1 si es mayor a 0.5 y 0 si es menor a 0.5, así:

```
> # Predicción de la muestra in sample
> rnprediccionis = compute (rn, insample)
> a = rnprediccionis$net.result
> resultados = ifelse (a>0.5, 1, 0)
```

La matriz de confusión para el modelo es la siguiente:

Tabla 24

Matriz de confusión para modelo 3 – Redes Neuronales

		Predicción		Total
		1	0	
Real	1	42	0	42
	0	0	42	42

		Predicción		Total
		1	0	
Real	1	100.00%	0.00%	100.00%
	0	0.00%	100.00%	100.00%

		# Aciertos	# Observaciones	Porcentaje
Nivel de Precisión		84	84	100.00%

Nota: Elaboración propia.

De la tabla anterior, se concluye que a través del modelo generado mediante una red neuronal:

- **Se obtuvo un nivel de precisión general en la predicción del 100.0%.**
- **Se obtuvo un nivel de precisión tipo I del 100% de las empresas en quiebra.**
- Se obtuvo un 0% de falsos positivos en el modelo.
- Se obtuvo un 0% de falsos negativos en el modelo.
- **Se obtuvo un nivel de precisión tipo II del 100% de las empresas sanas.**

Respecto a las redes neuronales, es importante resaltar su dificultad para interpretar el modelo generado para el cálculo de la predictibilidad de quiebra, ya que a pesar de que es el modelo

que muestra un mayor nivel de precisión en todos los niveles, no es comprensible la aplicabilidad de sus parámetros y la consistencia estadística de los mismos.

4.5.4. Comparación de los modelos

La Tabla 24 muestra el resumen de los niveles de precisión de los modelos generados a través de las tres metodologías:

Tabla 25

Resumen niveles de precisión de los tres modelos

Modelos	Precisión Tipo I	Precisión Tipo II	Precisión General
Análisis Discriminante	87.80%	90.24%	89.00%
Regresión Logística - Modelo 1	92.68%	87.80%	90.24%
Regresión Logística - Modelo 2	95.12%	85.37%	90.24%
Redes Neuronales	100.00%	100.00%	100.00%

Nota: Elaboración propia.

En virtud de lo anterior, las redes neuronales obtuvieron la mayor precisión en los tres niveles. De otra parte, los dos modelos generados a través de regresión logística, modelo 1 – No Restringido y modelo 2 – Restringido, mostraron mayores niveles de precisión tipo I y general, que el modelo generado a través de análisis discriminante. Sin embargo, el análisis discriminante mostró mayor nivel de precisión tipo II que los modelos generados a través de regresión logística.

Los resultados encontrados son similares a los mostrados en el estudio de (do Prado, de Melo Carvalho, Carvalho de Benedicto, & Ribeiro Lima, 2019), donde (i) la mayor precisión tipo I, tipo II y general la obtiene el modelo generado a través de redes neuronales; (ii) la regresión logística muestra un mejor nivel de precisión tipo I que el análisis discriminante; y (iii) el análisis discriminante tiene un mayor nivel de precisión tipo II que la regresión logística.

Además de la anterior comparación, se empleó la metodología de curvas ROC, que sirven para evaluar el poder discriminante de los modelos de clasificación (do Prado, de Melo Carvalho, Carvalho de Benedicto, & Ribeiro Lima, 2019). Las curvas ROC pueden obtenerse trazando la fracción de Defaults clasificados con un rating X o peor contra la fracción de no Defaults clasificados con un rating X o peor (Löffler & Posch, 2011).

La curva ROC de cada modelo se generó de la siguiente manera:

- Se obtuvo el porcentaje de las empresas del grupo 1 (en quiebra) o peor que fueron clasificadas en quiebra por el modelo de predicción, sobre el total de las empresas que fueron clasificadas en quiebra por el modelo de predicción.
- Se obtuvo el porcentaje de las empresas del grupo 1 (en quiebra) o peor que fueron clasificadas como sanas por el modelo de predicción, sobre el total de las empresas que fueron clasificadas como sanas por el modelo de predicción.
- Se generó una coordenada con los dos porcentajes obtenidos para el grupo 1, ubicando la fracción de las empresas sanas en el eje X y la fracción de las empresas en quiebra en el eje Y.

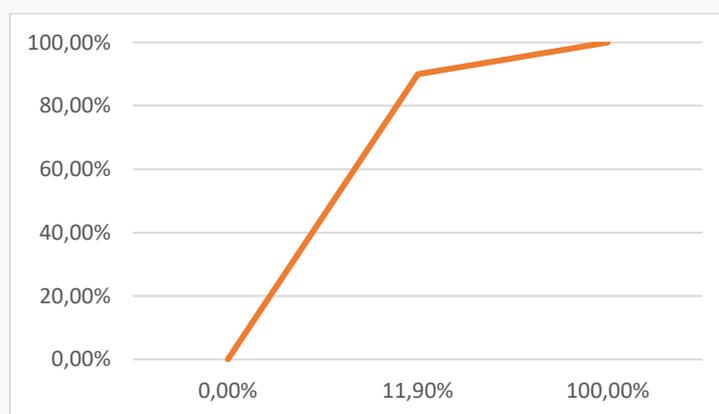
- Se obtuvo el porcentaje de las empresas del grupo 2 (sanas) o peor que fueron clasificadas en quiebra por el modelo de predicción, sobre el total de las empresas que fueron clasificadas en quiebra por el modelo de predicción.
- Se obtuvo el porcentaje de las empresas del grupo 2 (sanas o peor) que fueron clasificadas como sanas por el modelo de predicción, sobre el total de las empresas que fueron clasificadas como sanas por el modelo de predicción.
- Se generó una coordenada con los dos porcentajes obtenidos, ubicando la fracción de las empresas sanas en el eje X y la fracción de las empresas en quiebra en el eje Y.

Según (Löeffler & Posch, 2011), una estadística común que acompaña el análisis de las curvas ROC es el área bajo la curva – AUC. Entre más cercano sea el valor del AUC a 1, el modelo muestra un mayor poder discriminatorio.

A continuación, se presentan las curvas ROC generadas para cada modelo de predicción:

Figura 4

Curva ROC para Análisis Discriminante.



Grupo	X	Y
-	0.00%	0.00%
1	11.90%	90.00%
0	100.00%	100.00%

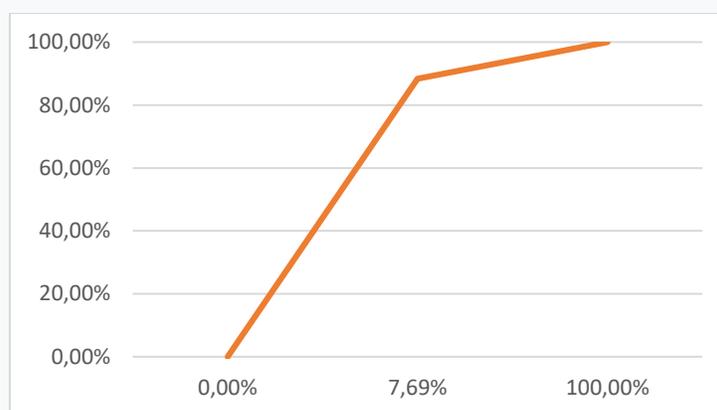
Nota: Elaboración propia.

Para el análisis discriminante, se observa que en las calificaciones 1 (quiebra) o peor se concentra el 11.9% de las empresas calificadas como sanas y el 90% de las empresas calificadas como en quiebra. En las calificaciones 0 o peor se concentra el 100% de las empresas calificadas como sanas y el 100% de las empresas calificadas como en quiebra.

Dicho modelo tiene un área bajo la curva - AUC de 0.8904.

Figura 5

Curva ROC para Regresión Logística Modelo 1 – No Restringido.



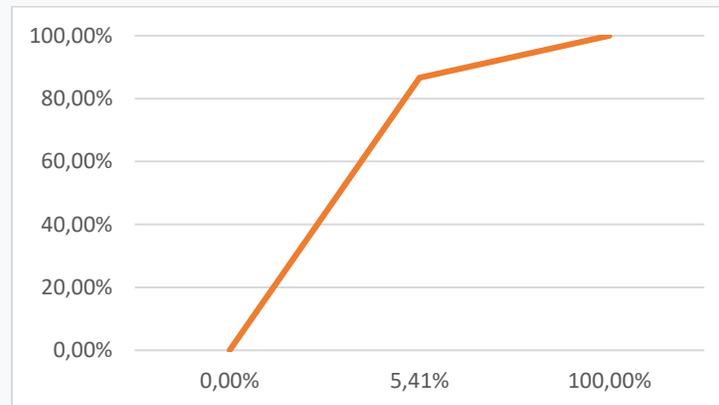
Grupo	X	Y
-	0.00%	0.00%
1	7.69%	88.37%
0	100.00%	100.00%

Nota: Elaboración propia.

Para el modelo no restringido generado a través de una regresión logística, se observa que en las calificaciones 1 (quiebra) o peor se concentra el 7.69% de las empresas calificadas como sanas y el 88.37% de las empresas calificadas como en quiebra. En las calificaciones 0 o peor se concentra el 100% de las empresas calificadas como sanas y el 100% de las empresas calificadas como en quiebra. **Dicho modelo tiene un área bajo la curva - AUC de 0.9033.**

Figura 6

Curva ROC para Regresión Logística Modelo 2 – Restringido.



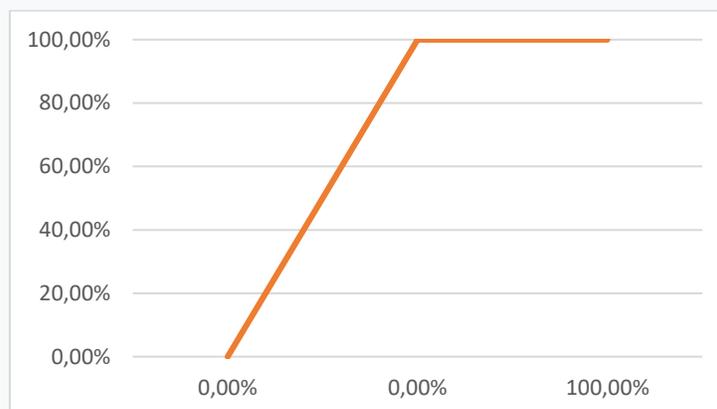
Grupo	X	Y
-	0.00%	0.00%
1	5.41%	86.67%
0	100.00%	100.00%

Nota: Elaboración propia.

Para el modelo restringido generado a través de una regresión logística, se observa que en las calificaciones 1 (quiebra) o peor se concentra el 5.41% de las empresas calificadas como sanas y el 86.67% de las empresas calificadas como en quiebra. En las calificaciones 0 o peor se concentra el 100% de las empresas calificadas como sanas y el 100% de las empresas calificadas como en quiebra. **Dicho modelo tiene un área bajo la curva - AUC de 0.9036.**

Figura 7

Curva ROC para Redes Neuronales.



Grupo	X	Y
-	0.00%	0.00%
1	0.00%	100.00%
0	100.00%	100.00%

Nota: Elaboración propia.

Para el modelo generado a través de redes neuronales, se observa que en las calificaciones 1 (quiebra) o peor se concentra el 0% de las empresas calificadas como sanas y el 100% de las empresas calificadas como en quiebra. En las calificaciones 0 o peor se concentra el 100% de las empresas calificadas como sanas y el 100% de las empresas calificadas como en quiebra. **Dicho modelo tiene un área bajo la curva - AUC de 1.**

En este sentido, el modelo generado bajo las redes neuronales tiene el mayor AUC, seguido por el modelo Logit restringido, el modelo Logit no restringido y el análisis discriminante.

4.5.5. Resultados para 200 modelos generados de manera aleatoria

Con el propósito de proceder con un análisis inferencial de los niveles de precisión obtenidos a través de las tres metodologías, y teniendo en cuenta que la investigación cuenta con 1.708

observaciones de empresas sanas que cumplen con los requisitos establecidos en el numeral “**4.1 Muestra**”, se construyeron 199 bases adicionales (para un total de 200 bases contando la inicial), de la siguiente manera:

- En una hoja de Excel llamada “Constructor Base Aleatorio”, se fijaron las 41 observaciones de las empresas que se encuentran en liquidación (grupo 1), las cuales fueron seleccionadas para el modelo inicial, ubicándolas desde la fila 2 hasta la fila 42, e iniciando desde la columna B. Las observaciones contienen la información para los 10 indicadores financieros de cada empresa del grupo 1 y la clasificación de “1” en Default.
- En la columna A, desde la fila 43 hasta la 83, de la hoja de Excel “Constructor Base Aleatorio”, se asignó un número aleatorio entre 1 y 1.708, con la siguiente fórmula: “=ALEATORIO.ENTRE(1,1708)”.
- En una hoja de Excel llamada “Base Grupo 0”, se generó un repositorio de 1.708 observaciones de las empresas sanas que cumplen con los requisitos establecidos en el numeral “**4.1 Muestra**”, es decir, que presentaron información financiera de 2019, no se encuentran en procesos de reorganización y liquidación en 2020, y están dentro del rango del tamaño de activos. Posteriormente, en la columna A, se le asignó un número único del 1 al 1.708 para cada observación.
- A través de la fórmula “BUSCARV” de Excel, en la hoja “Constructor Base Aleatorio”, se trajo la información financiera de las observaciones establecidas en la hoja “Base Grupo 0”, utilizando como identificador los 41 números generados de

manera aleatoria. Dicha información se ubicó desde la columna B en adelante, y en las filas 43 hasta la 83, y se clasificó como “0” en Default.

- Desde la hoja “Constructor Base Aleatorio”, se copió en valores la información que contenía la clasificación del Default y la información para los 10 indicadores financieros de las 82 observaciones generadas, 41 de manera fija (grupo 1) y 41 de manera aleatoria (grupo 0), y se pegó en un archivo nuevo de Excel llamado “Modelo N”, donde $N=1, 2, 3, \dots, 200$.
- A través de la tecla “F9” se actualizaron los números generados de manera aleatoria en la hoja “Constructor Base Aleatorio”, y así mismo, la información para las 41 observaciones de las empresas sanas (grupo 0). Posteriormente, se volvió a realizar el proceso de copiado y pegado en una nueva base.
- Se repitió el proceso 199 veces, hasta obtener un total de 200 bases con información en valores. Cada una de las bases, contiene la misma información para las observaciones clasificadas en el grupo 1 (en liquidación, en reorganización) e información distinta para las observaciones clasificadas en el grupo 0 (sanas).

Tomando como muestra cada una de las bases generadas, se procedió a generar cuatro modelos de predictibilidad de quiebra a través del Análisis Discriminante, Regresión Logística (modelo no restringido y restringido) y Redes Neuronales, calculando para cada uno de ellos los niveles de precisión tipo I, tipo II y general.

En resumen, se generaron 800 modelos de predictibilidad de quiebra, que se encuentran clasificados así:

- Anexo 2: 200 modelos generados a través de análisis discriminante.

- Anexo 3: 200 modelos generados a través de regresión logística, sin restricción en los parámetros.
- Anexo 4: 200 modelos generados a través de regresión logística, con restricción en los parámetros.
- Anexo 5: Niveles de precisión de 200 modelos generados a través de Redes Neuronales. Los resultados de las redes neuronales solo incluyen los niveles de precisión.

A continuación, se presentan las estadísticas descriptivas generadas de los 200 modelos, para los niveles de precisión de cada una de las metodologías:

Tabla 26

Estadísticas descriptivas para niveles de precisión de 200 modelos generados a través de las tres metodologías.

Estadística	Análisis Discriminante			Logit - No Restringido			Logit - Restringido			Redes Neuronales		
	Precisión Tipo I	Precisión Tipo II	Precisión General	Precisión Tipo I	Precisión Tipo II	Precisión General	Precisión Tipo I	Precisión Tipo II	Precisión General	Precisión Tipo I	Precisión Tipo II	Precisión General
N	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200
Media	87.39%	85.48%	86.43%	89.83%	88.18%	89.00%	88.64%	85.49%	87.04%	99.44%	99.50%	99.47%
Desviación Estandar	0.04	0.06	0.04	0.04	0.05	0.04	0.04	0.07	0.05	0.01	0.01	0.01
Varianza	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Límite Inferior	86.85%	84.61%	85.88%	89.29%	87.43%	88.42%	88.03%	84.54%	86.33%	99.25%	99.33%	99.33%
Límite Superior	87.93%	86.34%	86.98%	90.37%	88.92%	89.59%	89.24%	86.44%	87.75%	99.25%	99.33%	99.33%

Nota: Elaboración propia.

En la anterior gráfica se evidencia lo siguiente:

- Los promedios de los tres niveles de precisión de las redes neuronales son mayores que los promedios de los tres niveles de precisión de las Regresiones Logit y el Análisis Discriminante.
- Los promedios de los tres niveles de precisión de la regresión Logit no restringida son mayores que los promedios de los tres niveles de precisión de la regresión Logit restringida.
- Los promedios de los tres niveles de precisión de las regresiones Logit no restringida y restringida, son mayores que los promedios de los tres niveles de precisión del Análisis Discriminante.

Igualmente, en los Anexos 2, 3 y 4 se evidencia que no se repiten los estimadores para las 10 variables y la constante en los 200 modelos generados para Análisis Discriminante y Regresiones Logísticas.

Ahora bien, con el propósito de realizar un análisis inferencial de la muestra de los modelos, se procedió a desarrollar las siguientes pruebas de hipótesis sobre comparación de las medias de los niveles de precisión tipo I, así:

Hipótesis 1:

$$H_0 = \mu_{PIAD} \geq \mu_{PIRN} \quad o \quad H_0 = \mu_{PIAD} - \mu_{PIRN} \geq 0$$

$$H_A = \mu_{PIAD} < \mu_{PIRN} \quad o \quad H_A = \mu_{PIAD} - \mu_{PIRN} < 0$$

Hipótesis 2:

$$H_0 = \mu_{PIRL} \geq \mu_{PIRN} \quad o \quad H_0 = \mu_{PIRL} - \mu_{PIRN} \geq 0$$

$$H_A = \mu_{PIRL} < \mu_{PIRN} \quad o \quad H_A = \mu_{PIRL} - \mu_{PIRN} < 0$$

Hipótesis 3:

$$H_0 = \mu_{PIAD} \geq \mu_{PIRL} \text{ o } H_0 = \mu_{PIAD} - \mu_{PIRL} \geq 0$$

$$H_A = \mu_{PIAD} < \mu_{PIRL} \text{ o } H_A = \mu_{PIAD} - \mu_{PIRL} < 0$$

Donde μ_{PIAD} corresponde a la media de la precisión tipo I del modelo de predictibilidad de quiebra desarrollado a través de análisis discriminante, μ_{PIRN} corresponde a la media de la precisión tipo I del modelo de predictibilidad de quiebra desarrollado a través de redes neuronales y μ_{PIRL} corresponde a la media de la precisión tipo I del modelo de predictibilidad de quiebra desarrollado a través de regresión Logit.

En virtud de lo anterior se procedió a desarrollar los siguientes estadísticos de prueba:

Estadístico para prueba de Hipótesis 1:

$$t_c = \frac{\mu_{PIAD} - \mu_{PIRN}}{\sqrt{\text{Var}(\mu_{PIAD} - \mu_{PIRN})}} = \frac{\mu_{PIAD} - \mu_{PIRN}}{\sqrt{\text{Var}(\mu_{PIAD}) + \text{Var}(\mu_{PIRN}) - 2 \text{Cov}(\mu_{PIAD}, \mu_{PIRN})}} = -2.99$$

Estadístico para prueba de Hipótesis 2:

$$t_c = \frac{\mu_{PIRL} - \mu_{PIRN}}{\sqrt{\text{Var}(\mu_{PIRL} - \mu_{PIRN})}} = \frac{\mu_{PIRL} - \mu_{PIRN}}{\sqrt{\text{Var}(\mu_{PIRL}) + \text{Var}(\mu_{PIRN}) - 2 \text{Cov}(\mu_{PIRL}, \mu_{PIRN})}} = -2.41$$

Estadístico para prueba de Hipótesis 3:

$$t_c = \frac{\mu_{PIAD} - \mu_{PIRL}}{\sqrt{\text{Var}(\mu_{PIAD} - \mu_{PIRL})}} = \frac{\mu_{PIAD} - \mu_{PIRL}}{\sqrt{\text{Var}(\mu_{PIAD}) + \text{Var}(\mu_{PIRL}) - 2 \text{Cov}(\mu_{PIAD}, \mu_{PIRL})}} = -0.53$$

Teniendo en cuenta que a un nivel de significancia del 5% y 199 grados de libertad, el t crítico es de -1.645, se tiene evidencia empírica para rechazar la H_0 de las hipótesis 1 y 2, y se puede afirmar que la media de la precisión tipo I del modelo de predictibilidad de quiebra generado a través de las Redes Neuronales es mayor que la media de la precisión tipo I de los modelos

de predictibilidad de quiebra generados a través de las metodologías de Análisis Discriminante y Regresión Logit.

De otra parte, existe evidencia empírica para aceptar la H_0 de la hipótesis 3, y se puede afirmar que la media de la precisión tipo I del modelo de predictibilidad de quiebra generado a través de Regresión Logit es menor o igual a la media de la precisión tipo I del modelo de predictibilidad de quiebra generado a través de Análisis Discriminante.

5. Conclusiones

El desarrollo de modelos de predictibilidad de quiebra para distintos sectores de la Economía ha sido un tema estudiado con base en distintas metodologías por parte de la investigación académica, siempre buscando los modelos que mayor precisión presenten a la hora de predecir la insolvencia de las empresas como unidades económicas de generación de empleo y de bienestar para la sociedad.

Es así como se han generado diversas propuestas de modelos de predictibilidad de quiebra que varían en las muestras, el sector económico, temporalidad, indicadores financieros, requisitos de selección de las observaciones y las metodologías implementadas por los investigadores, donde su objetivo en común es proponer un modelo que sirva como herramienta para la toma de decisiones por parte de los acreedores, accionistas y organismos de administración, que les permita continuar con la prestación del servicio y el normal desarrollo de las organizaciones y evitar una posible quiebra o insolvencia que represente pérdidas de dinero para las partes interesadas.

En este sentido, en la presente investigación se identificaron modelos propuestos por (Beaver, 1966) con base en el análisis univariante; (Altman, 1968) y (Deakin, 1972) con base en el análisis discriminante; (Ohlson, 1980), (Hernandez Tinoco & Wilson, 2013) y (Bohórquez Alfonso, 2019) con base en la regresión logística Logit; (Lennox, 1999) con base en las regresiones logísticas Logit y Probit; (Odom & Sharda, 1990) y (do Prado, de Melo Carvalho, Carvalho de Benedicto, & Ribeiro Lima, 2019) con base en las redes neuronales; (Wang, Ma, & Yang, 2014) y (Correa-Mejía & Lopera-Castaño, 2020) con base en algoritmos boosting; y (Varetto, 1998) con base en algoritmos genéticos; sin referenciar otras investigaciones que se han desarrollado por los mismos investigadores en donde van identificando nuevos indicadores financieros que deben ser incluidos en los modelos de predictibilidad de quiebra y otros que deben ser retirados. De lo anterior se evidenció lo siguiente:

- Los estimadores de los modelos varían para cada estudio.
- En los modelos prevalecen los indicadores de rentabilidad, liquidez y endeudamiento.
- Los estudios se basan en una única muestra para determinar los modelos (In Sample).
- Los modelos de predictibilidad de quiebra basados en regresiones logísticas Logit, algoritmos boosting y redes neuronales presentan mejor precisión que los modelos generados a través de Análisis Discriminante.
- En Colombia falta profundización en la investigación de modelos de predictibilidad de quiebra para los distintos sectores de la economía y no hay accesibilidad a esta clase de herramientas por parte de las empresas, teniendo en cuenta que son fuentes generadoras de empleo y de bienestar.

Ahora bien, se evidenció que el sector Transporte cumple un papel primordial para el país a nivel económico y social, siendo fundamental para la competitividad nacional y la optimización de las cadenas de suministro, representando cerca del 3.9% del Producto Interno Bruto (PIB) según el DANE, con una producción de \$44 Billones de pesos a precios constantes de 2019 (Ministerio de Transporte, 2021). De ahí radica su importancia en documentos estratégicos que fijan lineamientos para la administración y planeación del Gobierno Nacional, como el Plan Nacional de Desarrollo y distintos documentos CONPES. Sin embargo, para dicho sector no existía un modelo de predictibilidad de quiebra propuesto.

En este sentido, con base en la muestra inicial seleccionada, el estudio desarrolló tres modelos de predictibilidad de quiebra para el sector transporte utilizando Análisis Discriminante, Regresión Logística y Redes Neuronales, así:

Tabla 27

Modelos de predictibilidad de quiebra aplicados al sector transporte con base en los tres enfoques

Concepto	Análisis Discriminante	Logit No Restringido	Redes Neuronales
C	0.5622	-3.0104	-
CT_TA	-0.2141	-0.5449	-
GA_PAT	0.1186	2.3112	-
EBIT_TA	-0.0527	1.5359	-
ING_TA	-0.1954	-2.6186	-
UN_TA	0.5847	23.0542	-
TP_TA	0.5346	12.7719	-
TP_PAT	0.0144	-0.3096	-

PC_TP	-0.2773	-0.2279	-
UN_ING	-0.0597	-5.913	-
UN_PAT	-0.4111	-11.6899	-
Precisión Tipo I	87.80%	92.68%	100.00%
Precisión Tipo II	90.24%	87.80%	100.00%
Precisión General	89.00%	90.24%	100.00%

Nota: Elaboración propia.

Al incluir los 10 indicadores financieros seleccionados, los modelos de predictibilidad determinados para el sector transporte a través del Análisis Discriminante, Regresión Logística y las Redes Neuronales, muestran los mayores niveles de precisión, los cuales se pueden agrupar en indicadores de rentabilidad, liquidez, endeudamiento y rendimiento. No obstante, es importante resaltar que la red neuronal no genera unos estimadores en específico, sino que produce varios parámetros por cada variable de entrada, que ingresan primero en un proceso de transformación logístico y luego en un proceso de integración, generando un modelo complejo para su uso e interpretación, tal como lo indica (McNeils, 2005).

Respecto a los niveles de precisión, al comparar los resultados de los modelos generados a través de las tres metodologías con base en una muestra inicial seleccionada, se evidencia que (i) las Redes Neuronales muestran una mejor precisión tipo I, tipo II y General que el Análisis Discriminante y la Regresión Logística Logit, (ii) la Regresión Logística Logit muestra mejor precisión tipo I y General que el Análisis Discriminante, y (iii) el Análisis Discriminante muestra una mejor precisión tipo II que la Regresión Logística. Los mismos resultados se obtuvieron al realizar el análisis de las curvas ROC y los indicadores AUC de los tres modelos.

De otra parte, del análisis de los 200 modelos desarrollados por cada una de las metodologías planteadas, basados en 200 muestras generadas de manera aleatoria, se identificó que el mayor nivel de precisión en los tres niveles es generado a través de las Redes Neuronales, seguido por la Regresión Logística Logit y el Análisis Discriminante.

Por tal razón, se concluye que el modelo de predictibilidad de quiebra generado a través de la Red Neuronal tiene un mayor nivel de precisión a la hora de clasificar la quiebra de las empresas del sector transporte; sin embargo, su capacidad de interpretación es menor que la de los modelos desarrollados por el análisis discriminante y la regresión logística.

En este sentido, para los usuarios que requieran tener un modelo con capacidad de interpretación que les permita explicar como el movimiento en alguna de las variables impacta la probabilidad de quiebra de las empresas del sector, se recomienda utilizar el modelo generado a través de la regresión Logit, ya que es el segundo modelo con mejores niveles de precisión; y para los usuarios que busquen un modelo que les garantice mayor precisión a la hora de predecir la quiebra desde un punto de vista práctico y empírico con el propósito de obtener mejores resultados, se recomienda utilizar el modelo generado a través de redes neuronales.

Igualmente, de dicho análisis se concluyó que **ningún modelo de predictibilidad de quiebra es determinístico**, ya que, con tan solo variar las observaciones de las empresas sanas, cambian los estimadores, la constante, el ajuste y los niveles de precisión de la predicción de dichos modelos. Como se evidencia en los Anexos 2, 3 y 4, no se repiten los estimadores para las 10 variables y la constante en los 200 modelos generados para Análisis Discriminante y Regresiones Logísticas.

En consecuencia, los modelos de predictibilidad de quiebra que son producto de investigaciones anteriores como las de (Altman, 1968), (Ohlson, 1980), (Odom & Sharda, 1990), (Bohórquez Alfonso, 2019), entre otros, **presentan niveles de precisión altos para la muestra que los generó** (In Sample); no obstante pueden variar su precisión cuando se utilizan para clasificar una muestra totalmente distinta a la utilizada para su desarrollo (Out of Sample), así contenga observaciones que pertenezcan al mismo sector.

Finalmente, se recomienda a las entidades que en el ejercicio de sus funciones administran la información financiera de distintos sectores de la economía, como la Superintendencia de Sociedades, la Superintendencia de Transporte, la Superintendencia Financiera, Confecámaras, entre otras; el desarrollo de modelos de predictibilidad de quiebra para distintos sectores de la economía, permitiendo su acceso a las empresas que supervisan para que puedan obtener alertas tempranas y puedan tomar decisiones que busquen mantener su funcionamiento como unidades generadoras de bienestar económico y de empleo.

Para futuras investigaciones, se recomienda realizar la validación de los niveles de precisión de los 200 modelos desarrollados en esta investigación, con observaciones del sector transporte que sean distintas a las utilizadas para generar los modelos. Igualmente, se sugiere profundizar en la generación de un modelo de predictibilidad de quiebra que sea aplicable a varios sectores del sector real, con el propósito de revisar si los indicadores financieros seleccionados y los modelos desarrollados en esta clase de investigaciones, dependen o no de la actividad económica de un sector.

6. Bibliografía

- Altman, E. (1968). Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy. *The Journal of Finance*, 23(4), 589 - 609.
- Amendola, A., Giordano, F., Parella, M. L., & Restaino, M. (2017). Variable selection in high-dimensional regression: a nonparametric procedure for business failure prediction. *Applied Stochastic Models in Business & Industry*, 33(4), 355 - 368.
- Beaver, W. (1966). Financial Ratios As Predictors of Failure. *Journal of Accounting Research*, 4, 71 - 111.
- Bohórquez Alfonso, G. N. (2019). *Modelo de Predictibilidad de Quiebra para las Empresas Colombianas del Subsector de Servicios Profesionales*. Bogotá D.C: Centro de Estudios Superiores de Administración - CESA.
- Congreso de la República. (1996, 12 28). Ley 336. *Estatuto General del Transporte*.
- Correa Aguirre, L. M. (2015). *Fortalezas y Debilidades de la Ley 1116 de 2006 en sus Primeros Años de Aplicación*. Medellín: Universidad EAFIT.
- Correa-Mejía, D. A., & Lopera-Castaño, M. (2020). Financial ratios as a powerful instrument to predict insolvency; a study using boosting algorithms in Colombian firms. *Estudios Gerenciales*, 36(155), 229 - 238.
- Deakin, E. (1972). A Discriminant Analysis of Predictors of Business Failure. *Journal of Accounting Research*, 10(1), 167-179.
- Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE. (2021, 05 18). *Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE*. Retrieved from Producto Interno Bruto (PIB) Base 2015: <https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/cuentas-nacionales/cuentas-nacionales-trimestrales/historicos-producto-interno-bruto-pib>
- do Prado, J. W., de Melo Carvalho, F., Carvalho de Benedicto, G., & Ribeiro Lima, A. L. (2019). Analysis of credit risk faced by public companies in Brazil: an approach based on discriminant analysis, logistic regression and artificial neural networks. *Estudios Gerenciales*, 35(153), 347 - 360.
- Edmister, R. (1972). An Empirical Test of Financial Ratio Analysis for Small Business Failure Prediction. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 7(2), 1477-1493.
- Fernández Gámez, M. Á., Cisneros Ruiz, A. J., & Callejón Gil, Á. (2016). Applying a probabilistic neural network to hotel bankruptcy prediction. *Tourism & Management Studies*, 40-52.
- Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (2010). *Econometría* (5 ed.). México: McGraw Hill.
- Günther, F., & Fritsch, S. (2010). Neuralnet: Training of Neural Networks. *The R Journal*, 2(1), 30 - 38.
- Hernandez Tinoco, M., & Wilson, N. (2013). Financial distress and bankruptcy prediction among listed companies using accounting, market and macroeconomic variables. *International Review of Financial Analysis*, 30, 394-419.

- Isasi Viñuela, P., & Galvan, I. (2004). *Redes Neuronales Artificiales: Un Enfoque Práctico*. Madrid: Pearson Prentice Hall.
- Jones, S., Johnstone, D., & Wilson, R. (2017). Predicting Corporate Bankruptcy: An Evaluation of Alternative Statistical Frameworks. *Journal of Business Finance & Accounting*, 44(1-2), 3-34.
- Lennox, C. (1999). Identifying failing companies: a re-evaluation of the logit, probit and DA approaches. *Journal of Economics and Business*, 51(4), 347-364.
- Liang, D., Lu, C.-C., Tsai, C.-F., & Shih, G.-A. (2016). Financial ratios and corporate governance indicators in bankruptcy prediction: A comprehensive study. *European Journal of Operational Research*, 252, 561 - 572.
- Lippmann, R. P. (1987). An introduction to computing with neural nets. *IEEE ASSP Magazine*, 4(2), 4-22.
- Löeffler, G., & Posch, P. (2011). *Credit Risk Modeling using Excel and VBA*. Wiley Finance.
- López, E. M. (2015). Modelo de predictibilidad de quiebra en las pymes colombianas del sector comercio. Colegio de Estudios Superiores de Administración.
- Marqués, A., García, V., & Sánchez, J. (2013). A literature review on the application of evolutionary computing to credit scoring. *Journal of the Operational Research Society*, 64(9), 1384 - 1399.
- Martínez, O. A. (2003). Determinantes de Fragilidad en las Empresas. Banco de la República.
- McNeils, P. D. (2005). What Are Neural Networks? In P. D. McNeils, *Neural Networks in Finance* (pp. 13 - 58). Academic Press Advanced Finance.
- Ministerio de Transporte. (2021). *Transporte en cifras vigencia 2019*. Bogotá D.C.
- Moyer, C. R. (1977). Forecasting Financial Failure: A Re-Examination. *Financial Management*, 6(1), 11 - 17.
- Odom, M., & Sharda, R. (1990). A neural network model for bankruptcy prediction. *International Joint Conference on neural networks*, 163-168.
- Ohlson, J. A. (1980). Financial Ratios and the Probabilistic Prediction of Bankruptcy. *Journal of Accounting Research*, 18(1), 109 - 131.
- Ragsdale, C. (2007). *Spreadsheet modeling and decision analysis*. Cengage Learning.
- República, C. d. (2006, 12 27). Ley 1116. *Por la cual se establece el Régimen de Insolvencia Empresarial en la República de Colombia y se dictan otras disposiciones*.
- Rodrigo, J. (2016, 09). *Ciencia de Datos, Estadística, Programación y Machine Learning*. Retrieved 07 28, 2020, from Análisis discriminante lineal (LDA) y análisis discriminante cuadrático (QDA): https://www.cienciadedatos.net/documentos/28_linear_discriminant_analysis_lda_y_quadra tic_discriminant_analysis_qda

Romero Espinosa, F., Melgarejo Molina, Z. A., & Vera-Colina, M. A. (2015). Fracaso Empresarial de las Pequeñas y Medianas Empresas (Pymes) en Colombia. *Suma de Negocios*, 6(13), 29-41.

Superintendencia de Sociedades. (2021, 05 18). Retrieved 20 7, 2020, from Procedimientos de Insolvencia:

https://www.supersociedades.gov.co/delegatura_insolvencia/Paginas/publicaciones.aspx

Varetto, F. (1998). Genetic algorithms applications in the analysis of insolvency risk. *Journal of Banking & Finance*, 22(10-11), 1421 - 1439.

Wang, G., Ma, J., & Yang, S. (2014). An improved boosting based on feature selection for corporate bankruptcy prediction. *Expert Systems with Applications*, 41(5), 2353 - 2361.

Anexo 1. Resultado Redes Neuronales para modelo inicial.

error	9.366215e-02	TP_PAT.to.1layhid3	-4.857309e+00
reached.threshold	9.999810e-03	PC_TP.to.1layhid3	3.360902e+00
steps	2.890700e+04	UN_ING.to.1layhid3	-5.252521e+00
Intercept.to.1layhid1	4.570398e+00	UN_PAT.to.1layhid3	-7.080261e+00
CT_TA.to.1layhid1	-5.159403e+00	Intercept.to.1layhid4	2.583865e+00
GA_PAT.to.1layhid1	-3.520961e-01	CT_TA.to.1layhid4	-4.887063e-01
EBIT_TA.to.1layhid1	4.385759e+00	GA_PAT.to.1layhid4	-4.538387e+00
ING_TA.to.1layhid1	-6.965709e+00	EBIT_TA.to.1layhid4	2.927958e+00
UN_TA.to.1layhid1	-4.656296e-01	ING_TA.to.1layhid4	-9.966660e-02
TP_TA.to.1layhid1	4.830249e+00	UN_TA.to.1layhid4	-1.872461e+00
TP_PAT.to.1layhid1	-3.314598e-02	TP_TA.to.1layhid4	-5.601777e+00
PC_TP.to.1layhid1	-3.631917e+00	TP_PAT.to.1layhid4	2.866824e+00
UN_ING.to.1layhid1	1.860339e+00	PC_TP.to.1layhid4	2.547857e+00
UN_PAT.to.1layhid1	-1.551640e+00	UN_ING.to.1layhid4	-1.177826e-01
Intercept.to.1layhid2	-3.213405e-01	UN_PAT.to.1layhid4	-2.928353e+00
CT_TA.to.1layhid2	1.563624e-01	Intercept.to.1layhid5	-1.185237e+00
GA_PAT.to.1layhid2	3.465302e+00	CT_TA.to.1layhid5	2.606625e+00
EBIT_TA.to.1layhid2	-4.806798e-01	GA_PAT.to.1layhid5	1.720946e+00
ING_TA.to.1layhid2	-1.271737e+00	EBIT_TA.to.1layhid5	-9.337293e-01
UN_TA.to.1layhid2	-2.631351e-01	ING_TA.to.1layhid5	1.648333e+00
TP_TA.to.1layhid2	6.697473e+00	UN_TA.to.1layhid5	1.955176e-01
TP_PAT.to.1layhid2	-2.109675e-01	TP_TA.to.1layhid5	-4.031841e+00
PC_TP.to.1layhid2	-4.759451e-01	TP_PAT.to.1layhid5	1.634110e+00
UN_ING.to.1layhid2	-5.408816e+00	PC_TP.to.1layhid5	1.516650e+00
UN_PAT.to.1layhid2	-1.416993e+01	UN_ING.to.1layhid5	-3.776620e-01
Intercept.to.1layhid3	3.019494e+00	UN_PAT.to.1layhid5	-1.663331e+00
CT_TA.to.1layhid3	1.149875e+00	Intercept.to.DEFAULT	2.975816e+00
GA_PAT.to.1layhid3	-1.987381e+00	1layhid1.to.DEFAULT	1.339805e+01
EBIT_TA.to.1layhid3	-6.185523e+00	1layhid2.to.DEFAULT	1.922119e+01
ING_TA.to.1layhid3	-1.540224e-01	1layhid3.to.DEFAULT	-1.594715e+01
UN_TA.to.1layhid3	-2.332926e+00	1layhid4.to.DEFAULT	-1.049573e+01
TP_TA.to.1layhid3	-5.739184e+00	1layhid5.to.DEFAULT	-5.071747e+00

Nota: Tomado de R.

Anexo 2. 200 modelos generados a través de Análisis Discriminante.

Modelo	Constante	CT_TA	GA_PAT	EBIT_TA	ING_TA	UN_TA	TP_TA	TP_PAT	PC_TP	UN_ING	UN_PAT	Precisión Tipo I	Precisión Tipo II	Precisión General
1	0.56	-0.21	0.12	-0.05	-0.20	0.58	0.53	0.01	-0.28	-0.06	-0.41	87.80%	90.24%	89.02%
2	0.56	-0.28	0.19	0.09	-0.14	0.34	0.29	0.03	-0.09	0.00	-0.45	78.05%	80.49%	79.27%
3	0.84	-0.25	0.06	-0.08	-0.17	0.14	-0.01	0.01	-0.31	-0.18	0.00	85.37%	73.17%	79.27%
4	0.28	0.00	0.14	-0.02	-0.19	0.92	0.75	0.02	-0.11	-0.11	-0.49	87.80%	92.68%	90.24%
5	0.50	0.12	0.08	0.07	-0.16	0.76	0.51	0.02	-0.33	-0.32	-0.35	80.49%	78.05%	79.27%
6	0.33	-0.10	0.05	0.05	-0.12	1.18	0.84	-0.01	-0.17	0.01	-0.45	95.12%	92.68%	93.90%
7	0.48	-0.19	0.00	0.00	-0.14	0.51	0.58	0.00	-0.29	-0.12	-0.15	80.49%	82.93%	81.71%
8	0.40	-0.05	0.02	-0.02	-0.17	0.18	0.60	0.02	-0.14	-0.06	-0.08	95.12%	90.24%	92.68%
9	0.46	-0.29	0.07	0.03	-0.08	0.24	0.44	0.01	-0.14	0.02	-0.06	90.24%	82.93%	86.59%
10	0.48	0.10	0.03	0.01	-0.19	0.72	0.54	0.02	-0.22	-0.03	-0.07	87.80%	82.93%	85.37%
11	0.39	-0.11	0.07	0.06	-0.13	0.74	0.69	-0.01	-0.15	-0.12	-0.59	85.37%	97.56%	91.46%
12	0.34	-0.10	0.09	-0.01	-0.22	0.60	0.68	0.04	-0.07	-0.02	-0.03	92.68%	87.80%	90.24%
13	0.57	-0.03	0.06	0.05	-0.15	-0.09	0.37	0.02	-0.21	-0.16	-0.13	92.68%	87.80%	90.24%
14	0.39	-0.21	0.15	0.06	-0.06	-0.38	0.27	0.03	0.09	0.03	-0.30	90.24%	85.37%	87.80%
15	0.39	-0.18	-0.01	0.00	-0.09	0.25	0.57	-0.01	-0.10	-0.19	-0.23	87.80%	95.12%	91.46%
16	0.46	-0.05	0.17	0.10	-0.16	0.38	0.52	0.05	-0.20	-0.12	-0.30	90.24%	87.80%	89.02%
17	0.41	-0.20	0.12	0.08	-0.12	0.28	0.51	0.02	-0.09	0.08	-0.27	87.80%	87.80%	87.80%
18	0.42	-0.25	0.06	0.04	-0.15	1.06	0.60	0.00	-0.09	-0.02	-0.26	85.37%	78.05%	81.71%
19	0.38	-0.22	0.01	-0.05	-0.17	0.27	0.55	-0.01	-0.01	0.09	-0.10	80.49%	82.93%	81.71%
20	0.35	-0.03	0.01	0.03	-0.18	0.31	0.58	0.02	-0.02	-0.12	0.07	90.24%	92.68%	91.46%
21	0.38	-0.15	0.03	0.00	-0.09	0.38	0.52	-0.01	-0.09	-0.17	-0.25	80.49%	87.80%	84.15%
22	0.52	-0.31	0.05	0.03	-0.10	0.11	0.49	0.02	-0.24	0.10	-0.01	92.68%	90.24%	91.46%
23	0.43	-0.14	0.15	0.07	-0.09	0.57	0.60	0.00	-0.25	0.13	-0.67	82.93%	82.93%	82.93%
24	0.39	-0.17	-0.03	-0.02	-0.07	0.01	0.47	0.00	-0.10	-0.16	-0.03	80.49%	85.37%	82.93%
25	0.52	-0.26	0.08	0.02	-0.09	0.45	0.36	0.00	-0.22	-0.14	-0.17	82.93%	82.93%	82.93%
26	0.41	-0.14	0.11	0.02	-0.06	0.92	0.65	0.02	-0.36	-0.10	-0.32	85.37%	92.68%	89.02%

27	0.94	-0.55	0.11	0.05	-0.09	0.23	-0.02	0.02	-0.43	-0.04	-0.14	85.37%	73.17%	79.27%
28	0.60	-0.39	-0.03	-0.12	-0.14	0.74	0.37	-0.01	-0.14	-0.13	-0.06	85.37%	82.93%	84.15%
29	0.61	-0.40	0.01	0.05	-0.16	0.75	0.40	0.00	-0.10	0.04	-0.04	85.37%	82.93%	84.15%
30	0.39	-0.12	0.13	0.02	-0.09	-0.09	0.34	0.02	-0.02	-0.05	-0.27	82.93%	87.80%	85.37%
31	0.32	-0.22	0.01	0.04	-0.05	0.56	0.59	-0.01	-0.03	-0.10	-0.34	85.37%	85.37%	85.37%
32	0.40	0.05	0.05	0.10	-0.15	0.98	0.73	0.02	-0.24	-0.15	-0.20	90.24%	92.68%	91.46%
33	0.43	-0.13	0.06	-0.04	-0.08	0.36	0.46	0.02	-0.29	-0.18	-0.07	82.93%	75.61%	79.27%
34	0.39	-0.17	0.12	0.03	-0.18	0.10	0.50	0.03	0.01	0.06	-0.23	90.24%	87.80%	89.02%
35	0.41	-0.20	0.05	-0.06	-0.07	0.45	0.52	0.00	-0.21	-0.16	-0.31	85.37%	80.49%	82.93%
36	0.61	0.01	0.02	0.06	-0.08	0.70	0.24	0.00	-0.23	-0.36	-0.18	90.24%	73.17%	81.71%
37	0.43	0.02	0.02	-0.04	-0.20	0.64	0.65	0.01	-0.21	0.01	-0.07	90.24%	80.49%	85.37%
38	0.50	-0.21	0.13	0.16	0.01	0.79	0.50	0.02	-0.40	-0.28	-0.47	80.49%	80.49%	80.49%
39	0.41	0.15	0.09	-0.03	-0.21	0.65	0.55	0.01	-0.10	0.00	-0.28	87.80%	78.05%	82.93%
40	0.36	0.00	0.10	0.03	-0.15	0.44	0.60	0.02	-0.09	-0.10	-0.33	92.68%	87.80%	90.24%
41	0.45	-0.09	0.00	0.08	-0.06	0.27	0.41	0.02	-0.18	0.02	0.07	87.80%	73.17%	80.49%
42	0.33	-0.14	0.10	0.02	-0.11	0.37	0.55	0.01	-0.04	-0.11	-0.34	87.80%	87.80%	87.80%
43	0.58	-0.32	0.12	-0.04	-0.15	0.20	0.42	0.03	-0.28	-0.03	-0.30	92.68%	80.49%	86.59%
44	0.43	-0.30	0.02	0.05	-0.12	0.08	0.50	0.01	-0.08	0.11	-0.02	82.93%	85.37%	84.15%
45	0.30	-0.09	0.14	0.05	-0.08	0.79	0.68	0.02	-0.14	-0.06	-0.50	85.37%	85.37%	85.37%
46	0.69	-0.40	0.11	0.10	-0.06	-0.48	0.17	0.04	-0.29	0.17	-0.07	90.24%	78.05%	84.15%
47	0.83	-0.36	0.19	0.06	-0.09	0.35	0.18	0.04	-0.50	-0.22	-0.40	87.80%	87.80%	87.80%
48	0.33	-0.06	0.09	0.07	-0.10	0.63	0.64	0.03	-0.11	-0.13	-0.22	90.24%	92.68%	91.46%
49	0.28	-0.17	0.08	0.13	-0.06	0.68	0.69	0.02	-0.10	-0.13	-0.31	87.80%	95.12%	91.46%
50	0.42	0.19	0.12	0.07	-0.11	0.56	0.43	0.04	-0.24	-0.39	-0.27	87.80%	80.49%	84.15%
51	0.86	-0.23	0.02	0.10	-0.17	0.01	0.06	0.02	-0.32	0.00	0.13	87.80%	68.29%	78.05%
52	0.40	-0.28	0.11	-0.04	-0.18	0.64	0.64	0.01	-0.10	0.05	-0.54	82.93%	90.24%	86.59%
53	0.25	-0.02	0.14	0.06	-0.09	0.70	0.66	-0.01	0.04	-0.10	-0.73	85.37%	87.80%	86.59%
54	0.91	-0.31	0.16	0.09	-0.14	-0.02	0.01	0.02	-0.37	0.05	-0.34	82.93%	75.61%	79.27%
55	0.44	-0.28	0.12	0.03	-0.13	1.04	0.65	0.00	-0.21	0.00	-0.61	87.80%	85.37%	86.59%
56	0.49	-0.34	0.06	0.01	-0.19	-0.04	0.46	0.02	-0.04	0.15	0.00	87.80%	90.24%	89.02%

57	0.71	-0.29	-0.02	-0.04	-0.15	-0.40	0.16	0.02	-0.26	-0.12	0.01	85.37%	82.93%	84.15%
58	0.68	-0.37	0.11	0.10	-0.06	-0.04	0.07	0.00	-0.07	-0.07	-0.27	85.37%	73.17%	79.27%
59	0.64	-0.35	0.07	-0.06	-0.11	-0.50	0.18	0.02	-0.19	0.07	-0.02	85.37%	80.49%	82.93%
60	0.70	-0.10	0.08	0.14	-0.21	-0.02	0.39	0.01	-0.23	-0.07	-0.33	92.68%	82.93%	87.80%
61	0.59	-0.03	0.06	-0.02	-0.09	0.00	0.21	0.01	-0.24	0.10	-0.29	78.05%	70.73%	74.39%
62	0.31	-0.06	0.13	0.07	-0.04	0.59	0.60	0.03	-0.18	-0.24	-0.35	82.93%	90.24%	86.59%
63	0.43	-0.15	0.04	0.02	-0.11	0.25	0.49	0.01	-0.13	-0.17	-0.12	92.68%	87.80%	90.24%
64	0.38	-0.24	0.14	0.00	-0.07	0.62	0.57	0.01	-0.15	-0.07	-0.49	87.80%	87.80%	87.80%
65	0.41	-0.19	-0.07	-0.05	-0.09	0.13	0.52	-0.02	-0.13	-0.05	0.01	80.49%	80.49%	80.49%
66	0.44	-0.37	0.02	0.01	-0.12	0.19	0.49	0.01	-0.06	-0.03	-0.10	85.37%	90.24%	87.80%
67	0.44	-0.20	-0.01	0.03	-0.11	0.67	0.62	0.02	-0.20	-0.02	0.09	92.68%	92.68%	92.68%
68	0.35	-0.12	0.08	0.14	-0.09	0.63	0.64	0.00	-0.10	-0.09	-0.44	85.37%	85.37%	85.37%
69	0.58	-0.15	0.06	-0.08	-0.22	0.29	0.47	0.02	-0.23	-0.16	-0.18	95.12%	82.93%	89.02%
70	0.42	-0.10	0.04	0.19	-0.02	0.68	0.61	0.02	-0.34	-0.21	-0.13	82.93%	87.80%	85.37%
71	0.48	-0.16	0.09	0.28	-0.15	-0.25	0.44	0.02	-0.01	0.07	-0.09	90.24%	90.24%	90.24%
72	0.46	0.25	0.06	0.02	-0.18	0.87	0.56	0.02	-0.32	-0.14	-0.19	85.37%	75.61%	80.49%
73	0.66	-0.45	0.10	0.05	-0.09	-0.37	0.28	0.01	-0.24	0.12	-0.22	90.24%	87.80%	89.02%
74	0.68	-0.45	0.12	0.03	-0.09	-0.51	0.07	0.04	-0.14	0.01	-0.04	87.80%	80.49%	84.15%
75	0.43	-0.22	0.02	0.03	-0.09	0.35	0.52	0.01	-0.18	-0.11	0.02	90.24%	87.80%	89.02%
76	0.78	-0.25	0.08	-0.03	-0.19	-0.43	0.18	0.03	-0.35	0.00	-0.10	90.24%	87.80%	89.02%
77	0.27	0.06	0.12	0.02	-0.15	0.82	0.68	0.01	-0.01	-0.06	-0.44	87.80%	82.93%	85.37%
78	0.43	-0.17	0.11	0.13	-0.12	0.75	0.65	0.02	-0.23	-0.04	-0.38	87.80%	90.24%	89.02%
79	0.46	-0.18	0.15	0.09	-0.13	0.26	0.49	0.03	-0.13	-0.11	-0.38	92.68%	87.80%	90.24%
80	0.40	-0.23	0.13	0.05	-0.11	0.87	0.61	0.03	-0.15	-0.06	-0.24	90.24%	90.24%	90.24%
81	0.31	-0.04	0.06	-0.04	-0.18	0.92	0.76	0.01	-0.14	-0.07	-0.31	90.24%	82.93%	86.59%
82	0.38	-0.04	0.14	0.08	-0.08	0.75	0.66	0.02	-0.27	-0.19	-0.53	85.37%	90.24%	87.80%
83	0.29	-0.09	0.04	-0.04	-0.10	0.71	0.63	0.01	-0.09	-0.17	-0.21	82.93%	78.05%	80.49%
84	0.46	-0.02	0.10	0.00	-0.13	-0.20	0.28	0.03	-0.09	0.00	-0.07	87.80%	85.37%	86.59%
85	0.52	-0.14	-0.02	0.04	-0.10	-0.01	0.45	0.01	-0.18	0.02	0.03	95.12%	80.49%	87.80%
86	0.20	0.07	0.12	0.04	-0.15	0.92	0.80	0.02	-0.03	-0.09	-0.49	87.80%	87.80%	87.80%

87	0.68	-0.27	0.00	0.05	-0.08	-0.81	0.06	0.00	-0.09	-0.02	-0.11	87.80%	78.05%	82.93%
88	0.51	-0.19	0.14	0.02	-0.16	0.08	0.43	0.02	-0.12	0.00	-0.43	92.68%	82.93%	87.80%
89	0.33	-0.22	0.17	-0.03	-0.09	1.02	0.65	0.03	-0.21	-0.19	-0.49	85.37%	92.68%	89.02%
90	0.50	-0.19	0.00	-0.04	-0.14	0.71	0.55	-0.01	-0.25	-0.16	-0.19	90.24%	80.49%	85.37%
91	0.27	0.03	0.09	-0.03	-0.12	0.86	0.72	0.01	-0.12	-0.19	-0.46	87.80%	95.12%	91.46%
92	0.30	-0.12	0.13	0.04	-0.08	0.40	0.55	-0.01	0.10	-0.05	-0.67	90.24%	92.68%	91.46%
93	0.36	-0.06	0.08	0.03	-0.09	0.90	0.66	0.00	-0.19	-0.20	-0.52	85.37%	92.68%	89.02%
94	0.74	-0.49	-0.06	-0.03	-0.12	-0.69	0.06	0.00	-0.10	0.00	0.28	87.80%	75.61%	81.71%
95	0.96	-0.36	0.06	-0.03	-0.17	-0.98	-0.09	0.03	-0.36	-0.08	0.15	90.24%	82.93%	86.59%
96	0.26	-0.07	-0.01	0.10	-0.14	0.78	0.77	0.00	-0.03	-0.02	-0.15	80.49%	80.49%	80.49%
97	0.61	-0.35	0.12	0.04	-0.12	-0.23	0.24	0.00	-0.07	0.01	-0.27	87.80%	85.37%	86.59%
98	0.56	-0.16	0.03	-0.13	-0.21	0.11	0.40	0.01	-0.18	-0.03	0.00	90.24%	82.93%	86.59%
99	0.27	0.15	0.15	-0.07	-0.18	0.80	0.71	0.00	-0.08	0.09	-0.66	90.24%	87.80%	89.02%
100	0.22	0.01	0.13	-0.06	-0.21	0.87	0.75	0.03	-0.06	-0.17	-0.30	82.93%	87.80%	85.37%
101	0.55	-0.07	0.03	-0.01	-0.22	0.12	0.47	0.03	-0.20	0.03	0.09	90.24%	85.37%	87.80%
102	0.26	-0.02	0.22	0.08	-0.09	0.58	0.62	0.02	-0.05	0.13	-0.70	85.37%	82.93%	84.15%
103	0.58	-0.35	0.24	0.14	-0.09	-0.21	0.30	0.03	-0.14	0.20	-0.65	85.37%	92.68%	89.02%
104	0.40	0.01	0.05	-0.01	-0.14	0.60	0.65	0.00	-0.18	0.00	-0.36	92.68%	87.80%	90.24%
105	0.40	-0.02	0.11	-0.06	-0.12	0.48	0.59	0.01	-0.15	-0.16	-0.63	92.68%	95.12%	93.90%
106	0.45	-0.19	0.13	-0.01	-0.13	0.66	0.60	0.03	-0.27	-0.14	-0.39	85.37%	87.80%	86.59%
107	0.41	-0.23	0.13	-0.01	-0.14	0.44	0.58	0.03	-0.17	-0.08	-0.36	87.80%	95.12%	91.46%
108	0.56	-0.24	0.02	0.00	-0.14	0.25	0.49	0.02	-0.28	-0.09	0.01	95.12%	85.37%	90.24%
109	0.48	-0.13	0.10	-0.04	-0.12	0.54	0.54	-0.02	-0.23	-0.16	-0.68	82.93%	92.68%	87.80%
110	0.37	-0.17	0.03	0.11	0.00	0.20	0.53	-0.01	-0.21	-0.10	-0.31	75.61%	85.37%	80.49%
111	0.30	-0.15	0.16	-0.09	-0.13	0.66	0.66	0.03	-0.10	-0.07	-0.51	85.37%	90.24%	87.80%
112	0.42	-0.22	0.12	0.13	-0.08	0.44	0.50	0.02	-0.10	-0.16	-0.30	87.80%	87.80%	87.80%
113	0.36	-0.10	0.14	0.02	-0.16	0.80	0.72	0.03	-0.23	-0.09	-0.40	85.37%	92.68%	89.02%
114	0.39	-0.26	0.11	0.02	-0.12	0.62	0.58	0.01	-0.09	-0.11	-0.47	87.80%	90.24%	89.02%
115	0.30	-0.02	0.04	-0.01	-0.22	1.04	0.83	0.00	-0.03	-0.08	-0.43	95.12%	92.68%	93.90%
116	0.45	-0.19	0.05	0.05	-0.08	0.36	0.59	-0.01	-0.16	0.02	-0.34	92.68%	92.68%	92.68%

117	0.29	0.05	0.11	0.02	-0.13	1.17	0.79	0.03	-0.22	-0.23	-0.38	90.24%	92.68%	91.46%
118	0.42	-0.12	0.12	0.02	-0.10	0.97	0.64	0.00	-0.22	-0.22	-0.69	87.80%	90.24%	89.02%
119	0.33	-0.18	0.02	0.03	-0.09	0.41	0.56	0.01	-0.08	-0.10	0.00	82.93%	85.37%	84.15%
120	0.38	-0.04	0.16	0.05	-0.09	0.27	0.56	0.03	-0.25	-0.13	-0.47	82.93%	87.80%	85.37%
121	0.48	-0.15	0.02	0.08	-0.09	0.05	0.42	-0.01	0.02	0.00	-0.22	92.68%	85.37%	89.02%
122	0.42	-0.13	0.12	0.00	-0.12	0.75	0.60	0.01	-0.19	-0.17	-0.49	87.80%	87.80%	87.80%
123	0.46	-0.15	0.07	0.00	-0.15	0.89	0.66	0.02	-0.29	-0.17	-0.28	90.24%	90.24%	90.24%
124	0.31	0.00	0.06	0.06	-0.13	0.32	0.61	0.02	-0.03	-0.10	-0.17	90.24%	85.37%	87.80%
125	0.72	-0.29	0.09	0.15	-0.11	0.75	0.33	0.02	-0.39	-0.23	-0.23	90.24%	80.49%	85.37%
126	0.22	0.02	0.07	0.02	-0.15	1.26	0.87	0.00	-0.05	-0.10	-0.45	90.24%	90.24%	90.24%
127	0.91	-0.16	0.24	0.07	-0.14	-0.01	0.00	0.04	-0.48	-0.03	-0.51	82.93%	80.49%	81.71%
128	0.43	-0.14	0.12	0.05	-0.10	0.76	0.63	0.00	-0.23	-0.16	-0.67	85.37%	87.80%	86.59%
129	0.40	-0.15	0.21	0.10	-0.09	0.37	0.52	0.03	-0.10	0.03	-0.57	87.80%	87.80%	87.80%
130	0.58	-0.34	0.01	0.06	-0.13	0.11	0.38	0.03	-0.21	-0.14	0.15	90.24%	82.93%	86.59%
131	0.38	-0.09	0.07	0.06	-0.05	0.51	0.65	0.01	-0.28	0.05	-0.43	82.93%	90.24%	86.59%
132	0.65	-0.29	0.16	0.04	-0.07	0.00	0.16	0.02	-0.19	-0.08	-0.36	92.68%	82.93%	87.80%
133	0.52	-0.19	-0.01	0.02	-0.12	0.08	0.51	0.01	-0.24	-0.10	-0.11	95.12%	90.24%	92.68%
134	0.42	-0.07	0.09	0.03	-0.14	0.52	0.61	0.00	-0.18	-0.14	-0.47	85.37%	90.24%	87.80%
135	0.87	-0.52	-0.05	0.10	-0.15	-0.83	0.02	-0.01	-0.08	0.34	0.09	85.37%	80.49%	82.93%
136	0.52	-0.07	0.05	0.05	-0.17	0.38	0.52	0.02	-0.24	-0.10	-0.15	92.68%	87.80%	90.24%
137	0.56	-0.34	0.11	0.05	-0.09	0.10	0.41	0.02	-0.22	-0.04	-0.28	92.68%	87.80%	90.24%
138	0.35	0.00	0.11	0.01	-0.12	0.34	0.58	0.01	-0.09	0.06	-0.32	92.68%	90.24%	91.46%
139	0.38	-0.05	0.13	0.06	-0.07	0.75	0.60	0.01	-0.22	-0.25	-0.56	85.37%	90.24%	87.80%
140	0.70	0.07	0.05	0.10	-0.18	-0.36	0.06	0.03	-0.08	-0.03	0.18	90.24%	63.41%	76.83%
141	0.28	-0.07	0.10	0.10	-0.09	0.67	0.69	0.01	-0.04	-0.04	-0.44	87.80%	85.37%	86.59%
142	0.47	-0.10	-0.03	0.01	-0.09	0.45	0.55	0.01	-0.28	-0.20	-0.02	92.68%	82.93%	87.80%
143	0.51	-0.21	0.14	0.10	-0.10	0.39	0.48	0.04	-0.21	-0.10	-0.20	92.68%	95.12%	93.90%
144	0.43	-0.20	0.05	0.03	-0.12	0.43	0.53	0.00	-0.10	0.01	-0.28	85.37%	82.93%	84.15%
145	0.47	-0.31	0.25	0.14	-0.09	0.02	0.40	0.03	-0.11	-0.03	-0.67	82.93%	92.68%	87.80%
146	0.77	-0.34	0.07	0.04	-0.13	-0.93	0.00	0.00	-0.11	-0.10	-0.32	85.37%	70.73%	78.05%

147	0.28	0.27	0.10	-0.02	-0.19	0.85	0.64	0.03	-0.07	-0.31	-0.38	87.80%	80.49%	84.15%
148	0.37	-0.04	-0.03	0.15	-0.09	0.17	0.46	-0.02	0.06	-0.05	-0.03	82.93%	87.80%	85.37%
149	0.32	0.01	0.12	0.05	-0.10	0.99	0.71	0.02	-0.20	-0.17	-0.43	85.37%	92.68%	89.02%
150	0.29	-0.06	-0.01	-0.06	-0.15	0.95	0.70	-0.01	-0.02	-0.20	-0.24	85.37%	82.93%	84.15%
151	0.44	0.22	-0.02	0.05	-0.23	1.04	0.75	0.01	-0.26	-0.22	-0.12	87.80%	85.37%	86.59%
152	0.35	-0.03	0.02	-0.02	-0.22	0.96	0.78	0.02	-0.15	-0.08	0.00	90.24%	95.12%	92.68%
153	0.56	-0.27	0.11	-0.05	-0.13	-0.50	0.14	0.03	-0.05	0.01	0.06	85.37%	73.17%	79.27%
154	0.63	-0.11	0.03	-0.01	-0.19	0.24	0.46	0.02	-0.34	-0.05	0.00	90.24%	85.37%	87.80%
155	0.35	-0.16	0.12	0.05	-0.13	0.35	0.55	0.03	-0.05	-0.09	-0.24	87.80%	90.24%	89.02%
156	0.41	-0.15	0.03	0.10	-0.14	0.47	0.55	-0.01	-0.01	-0.10	-0.11	87.80%	90.24%	89.02%
157	0.35	-0.07	0.03	0.07	-0.11	0.82	0.69	0.02	-0.14	-0.16	-0.18	92.68%	87.80%	90.24%
158	0.39	-0.22	0.08	-0.01	-0.07	0.67	0.58	0.00	-0.18	-0.13	-0.49	80.49%	87.80%	84.15%
159	0.45	-0.22	0.09	0.11	-0.11	0.62	0.59	0.04	-0.25	-0.12	-0.06	90.24%	87.80%	89.02%
160	0.27	-0.15	0.14	0.04	-0.09	0.73	0.58	0.01	0.00	-0.20	-0.39	85.37%	90.24%	87.80%
161	0.88	-0.45	0.06	-0.02	-0.10	-0.58	-0.03	0.00	-0.27	-0.04	-0.17	90.24%	73.17%	81.71%
162	0.81	-0.36	0.25	0.04	-0.15	0.19	0.03	0.03	-0.28	-0.14	-0.60	82.93%	82.93%	82.93%
163	0.48	-0.28	0.19	0.02	-0.13	0.70	0.61	0.04	-0.31	0.12	-0.38	90.24%	95.12%	92.68%
164	0.76	-0.33	0.12	0.03	-0.13	-0.20	-0.02	0.04	-0.17	-0.07	0.13	87.80%	65.85%	76.83%
165	0.39	-0.11	0.07	0.00	-0.17	0.61	0.52	0.01	-0.09	-0.10	-0.05	82.93%	82.93%	82.93%
166	0.26	-0.03	0.15	-0.05	-0.15	0.83	0.71	0.03	-0.10	-0.12	-0.42	85.37%	87.80%	86.59%
167	0.35	-0.17	0.17	0.07	-0.08	0.63	0.64	0.02	-0.13	-0.12	-0.69	85.37%	95.12%	90.24%
168	0.45	-0.22	0.05	0.02	-0.16	0.10	0.46	0.02	-0.14	-0.03	0.00	78.05%	82.93%	80.49%
169	0.39	-0.23	0.03	0.04	-0.09	0.55	0.64	0.01	-0.15	-0.13	-0.31	92.68%	97.56%	95.12%
170	0.29	-0.03	0.22	0.06	-0.08	1.30	0.69	0.02	-0.13	-0.19	-0.79	85.37%	97.56%	91.46%
171	0.86	-0.41	0.01	0.11	-0.10	-0.85	0.01	0.03	-0.31	-0.11	0.10	82.93%	75.61%	79.27%
172	0.83	-0.28	0.03	0.10	-0.15	-0.96	-0.02	0.04	-0.23	-0.14	0.17	87.80%	78.05%	82.93%
173	0.45	-0.17	-0.04	0.03	-0.17	0.22	0.56	0.00	-0.07	-0.05	0.02	85.37%	85.37%	85.37%
174	0.43	-0.12	0.10	0.06	-0.10	0.81	0.62	0.00	-0.23	-0.18	-0.58	85.37%	90.24%	87.80%
175	0.31	-0.06	0.08	0.12	-0.07	0.62	0.65	0.01	-0.14	-0.15	-0.52	82.93%	87.80%	85.37%
176	0.34	-0.23	0.01	0.14	0.00	-0.09	0.45	0.00	-0.01	-0.15	-0.20	80.49%	85.37%	82.93%

Media	0.46	-0.15	0.08	0.04	-0.12	0.38	0.49	0.01	-0.16	-0.07	-0.26	87.39%	85.48%	86.43%
Desviación Estándar	0.16	0.15	0.06	0.06	0.05	0.47	0.21	0.01	0.11	0.11	0.23	0.04	0.06	0.04
Varianza	0.03	0.02	0.00	0.00	0.00	0.22	0.04	0.00	0.01	0.01	0.05	0.00	0.00	0.00
Límite Inferior	0.43	-0.18	0.07	0.02	-0.13	0.28	0.45	0.01	-0.18	-0.10	-0.31	86.85%	84.61%	85.88%
Límite Superior	0.50	-0.12	0.09	0.05	-0.11	0.49	0.54	0.02	-0.14	-0.05	-0.21	87.93%	86.34%	86.98%

Nota: Elaboración propia.

Anexo 3. 200 modelos generados a través de regresión logística, sin restricción en los parámetros.

Modelo	Constante	CT_T A	GA_PA T	EBIT_T A	ING_T A	UN_T A	TP_T A	TP_PA T	PC_T P	UN_IN G	UN_PA T	McFadde n R- squared	Precisió n Tipo I	Precisió n Tipo II	Precisió n General
1	-3.01	-0.54	2.31	1.54	-2.62	23.05	12.77	-0.31	-0.23	-5.91	-11.69	69.67%	92.68%	87.80%	90.24%
2	1.05	-1.73	1.33	-0.37	-2.44	2.06	2.48	0.24	-0.82	0.34	-2.35	46.71%	80.49%	85.37%	82.93%
3	1.93	-1.38	0.53	0.04	-1.19	-0.04	-0.16	0.07	-1.30	-1.26	-0.38	26.70%	80.49%	73.17%	76.83%
4	-5.28	0.69	1.64	0.81	-1.54	17.38	15.93	-0.65	0.32	-3.63	-13.54	68.75%	90.24%	92.68%	91.46%
5	-0.87	1.12	0.93	0.49	-1.75	11.08	5.13	0.21	-2.20	-6.27	-2.41	43.97%	85.37%	80.49%	82.93%
6	-7.26	-0.37	0.07	1.10	-1.83	33.90	24.65	-0.82	-1.68	-1.88	-14.24	80.32%	92.68%	92.68%	92.68%
7	-1.74	-1.36	-0.71	1.62	-0.57	-12.68	9.48	-0.31	-2.22	0.66	2.46	56.53%	85.37%	87.80%	86.59%
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
9	-5.26	-1.63	0.10	0.29	-2.53	4.32	15.98	-0.44	1.13	2.09	-0.46	65.48%	87.80%	90.24%	89.02%
10	-0.63	1.18	0.96	-0.03	-2.22	9.25	4.74	0.27	-1.15	-6.97	-1.46	51.72%	90.24%	87.80%	89.02%
11	-7.80	-0.62	2.89	3.58	-1.98	37.02	23.15	-0.82	0.98	-7.98	-19.93	76.36%	90.24%	95.12%	92.68%
12	-2.77	-2.83	2.35	0.75	-1.82	-4.72	8.20	0.69	0.48	-1.15	0.42	70.66%	92.68%	90.24%	91.46%
13	-2.18	1.38	1.22	2.80	-2.17	20.66	10.92	-0.30	-0.75	-10.20	-9.24	64.72%	92.68%	87.80%	90.24%
14	-0.78	0.16	1.11	0.95	-0.07	-29.55	1.41	0.38	0.65	2.57	0.82	48.83%	90.24%	85.37%	87.80%
15	-9.08	-4.21	4.92	2.74	-3.40	53.73	34.97	-1.35	-1.66	-7.54	-33.62	85.04%	95.12%	97.56%	96.34%
16	-3.23	0.66	3.37	1.42	-3.10	-3.57	9.24	1.01	0.83	-3.08	-1.69	74.09%	90.24%	92.68%	91.46%
17	-1.42	-1.55	1.06	1.38	-1.41	0.78	5.25	0.25	0.51	0.79	-1.38	54.26%	87.80%	87.80%	87.80%
18	-2.17	-2.81	0.47	0.77	-1.33	13.28	8.93	-0.25	0.43	-0.29	-3.89	53.39%	87.80%	82.93%	85.37%
19	-3.48	-0.51	-0.56	-0.02	-1.17	-4.76	8.81	-0.32	1.01	0.95	1.47	46.45%	85.37%	78.05%	81.71%
20	-6.00	2.83	-0.03	0.68	-2.10	-20.11	15.06	-0.40	3.18	1.15	2.04	69.51%	85.37%	92.68%	89.02%
21	-2.84	-1.48	2.04	-0.13	-1.05	6.99	8.08	-0.21	0.48	-5.65	-5.55	58.64%	87.80%	87.80%	87.80%
22	-5.99	-2.22	2.59	1.95	-2.14	24.59	23.96	-1.29	0.25	2.18	-24.64	78.04%	92.68%	97.56%	95.12%
23	-3.76	-0.36	1.07	0.44	-1.11	10.63	10.31	-0.29	-0.22	2.68	-7.57	50.97%	90.24%	87.80%	89.02%
24	-8.38	-0.83	3.20	3.41	-1.01	29.37	22.64	-1.05	2.09	-5.16	-23.64	73.59%	90.24%	90.24%	90.24%
25	-0.35	-1.97	0.72	1.14	-0.83	5.99	4.31	-0.19	-0.68	-3.23	-2.58	44.53%	82.93%	87.80%	85.37%
26	-4.87	0.28	1.14	0.89	-2.01	40.30	19.25	-0.65	-3.45	-9.26	-12.65	71.69%	95.12%	92.68%	93.90%

27	2.51	-2.83	0.80	0.26	-0.91	2.40	-0.22	0.20	-2.30	-2.88	-0.26	38.03%	82.93%	78.05%	80.49%
28	0.49	-2.51	0.53	-0.36	-1.94	11.23	4.62	-0.09	-0.73	-4.04	-3.18	54.56%	90.24%	90.24%	90.24%
29	1.34	-3.69	0.53	-0.16	-2.07	3.54	3.04	0.00	-0.28	1.07	-1.17	53.55%	90.24%	85.37%	87.80%
30	-1.24	0.43	0.64	-0.03	-1.12	-3.41	3.32	0.17	0.51	-0.06	-0.56	40.30%	90.24%	87.80%	89.02%
31	-3.44	-1.12	-0.30	-0.47	-1.28	4.07	10.56	-0.48	0.50	1.41	-4.30	58.86%	87.80%	87.80%	87.80%
32	-3.23	1.09	-1.00	1.10	-1.27	7.83	12.85	-0.45	-1.23	-0.83	-0.91	66.15%	90.24%	90.24%	90.24%
33	-1.53	-0.44	0.61	2.09	-0.60	2.59	5.51	0.08	-1.18	-2.82	-0.54	47.75%	87.80%	80.49%	84.15%
34	-1.24	-1.23	0.95	0.50	-2.24	-4.05	5.25	0.41	0.56	0.77	-0.12	57.92%	90.24%	87.80%	89.02%
35	-3.02	-0.30	1.50	1.30	-1.71	16.67	10.48	-0.12	-1.03	-7.80	-7.61	63.30%	90.24%	82.93%	86.59%
36	0.51	1.17	0.38	1.06	-1.34	7.50	2.30	0.00	-0.60	-7.91	-1.90	38.93%	85.37%	82.93%	84.15%
37	-1.11	-0.38	-0.32	0.22	-1.78	5.09	7.04	-0.12	-1.03	1.33	-0.85	52.26%	87.80%	85.37%	86.59%
38	-0.71	0.14	4.24	0.81	-1.86	12.73	8.99	0.24	-2.98	-17.68	-12.69	76.39%	92.68%	90.24%	91.46%
39	-1.24	1.45	0.70	0.21	-2.55	6.09	5.28	0.10	0.12	0.05	-1.92	44.93%	85.37%	85.37%	85.37%
40	-4.44	0.54	1.94	0.93	-1.24	7.92	11.00	-0.19	0.93	-1.33	-6.57	62.74%	87.80%	90.24%	89.02%
41	-3.45	0.21	0.11	0.48	-1.94	13.95	12.39	-0.56	-0.06	2.96	-7.99	57.34%	92.68%	80.49%	86.59%
42	-3.46	-0.39	0.39	0.25	-0.84	-8.89	8.34	-0.21	1.29	0.14	-0.86	57.28%	87.80%	85.37%	86.59%
43	-2.14	-2.49	0.98	-0.84	-1.92	8.68	8.35	-0.07	-0.52	0.38	-4.42	59.42%	85.37%	80.49%	82.93%
44	-3.23	-1.43	-0.71	0.71	-0.93	0.90	10.22	-0.44	0.29	1.08	-0.01	54.88%	85.37%	87.80%	86.59%
45	-7.45	0.97	1.76	0.70	-1.96	24.90	18.24	-0.64	2.21	-1.88	-14.00	68.74%	90.24%	90.24%	90.24%
46	1.59	-3.33	1.67	0.66	-1.64	-8.95	2.16	0.36	-1.55	3.12	-2.27	54.26%	82.93%	87.80%	85.37%
47	3.90	-3.79	3.54	1.16	-2.51	6.22	2.23	0.79	-4.99	-8.86	-2.58	69.20%	90.24%	90.24%	90.24%
48	-4.85	-2.30	3.16	2.25	-1.44	21.29	17.34	-0.75	0.85	-2.11	-19.26	76.61%	92.68%	90.24%	91.46%
49	-3.34	-1.80	-0.16	0.32	-1.96	16.33	15.64	-0.31	-2.61	-2.58	-6.68	74.76%	95.12%	92.68%	93.90%
50	-0.92	2.21	1.56	0.25	-1.48	11.10	3.79	0.31	-0.86	-12.51	-3.61	48.83%	87.80%	82.93%	85.37%
51	-1.40	-0.83	-0.24	0.44	-1.73	13.51	7.87	-0.02	-1.83	-2.06	-0.96	53.59%	85.37%	85.37%	85.37%
52	-5.79	-4.56	2.27	0.34	-1.32	23.81	19.31	-0.85	-0.70	-2.49	-18.53	70.35%	92.68%	92.68%	92.68%
53	-5.18	-0.94	2.17	1.38	-0.76	15.08	14.02	-0.76	2.20	-2.54	-16.10	66.52%	90.24%	90.24%	90.24%
54	2.34	-1.89	0.96	0.94	-0.91	-0.42	0.16	0.15	-2.10	0.29	-1.93	36.69%	82.93%	80.49%	81.71%
55	-3.14	-2.21	0.77	0.52	-1.95	19.79	13.29	-0.46	-1.01	0.02	-9.75	67.19%	92.68%	87.80%	90.24%
56	-2.65	-2.19	0.37	0.86	-1.28	-9.48	8.65	-0.04	0.65	2.55	0.38	61.89%	90.24%	92.68%	91.46%

57	0.83	-1.36	0.11	0.04	-1.16	-1.91	2.02	0.16	-1.41	-1.89	-1.10	37.12%	87.80%	82.93%	85.37%
58	1.84	-2.28	0.87	0.66	-1.50	-1.82	0.73	0.02	-0.15	0.58	-1.88	44.57%	87.80%	80.49%	84.15%
59	0.21	-1.37	0.99	0.29	-0.69	-20.45	1.45	0.35	-0.66	2.01	0.16	47.12%	90.24%	80.49%	85.37%
60	0.28	0.63	1.53	1.47	-2.93	8.25	6.27	0.22	-1.50	-6.52	-4.27	67.57%	90.24%	90.24%	90.24%
61	0.47	0.09	0.52	0.39	-1.02	0.66	1.65	0.06	-0.95	0.84	-1.70	22.99%	82.93%	75.61%	79.27%
62	-4.28	0.76	3.74	0.91	-2.57	24.63	12.88	0.03	0.25	-10.97	-11.17	71.09%	92.68%	95.12%	93.90%
63	-4.52	0.36	0.69	1.49	-0.68	9.01	11.30	-0.33	0.76	-3.24	-3.82	60.69%	85.37%	90.24%	87.80%
64	-3.97	-2.29	1.39	0.65	-0.93	15.66	11.50	-0.34	0.01	-1.03	-8.57	64.49%	90.24%	85.37%	87.80%
65	-3.76	-0.24	-1.05	0.37	-1.07	1.10	11.17	-0.51	0.40	0.47	0.11	54.72%	87.80%	85.37%	86.59%
66	-4.83	-3.83	1.47	0.64	-1.83	14.14	13.48	-0.33	1.76	-3.15	-5.46	66.67%	92.68%	87.80%	90.24%
67	-1.75	-1.34	-0.31	0.83	-1.50	1.72	8.92	-0.09	-0.55	1.61	1.38	65.57%	92.68%	90.24%	91.46%
68	-4.13	-0.08	1.83	0.96	-2.49	27.14	14.01	-0.31	-0.51	-9.17	-10.70	68.00%	90.24%	85.37%	87.80%
69	-1.41	-0.21	1.29	-0.12	-2.59	11.37	8.62	-0.01	-1.19	-6.34	-5.26	66.69%	92.68%	87.80%	90.24%
70	-4.00	1.15	0.24	2.32	-1.24	-5.31	11.88	-0.17	0.52	-1.03	0.71	66.12%	87.80%	95.12%	91.46%
71	-4.71	1.73	0.45	2.20	-1.69	-17.88	12.51	-0.17	2.06	4.28	0.61	65.92%	85.37%	95.12%	90.24%
72	-0.39	1.14	0.34	0.12	-1.05	3.57	3.11	0.10	-1.38	-0.59	-1.21	30.90%	85.37%	75.61%	80.49%
73	-2.79	-2.68	0.11	1.13	-0.61	-18.92	12.44	-0.55	-0.83	5.79	-2.58	67.60%	92.68%	90.24%	91.46%
74	1.24	-2.45	1.13	0.63	-1.34	-5.03	0.82	0.36	-0.64	-0.01	0.17	44.87%	85.37%	80.49%	82.93%
75	-1.50	-1.35	0.88	0.96	-2.08	3.26	9.21	-0.05	-0.86	-2.65	-0.16	66.30%	95.12%	90.24%	92.68%
76	1.65	-0.75	0.42	0.18	-1.08	-15.82	1.01	0.22	-2.25	1.40	1.08	44.08%	87.80%	87.80%	87.80%
77	-3.30	0.93	1.15	0.24	-1.96	10.30	8.81	-0.17	1.38	-0.98	-6.21	56.33%	90.24%	85.37%	87.80%
78	-4.46	-1.12	2.17	1.54	-3.28	29.36	16.80	-0.32	-0.06	-4.47	-12.79	72.76%	92.68%	92.68%	92.68%
79	-3.74	0.49	3.88	0.12	-3.36	21.52	12.85	0.06	0.36	-12.11	-12.41	72.97%	92.68%	92.68%	92.68%
80	-2.62	-4.03	4.85	2.26	-3.11	22.35	11.47	0.64	0.30	-8.66	-5.01	77.91%	95.12%	92.68%	93.90%
81	-4.69	1.34	0.44	-0.34	-2.00	16.64	13.86	-0.52	0.18	-2.56	-8.42	63.88%	87.80%	87.80%	87.80%
82	-5.09	-2.39	3.11	2.25	-2.45	26.61	18.32	0.11	-2.09	-7.77	-10.87	77.15%	92.68%	95.12%	93.90%
83	-5.79	0.41	1.34	0.67	-1.34	3.47	11.14	0.01	2.83	-3.49	-0.41	60.56%	82.93%	87.80%	85.37%
84	0.04	1.17	0.41	0.15	-1.15	-15.89	1.89	0.37	-1.08	0.01	2.74	39.47%	92.68%	85.37%	89.02%
85	-8.11	-0.15	1.08	2.01	-0.76	19.87	24.16	-1.24	0.58	-0.47	-19.18	75.03%	90.24%	92.68%	91.46%
86	-5.19	0.85	0.75	-0.02	-1.48	9.31	14.04	-0.38	-0.01	-1.43	-9.01	65.61%	87.80%	87.80%	87.80%

117	-2.36	2.59	1.11	1.07	-3.24	32.25	13.70	0.48	-2.58	-20.21	-7.33	77.88%	95.12%	95.12%	95.12%
118	-101.41	5.80	14.59	40.65	-21.06	486.74	347.81	-18.10	30.61	-230.63	-298.26	90.78%	97.56%	95.12%	96.34%
119	-4.25	-1.51	1.35	1.64	-1.49	8.52	11.25	-0.22	1.07	-0.60	-4.11	57.31%	82.93%	82.93%	82.93%
120	-3.07	0.58	1.13	1.56	-0.46	4.17	10.51	-0.19	-2.05	-2.75	-7.31	61.73%	87.80%	90.24%	89.02%
121	-3.08	1.09	-0.01	1.95	-1.67	1.83	9.42	-0.51	2.94	2.41	-3.69	60.32%	90.24%	87.80%	89.02%
122	-0.66	-1.92	2.27	0.58	-1.99	13.58	7.23	0.16	-1.53	-12.17	-7.75	68.85%	90.24%	90.24%	90.24%
123	-4.07	-1.63	1.01	0.17	-2.59	30.60	16.20	-0.66	-0.61	-5.92	-12.24	72.09%	95.12%	87.80%	91.46%
124	-5.77	0.02	2.32	0.00	-1.77	12.39	16.57	-0.51	0.55	-3.35	-14.71	73.54%	90.24%	87.80%	89.02%
125	1.38	-1.18	0.91	0.69	-1.54	10.33	3.35	0.17	-2.94	-7.28	-2.44	53.42%	85.37%	87.80%	86.59%
126	-12.39	4.01	2.34	3.82	-3.61	29.56	29.20	-0.39	5.80	-6.32	-8.85	82.17%	97.56%	95.12%	96.34%
127	-2.96	-1.01	2.15	1.57	-1.81	31.04	17.36	-0.60	-3.91	-5.99	-16.34	74.56%	95.12%	92.68%	93.90%
128	-10.19	-0.12	3.52	3.59	-3.24	60.01	31.24	-1.42	2.47	-9.76	-29.83	80.12%	95.12%	95.12%	95.12%
129	-7.04	0.71	2.24	2.11	-1.61	8.98	19.78	-0.76	2.62	0.41	-18.19	76.89%	92.68%	95.12%	93.90%
130	-0.44	-2.44	0.48	1.01	-2.26	-12.95	5.45	0.71	-0.52	-3.67	7.61	64.97%	87.80%	95.12%	91.46%
131	-4.09	0.94	0.56	1.55	-0.11	4.45	12.58	-0.53	-0.93	0.95	-10.05	62.41%	87.80%	87.80%	87.80%
132	0.74	-1.45	1.07	0.37	-1.24	-1.30	1.81	0.13	-0.38	0.11	-2.54	46.79%	90.24%	85.37%	87.80%
133	-4.98	-0.31	0.33	0.49	-1.59	24.76	15.19	-0.21	-1.51	-6.72	-6.85	68.62%	90.24%	90.24%	90.24%
134	-2.08	0.62	1.06	0.52	-2.27	15.26	11.41	-0.29	-2.01	-6.45	-8.01	66.35%	92.68%	90.24%	91.46%
135	2.13	-3.40	-0.03	0.89	-0.97	-6.01	0.03	-0.06	0.08	2.17	-0.68	36.66%	85.37%	80.49%	82.93%
136	-0.60	-0.63	2.06	1.46	-1.63	4.81	4.45	0.45	-1.06	-3.86	-2.32	56.59%	90.24%	92.68%	91.46%
137	-2.15	-1.96	2.44	1.75	-1.67	2.41	7.91	0.20	0.28	-1.86	-4.82	67.22%	90.24%	90.24%	90.24%
138	-4.35	0.96	1.01	0.47	-1.32	10.23	10.41	-0.29	1.62	-0.37	-4.87	59.05%	90.24%	87.80%	89.02%
139	-4.41	0.29	2.56	1.58	-1.87	22.30	15.13	-0.42	-0.31	-8.56	-14.48	74.40%	92.68%	92.68%	92.68%
140	1.14	0.48	0.27	0.93	-1.17	-2.93	0.25	0.17	-0.31	-0.05	1.40	29.35%	87.80%	68.29%	78.05%
141	-4.82	-2.22	0.98	1.63	0.19	3.44	13.32	-0.69	1.04	3.48	-10.81	66.65%	90.24%	92.68%	91.46%
142	0.10	2.28	-1.92	0.15	-2.25	-36.21	8.96	0.01	-2.84	0.07	11.22	73.15%	92.68%	92.68%	92.68%
143	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
144	-0.98	-1.28	0.01	0.25	-1.66	6.92	5.93	-0.15	-0.29	0.35	-2.43	48.50%	87.80%	80.49%	84.15%
145	-2.91	-2.83	4.36	2.23	-1.09	2.39	8.41	0.26	0.92	-3.44	-8.79	67.40%	92.68%	90.24%	91.46%
146	1.66	-1.46	0.44	0.72	-0.72	-15.23	-0.09	0.00	-0.54	-1.70	-1.75	39.79%	82.93%	80.49%	81.71%

147	-3.28	2.95	1.56	-0.09	-3.19	21.54	9.41	0.42	0.29	-15.87	-5.07	61.65%	87.80%	92.68%	90.24%
148	-2.88	0.35	-0.36	0.71	-1.36	10.69	8.78	-0.41	0.62	-0.14	-1.79	45.09%	85.37%	85.37%	85.37%
149	-3.23	0.27	1.80	0.81	-1.63	21.71	10.91	-0.21	-0.48	-5.48	-8.81	63.65%	92.68%	92.68%	92.68%
150	-3.98	-1.31	2.25	0.38	-2.31	20.02	14.09	-0.39	0.19	-4.07	-12.72	73.36%	92.68%	90.24%	91.46%
151	-2.46	3.04	0.82	-0.26	-3.15	23.21	10.79	-0.01	-1.36	-9.17	-6.18	64.22%	90.24%	85.37%	87.80%
152	-13.91	0.72	0.76	4.18	-4.56	73.67	44.82	-1.35	0.92	-9.21	-20.43	88.08%	97.56%	97.56%	97.56%
153	0.63	-0.76	0.84	0.08	-1.06	-19.77	0.71	0.39	-0.66	1.41	3.31	43.01%	90.24%	75.61%	82.93%
154	-1.06	-0.52	0.56	0.73	-1.43	2.35	7.69	-0.02	-2.27	-1.18	-0.19	59.71%	90.24%	90.24%	90.24%
155	-4.43	-1.08	1.13	0.32	-1.83	-1.88	11.14	0.06	1.51	-1.37	1.03	65.86%	90.24%	90.24%	90.24%
156	-2.17	-1.86	0.66	1.36	-3.23	11.46	14.85	-0.34	0.24	-21.51	-0.49	74.75%	97.56%	92.68%	95.12%
157	-5.25	-0.24	3.94	3.97	-3.19	33.48	18.41	-0.17	0.94	-9.57	-15.08	79.95%	92.68%	95.12%	93.90%
158	-3.67	-2.24	0.84	1.53	-0.78	18.94	12.72	-0.65	-0.31	-2.79	-11.04	62.02%	90.24%	87.80%	89.02%
159	-3.92	-1.20	4.24	2.45	-2.09	12.78	11.42	0.55	-0.14	-9.57	-4.67	73.73%	92.68%	87.80%	90.24%
160	-4.15	-1.96	1.51	1.02	-1.01	15.90	11.43	-0.49	1.67	-4.67	-8.34	63.93%	90.24%	92.68%	91.46%
161	2.50	-2.69	0.77	0.00	-1.37	-3.81	0.08	0.11	-1.53	-0.01	-1.44	46.68%	87.80%	85.37%	86.59%
162	1.71	-2.05	1.85	0.12	-1.11	1.06	0.12	0.23	-1.36	-1.24	-4.04	38.12%	82.93%	78.05%	80.49%
163	-1.60	-3.86	1.71	1.34	-2.96	13.96	13.22	0.30	-2.24	1.86	-4.55	76.92%	95.12%	95.12%	95.12%
164	1.96	-2.15	1.11	0.72	-1.29	-1.24	-0.25	0.36	-1.14	-1.49	1.35	38.68%	78.05%	78.05%	78.05%
165	-2.18	-0.13	0.63	0.19	-1.52	10.94	6.51	-0.07	0.09	-2.21	-3.75	45.24%	80.49%	85.37%	82.93%
166	-6.32	0.68	2.27	1.50	-1.64	17.54	14.12	0.03	1.56	-4.91	-7.42	69.05%	90.24%	87.80%	89.02%
167	-3.75	-2.24	3.57	1.71	-1.97	10.23	14.64	0.27	-1.26	-7.93	-11.62	80.71%	92.68%	92.68%	92.68%
168	-1.79	-1.68	0.02	0.61	-1.11	-6.35	6.01	0.01	-0.29	0.93	1.89	45.01%	82.93%	80.49%	81.71%
169	-7.58	-3.13	7.03	-0.41	-5.51	56.81	29.09	-0.53	0.94	-14.45	-29.25	88.49%	97.56%	97.56%	97.56%
170	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
171	1.79	-2.36	0.07	1.22	-0.68	-10.77	0.29	0.21	-1.13	-0.29	1.04	43.54%	87.80%	85.37%	86.59%
172	1.38	-0.96	0.12	0.93	-0.79	-26.31	0.05	0.49	-0.95	-1.13	7.06	47.23%	90.24%	85.37%	87.80%
173	-7.44	-0.31	2.31	1.86	-2.09	28.02	20.52	-0.84	2.12	-3.28	-18.31	73.85%	92.68%	90.24%	91.46%
174	-2.34	-0.71	1.70	1.15	-1.37	19.39	12.36	-0.51	-1.73	-6.96	-12.61	69.15%	95.12%	92.68%	93.90%
175	-3.43	-0.19	0.97	1.05	-1.04	7.53	9.36	-0.26	0.25	-1.98	-7.14	55.39%	85.37%	80.49%	82.93%
176	-4.16	2.23	-0.16	0.78	-1.77	-4.63	10.17	-0.30	2.88	-3.34	-1.20	60.77%	82.93%	87.80%	85.37%

Media	-3.51	-0.55	1.38	1.16	-1.89	11.94	12.72	-0.28	0.14	-4.07	-7.87	61.56%	89.83%	88.18%	89.00%
Desviación Estándar	7.69	2.11	1.64	2.99	1.69	37.63	25.25	1.35	2.75	16.96	22.15	0.14	0.04	0.05	0.04
Varianza	59.11	4.47	2.69	8.94	2.86	1416.19	637.71	1.83	7.56	287.61	490.59	0.02	0.00	0.00	0.00
Límite Inferior	-4.57	-0.85	1.15	0.74	-2.13	6.73	9.22	-0.46	-0.25	-6.42	-10.94	59.68%	89.29%	87.43%	88.42%
Límite Superior	-2.44	-0.26	1.61	1.57	-1.66	17.16	16.22	-0.09	0.52	-1.72	-4.80	63.45%	90.37%	88.92%	89.59%

Nota: Elaboración propia.

Anexo 4. 200 modelos generados a través de regresión logística, con restricción en los parámetros.

Modelo	Constante	GA_PAT	ING_TA	UN_TA	TP_TA	UN_PAT	McFadden R-squared	Precisión Tipo I	Precisión Tipo II	Precisión General
1	-1.81	1.34	-2.62	7.40	8.33	-5.20	64.45%	95.12%	85.37%	90.24%
2	-0.01	0.83	-2.20	5.74	3.81	-3.33	42.90%	82.93%	87.80%	85.37%
3	1.16	0.30	-1.25	-1.25	0.01	-0.27	19.84%	62.03%	62.03%	62.03%
4	-2.88	1.63	-1.39	-1.45	8.71	-5.44	63.68%	87.80%	92.68%	90.24%
5	-0.42	0.33	-1.76	2.90	3.15	-1.94	30.88%	85.37%	73.17%	79.27%
6	-4.87	0.94	-2.10	13.77	14.64	-7.83	74.14%	92.68%	92.68%	92.68%
7	-1.80	0.34	-1.00	-10.54	5.26	1.57	47.70%	85.37%	82.93%	84.15%
8	-3.49	0.38	-1.64	4.42	10.47	-4.23	65.84%	87.80%	87.80%	87.80%
9	-3.51	0.31	-2.33	-6.07	11.30	3.51	63.10%	87.80%	85.37%	86.59%
10	-0.23	0.02	-2.29	4.09	4.05	-1.06	41.59%	87.80%	80.49%	84.15%
11	-2.05	1.17	-1.53	-2.83	6.73	-4.54	56.32%	90.24%	90.24%	90.24%
12	-3.34	0.56	-1.50	-7.59	9.91	1.76	65.66%	92.68%	87.80%	90.24%
13	-0.25	0.54	-2.25	-1.66	4.48	-2.71	53.45%	90.24%	82.93%	86.59%
14	-1.01	0.63	-0.48	-6.80	3.16	-2.21	41.13%	90.24%	85.37%	87.80%
15	-3.18	1.32	-1.77	5.88	10.26	-7.72	65.41%	87.80%	90.24%	89.02%
16	-2.13	0.52	-2.00	-7.78	8.02	0.56	61.06%	92.68%	90.24%	91.46%
17	-1.87	0.63	-1.53	4.45	6.06	-2.42	49.11%	90.24%	85.37%	87.80%
18	-2.01	0.35	-1.73	10.66	6.62	-2.12	47.38%	92.68%	80.49%	86.59%
19	-1.93	0.13	-1.03	-2.22	4.85	0.29	37.45%	78.05%	75.61%	76.83%
20	-1.92	0.14	-1.65	-12.83	7.50	0.87	62.21%	90.24%	92.68%	91.46%
21	-2.29	1.59	-0.72	-3.64	5.68	-3.50	50.28%	85.37%	85.37%	85.37%
22	-2.96	1.71	-2.20	4.59	10.12	-6.66	67.98%	92.68%	92.68%	92.68%
23	-2.65	1.41	-1.20	11.62	6.72	-6.28	44.42%	87.80%	82.93%	85.37%
24	-2.84	2.12	-1.40	-4.98	8.26	-7.95	61.78%	87.80%	82.93%	85.37%
25	-1.36	0.67	-1.10	4.09	4.10	-1.86	35.18%	85.37%	85.37%	85.37%
26	-3.55	0.41	-1.66	6.87	10.16	-3.00	61.70%	87.80%	85.37%	86.59%

27	0.91	0.05	-1.09	0.29	0.30	0.06	17.04%	80.49%	58.54%	69.51%
28	-0.02	0.61	-2.17	6.62	4.02	-2.92	44.51%	87.80%	90.24%	89.02%
29	-0.48	0.36	-1.82	8.09	4.21	-0.82	41.39%	82.93%	87.80%	85.37%
30	-0.92	0.41	-1.05	-0.63	3.72	-1.64	39.07%	92.68%	87.80%	90.24%
31	-2.37	0.10	-1.20	-2.98	6.99	-2.02	55.66%	87.80%	85.37%	86.59%
32	-2.60	-0.22	-1.66	5.94	8.55	-0.86	60.07%	92.68%	87.80%	90.24%
33	-1.73	0.15	-1.11	1.93	4.74	-0.03	37.93%	82.93%	75.61%	79.27%
34	-1.31	0.13	-1.69	7.30	5.47	-2.30	44.00%	87.80%	87.80%	87.80%
35	-2.93	1.23	-1.70	-2.43	8.44	-5.73	58.66%	87.80%	92.93%	85.37%
36	1.00	0.27	-1.57	0.04	1.00	-1.02	29.05%	85.37%	70.73%	78.05%
37	-1.36	-0.09	-2.00	5.92	6.03	-0.48	50.19%	87.80%	82.93%	85.37%
38	-1.51	0.75	-1.59	8.36	5.84	-3.38	50.28%	92.68%	85.37%	89.02%
39	-0.32	0.44	-2.41	5.43	4.26	-1.57	41.90%	87.80%	82.93%	85.37%
40	-3.09	1.90	-1.48	4.80	8.77	-4.60	60.89%	87.80%	90.24%	89.02%
41	-1.61	0.83	-1.56	8.57	5.68	-4.31	46.51%	90.24%	82.93%	86.59%
42	-2.19	0.45	-0.89	-8.28	6.11	-0.86	54.82%	87.80%	85.37%	86.59%
43	-3.02	0.73	-1.55	4.01	8.25	-3.28	56.10%	85.37%	80.49%	82.93%
44	-2.54	-0.25	-1.23	1.18	7.00	1.27	49.03%	85.37%	82.93%	84.15%
45	-3.75	1.81	-1.82	8.09	10.47	-6.78	64.20%	90.24%	87.80%	89.02%
46	-0.22	0.61	-1.64	3.01	3.32	-3.04	39.28%	85.37%	85.37%	85.37%
47	0.33	1.09	-2.17	4.84	3.44	-4.07	47.41%	82.93%	82.93%	82.93%
48	-3.15	2.18	-2.00	2.84	10.60	-7.65	70.83%	92.68%	90.24%	91.46%
49	-3.79	-7.00	-1.99	3.42	12.26	-2.74	72.44%	95.12%	92.68%	93.90%
50	-0.59	0.51	-0.96	1.75	2.96	-2.55	32.66%	90.24%	85.37%	87.80%
51	-2.68	0.01	-1.88	13.02	8.13	-1.30	50.60%	85.37%	80.49%	82.93%
52	-4.11	1.69	-1.66	9.28	10.67	-7.64	60.18%	87.80%	87.80%	87.80%
53	-2.02	1.88	-0.67	-7.41	5.54	-6.36	54.23%	87.80%	82.93%	85.37%
54	0.98	0.54	-1.28	0.16	0.53	-2.02	25.08%	80.49%	63.41%	71.95%
55	-2.99	1.39	-1.94	12.49	8.75	-5.86	54.92%	85.37%	85.37%	85.37%
56	-2.52	0.00	-1.75	-11.44	8.20	3.90	56.78%	85.37%	87.80%	86.59%

57	-0.33	-0.11	-1.04	-5.43	2.60	-0.95	32.20%	85.37%	90.24%	87.80%
58	1.42	0.48	-1.90	-0.15	1.08	-1.30	39.78%	85.37%	73.17%	79.27%
59	-0.86	0.65	-0.87	-6.22	3.34	-2.53	40.22%	90.24%	87.80%	89.02%
60	0.07	0.32	-2.85	-1.86	5.41	-1.63	61.77%	87.80%	87.80%	87.80%
61	-0.04	0.41	-0.93	1.64	1.55	-1.89	19.34%	85.37%	82.93%	84.15%
62	-3.58	2.20	-1.52	5.42	9.88	-6.29	63.83%	90.24%	90.24%	90.24%
63	-2.39	0.70	-1.07	0.62	6.75	-2.18	55.47%	90.24%	87.80%	89.02%
64	-3.24	1.31	-1.27	8.51	8.67	-5.08	61.03%	90.24%	85.37%	87.80%
65	-1.85	-0.14	-1.12	0.85	5.18	0.33	40.60%	78.05%	82.93%	80.49%
66	-2.95	0.93	-1.34	4.16	7.86	-1.72	54.23%	87.80%	82.93%	85.37%
67	-2.74	-0.31	-1.59	3.93	8.88	1.02	63.30%	92.68%	87.80%	90.24%
68	-2.94	1.41	-2.56	2.21	9.96	-5.61	63.23%	87.80%	82.93%	85.37%
69	-1.95	0.97	-2.52	-0.43	8.42	-3.27	64.49%	95.12%	90.24%	92.68%
70	-2.61	0.64	-1.61	-2.71	8.27	-1.38	60.78%	90.24%	90.24%	90.24%
71	-1.37	-0.08	-1.40	5.17	4.82	-0.35	38.83%	80.49%	82.93%	81.71%
72	-0.54	0.27	-1.08	2.34	2.78	-1.65	26.76%	87.80%	82.93%	85.37%
73	-2.89	0.22	-1.43	-16.57	8.89	3.99	60.77%	87.80%	90.24%	89.02%
74	-0.70	0.35	-1.21	1.98	3.46	-1.26	35.78%	85.37%	85.37%	85.37%
75	-2.01	0.75	-2.54	-5.14	9.06	1.05	64.68%	95.12%	92.68%	93.90%
76	-0.65	0.36	-0.82	-4.75	2.67	-1.08	34.75%	87.80%	87.80%	87.80%
77	-1.83	1.07	-1.74	5.32	6.57	-4.14	54.40%	92.68%	87.80%	90.24%
78	-3.48	1.43	-3.46	12.11	13.28	-7.71	69.47%	95.12%	92.68%	93.90%
79	-2.87	2.24	-2.68	2.82	10.65	-7.76	68.86%	90.24%	92.68%	91.46%
80	-2.64	1.20	-2.36	15.89	9.91	-3.29	67.14%	92.68%	90.24%	91.46%
81	-2.62	0.60	-1.45	2.00	7.94	-2.97	59.47%	90.24%	85.37%	87.80%
82	-5.26	0.87	-2.61	11.29	25.43	-6.90	70.89%	90.24%	92.68%	91.46%
83	-2.99	0.77	-1.16	-3.72	7.87	-0.12	55.68%	87.80%	82.93%	85.37%
84	-0.45	-0.09	-0.89	-5.88	2.44	0.91	30.61%	85.37%	82.93%	84.15%
85	-3.26	1.03	-1.21	4.35	9.31	-6.32	62.71%	87.80%	92.68%	90.24%
86	-3.63	0.92	-1.43	-1.47	10.00	-5.56	63.65%	85.37%	87.80%	86.59%

87	0.32	0.17	-0.52	-8.43	0.65	-0.88	28.24%	85.37%	70.73%	78.05%
88	-2.01	3.31	-2.64	13.96	9.35	-12.12	66.06%	92.68%	92.68%	92.68%
89	-4.26	1.82	-2.31	17.81	12.49	-7.32	66.75%	92.68%	92.68%	92.68%
90	-2.13	0.97	-1.54	3.71	6.27	-3.08	48.34%	85.37%	80.49%	82.93%
91	-2.95	0.41	-1.32	0.06	8.72	-2.83	62.15%	87.80%	90.24%	89.02%
92	-1.85	1.90	-1.81	-4.74	7.29	-6.09	63.50%	90.24%	90.24%	90.24%
93	-2.79	1.11	-2.16	12.73	9.64	-5.54	63.08%	95.12%	92.68%	93.90%
94	-0.08	-0.73	-0.83	-8.03	1.79	3.18	28.33%	82.93%	68.29%	75.61%
95	0.89	-0.20	-1.23	-10.13	1.06	1.33	38.64%	90.24%	78.05%	84.15%
96	-2.51	-0.24	-1.54	1.99	7.32	-0.51	49.64%	82.93%	82.93%	82.93%
97	-1.05	1.01	-1.44	0.97	4.46	-2.45	46.41%	87.80%	78.05%	82.93%
98	-0.70	0.24	-1.91	-0.76	4.38	-0.52	45.57%	87.80%	82.93%	85.37%
99	-1.78	1.52	-1.31	8.81	5.38	-6.19	43.01%	87.80%	82.93%	85.37%
100	-3.37	1.71	-2.55	3.04	10.72	-6.53	63.12%	87.80%	90.24%	89.02%
101	-1.34	-0.11	-1.60	-2.46	5.60	0.55	50.78%	87.80%	87.80%	87.80%
102	-2.51	1.87	-0.82	10.39	5.99	-7.32	44.63%	85.37%	80.49%	82.93%
103	-1.25	1.57	-1.37	6.98	5.23	-6.62	46.75%	92.68%	95.12%	93.90%
104	-1.91	0.36	-1.79	0.86	6.71	-0.73	53.31%	87.80%	85.37%	86.59%
105	-2.84	1.11	-2.52	4.99	14.54	-8.15	82.42%	97.56%	95.12%	96.34%
106	-4.42	1.01	-1.96	3.33	13.05	-7.36	70.60%	87.80%	90.24%	89.02%
107	-3.46	2.05	-3.12	-1.77	12.93	-5.85	72.33%	90.24%	97.56%	93.90%
108	-2.51	-0.07	-2.23	2.46	9.26	0.75	63.13%	95.12%	90.24%	92.68%
109	-1.66	1.65	-1.46	-8.89	6.11	-6.17	57.04%	90.24%	85.37%	87.80%
110	-2.31	1.64	-1.45	4.54	7.07	-4.97	57.78%	90.24%	87.80%	89.02%
111	-6.19	3.17	-1.55	-0.24	16.70	-11.38	76.45%	90.24%	90.24%	90.24%
112	-2.90	1.10	-2.54	-11.78	11.03	0.80	69.77%	92.68%	90.24%	91.46%
113	-4.91	0.36	-1.77	7.83	13.66	-4.53	71.03%	87.80%	90.24%	89.02%
114	-2.04	0.57	-1.61	6.36	6.69	-3.44	50.30%	90.24%	80.49%	85.37%
115	-3.08	1.07	-2.76	10.21	11.45	-6.06	69.93%	95.12%	87.80%	91.46%
116	-2.78	1.95	-1.53	1.15	9.44	-8.38	68.40%	87.80%	95.12%	91.46%

117	-2.93	0.51	-2.33	12.38	11.15	-5.84	68.79%	95.12%	92.68%	93.90%
118	-2.74	1.96	-1.94	13.18	9.25	-8.85	65.07%	92.68%	82.93%	87.80%
119	-2.75	1.15	-1.57	3.32	7.61	-2.52	52.30%	87.80%	82.93%	85.37%
120	-3.17	1.14	-0.94	2.28	7.72	-4.92	54.95%	85.37%	82.93%	84.15%
121	-0.71	0.39	-1.21	-2.32	3.73	-0.35	48.05%	95.12%	82.93%	89.02%
122	-1.45	0.68	-1.37	-2.96	5.39	-3.25	52.35%	90.24%	85.37%	87.80%
123	-2.51	0.94	-2.38	2.15	9.56	-4.87	67.01%	95.12%	87.80%	91.46%
124	-3.52	1.70	-1.72	-4.15	11.07	-8.17	71.11%	90.24%	90.24%	90.24%
125	-0.25	0.36	-1.87	6.55	3.81	-1.84	40.95%	87.80%	85.37%	86.59%
126	-3.75	1.49	-2.67	15.25	12.88	-6.43	74.00%	95.12%	87.80%	91.46%
127	-2.45	1.90	-1.96	13.97	8.31	-7.96	58.55%	92.68%	87.80%	90.24%
128	-3.25	1.15	-2.14	5.69	10.60	-6.75	66.66%	87.80%	90.24%	89.02%
129	-3.35	2.20	-2.04	7.97	10.88	-9.27	69.30%	90.24%	92.68%	91.46%
130	-1.01	-0.95	-2.64	-10.54	7.33	4.74	59.45%	85.37%	90.24%	87.80%
131	-2.01	0.67	-0.99	5.94	5.57	-4.34	42.62%	85.37%	82.93%	84.15%
132	-0.11	0.73	-1.37	0.47	3.12	-2.82	44.12%	92.68%	87.80%	90.24%
133	-4.91	0.30	-1.36	5.07	12.36	-4.08	64.87%	87.80%	87.80%	87.80%
134	-1.67	1.44	-1.74	-2.28	6.74	-5.12	60.40%	92.68%	90.24%	91.46%
135	1.02	0.12	-1.08	-0.71	0.21	-1.01	18.77%	82.93%	63.41%	73.17%
136	-2.06	0.93	-1.49	6.05	6.45	-3.96	50.83%	90.24%	87.80%	89.02%
137	-2.71	1.03	-1.72	1.48	8.59	-3.61	63.45%	90.24%	90.24%	90.24%
138	-2.48	1.29	-1.25	7.19	7.25	-3.57	56.53%	92.68%	90.24%	91.46%
139	-2.31	1.82	-1.81	-4.16	8.54	-6.66	68.88%	90.24%	90.24%	90.24%
140	1.01	0.12	-1.11	-1.71	0.30	0.44	25.87%	85.37%	65.85%	75.61%
141	-3.06	1.02	-0.94	1.35	7.97	-4.05	59.69%	90.24%	90.24%	90.24%
142	-1.31	-0.97	-2.11	-20.83	8.10	6.94	68.83%	92.68%	90.24%	91.46%
143	-3.31	8.28	-5.78	-4.80	24.39	-27.56	90.51%	97.56%	97.56%	97.56%
144	-1.26	0.22	-1.93	5.58	5.55	-1.81	47.02%	85.37%	82.93%	84.15%
145	-2.59	2.50	-1.44	1.81	7.94	-7.94	59.76%	87.80%	90.24%	89.02%
146	1.28	0.17	-0.95	-20.81	-0.10	-0.42	37.74%	82.93%	80.49%	81.71%

147	-0.25	0.14	-2.38	3.91	4.23	-2.18	41.94%	87.80%	82.93%	85.37%
148	-1.45	0.36	-1.34	5.85	4.59	-1.01	37.00%	82.93%	80.49%	81.71%
149	-2.18	0.95	-1.72	8.46	7.73	-4.13	58.38%	95.12%	95.12%	95.12%
150	-2.19	1.53	-2.12	11.06	8.17	-7.11	60.76%	92.68%	87.80%	90.24%
151	0.25	0.23	-2.93	4.51	4.63	-2.62	51.02%	87.80%	80.49%	84.15%
152	-3.27	0.62	-2.68	15.08	12.41	-5.06	73.37%	95.12%	95.12%	95.12%
153	-0.15	0.27	-0.90	-9.63	1.99	1.06	35.63%	85.37%	75.61%	80.49%
154	-2.51	0.61	-1.57	1.37	7.61	0.14	54.96%	87.80%	85.37%	86.59%
155	-3.47	0.31	-1.79	-5.92	10.41	2.73	63.24%	85.37%	87.80%	86.59%
156	-1.38	0.41	-2.52	-9.69	7.50	0.97	60.68%	90.24%	95.12%	92.68%
157	-2.53	1.37	-3.10	4.78	10.66	-4.61	68.81%	95.12%	87.80%	91.46%
158	-2.08	0.51	-1.26	2.93	6.25	-3.82	50.92%	85.37%	80.49%	82.93%
159	-3.03	0.78	-2.18	-4.67	10.49	1.03	67.47%	95.12%	90.24%	92.68%
160	-2.46	1.78	-1.37	5.61	7.02	-5.74	53.16%	90.24%	90.24%	90.24%
161	1.56	0.37	-1.46	-3.69	0.11	-1.17	36.53%	87.80%	75.61%	81.71%
162	0.39	0.89	-1.10	1.74	1.19	-2.97	23.84%	80.49%	70.73%	75.61%
163	-4.13	2.03	-2.60	15.71	12.68	-6.33	69.36%	90.24%	87.80%	89.02%
164	1.25	0.12	-1.19	-0.71	0.12	0.61	26.23%	82.93%	70.73%	76.83%
165	-1.71	0.59	-1.62	7.13	5.71	-2.93	44.24%	85.37%	85.37%	85.37%
166	-3.82	1.31	-1.36	4.51	10.18	-4.70	65.44%	90.24%	87.80%	89.02%
167	-2.03	0.15	-1.34	-9.11	7.45	-1.91	62.74%	90.24%	92.68%	91.46%
168	-2.32	-0.10	-1.21	-6.01	6.08	2.14	42.84%	82.93%	73.17%	78.05%
169	-3.89	2.56	-3.53	8.79	16.14	-11.08	81.76%	95.12%	95.12%	95.12%
170	-3.30	2.75	-3.11	21.72	12.69	-9.59	73.08%	92.68%	90.24%	91.46%
171	0.52	-0.36	-1.22	-7.15	1.43	0.96	33.55%	90.24%	73.17%	81.71%
172	1.01	-0.17	-1.11	-18.28	0.44	1.87	35.72%	87.80%	78.05%	82.93%
173	-2.96	1.71	-1.54	-1.11	9.04	-7.02	65.74%	87.80%	90.24%	89.02%
174	-1.91	1.70	-1.64	-2.00	7.13	-6.09	60.95%	87.80%	92.68%	90.24%
175	-2.48	0.40	-1.33	-0.15	7.03	-3.62	52.79%	87.80%	80.49%	84.15%
176	-1.49	0.21	-1.41	-6.18	5.69	-1.84	55.26%	87.80%	85.37%	86.59%

Media	-1.98	0.83	-1.70	1.71	7.19	-3.27	53.55%	88.64%	85.49%	87.04%
Desviación Estándar	1.45	1.07	0.66	7.26	3.91	3.75	0.14	0.04	0.07	0.05
Varianza	2.10	1.14	0.43	52.72	15.29	14.04	0.02	0.00	0.00	0.00
Límite Inferior	-2.18	0.68	-1.79	0.70	6.65	-3.79	51.60%	88.03%	84.54%	86.33%
Límite Superior	-1.78	0.98	-1.61	2.71	7.74	-2.75	55.51%	89.24%	86.44%	87.75%

Nota: Elaboración propia.

Anexo 5. Niveles de precisión de 200 modelos generados a través de Redes Neuronales.

Modelo	Aciertos Tipo I	Aciertos Tipo II	Aciertos General	Precisión Tipo I	Precisión Tipo II	Precisión General
1	40	41	81	97.56%	100.00%	98.78%
2	41	40	81	100.00%	97.56%	98.78%
3	40	41	81	97.56%	100.00%	98.78%
4	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
5	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
6	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
7	40	41	81	97.56%	100.00%	98.78%
8	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
9	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
10	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
11	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
12	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
13	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
14	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
15	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
16	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
17	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
18	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
19	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
20	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
21	40	41	81	97.56%	100.00%	98.78%
22	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
23	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
24	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
25	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
26	41	40	81	100.00%	97.56%	98.78%
27	41	40	81	100.00%	97.56%	98.78%

28	40	40	80	97.56%	97.56%	97.56%
29	40	40	80	97.56%	97.56%	97.56%
30	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
31	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
32	41	39	80	100.00%	95.12%	97.56%
33	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
34	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
35	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
36	40	41	81	97.56%	100.00%	98.78%
37	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
38	40	40	80	97.56%	97.56%	97.56%
39	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
40	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
41	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
42	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
43	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
44	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
45	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
46	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
47	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
48	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
49	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
50	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
51	40	40	80	97.56%	97.56%	97.56%
52	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
53	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
54	40	40	80	97.56%	97.56%	97.56%
55	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
56	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
57	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
58	41	40	81	100.00%	97.56%	98.78%

59	40	40	80	97.56%	97.56%	97.56%
60	40	41	81	97.56%	100.00%	98.78%
61	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
62	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
63	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
64	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
65	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
66	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
67	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
68	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
69	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
70	39	41	80	95.12%	100.00%	97.56%
71	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
72	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
73	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
74	41	39	80	100.00%	95.12%	97.56%
75	39	41	80	95.12%	100.00%	97.56%
76	41	40	81	100.00%	97.56%	98.78%
77	40	41	81	97.56%	100.00%	98.78%
78	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
79	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
80	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
81	41	40	81	100.00%	97.56%	98.78%
82	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
83	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
84	41	40	81	100.00%	97.56%	98.78%
85	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
86	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
87	41	40	81	100.00%	97.56%	98.78%
88	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
89	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%

90	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
91	41	39	80	100.00%	95.12%	97.56%
92	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
93	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
94	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
95	41	38	79	100.00%	92.68%	96.34%
96	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
97	40	41	81	97.56%	100.00%	98.78%
98	37	39	76	90.24%	95.12%	92.68%
99	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
100	40	41	81	97.56%	100.00%	98.78%
101	40	40	80	97.56%	97.56%	97.56%
102	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
103	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
104	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
105	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
106	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
107	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
108	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
109	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
110	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
111	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
112	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
113	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
114	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
115	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
116	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
117	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
118	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
119	41	40	81	100.00%	97.56%	98.78%
120	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%

121	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
122	40	41	81	97.56%	100.00%	98.78%
123	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
124	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
125	40	40	80	97.56%	97.56%	97.56%
126	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
127	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
128	40	40	80	97.56%	97.56%	97.56%
129	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
130	40	41	81	97.56%	100.00%	98.78%
131	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
132	40	40	80	97.56%	97.56%	97.56%
133	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
134	39	41	80	95.12%	100.00%	97.56%
135	41	40	81	100.00%	97.56%	98.78%
136	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
137	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
138	39	41	80	95.12%	100.00%	97.56%
139	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
140	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
141	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
142	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
143	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
144	39	41	80	95.12%	100.00%	97.56%
145	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
146	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
147	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
148	39	39	78	95.12%	95.12%	95.12%
149	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
150	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
151	40	41	81	97.56%	100.00%	98.78%

152	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
153	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
154	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
155	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
156	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
157	41	40	81	100.00%	97.56%	98.78%
158	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
159	40	40	80	97.56%	97.56%	97.56%
160	40	40	80	97.56%	97.56%	97.56%
161	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
162	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
163	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
164	40	41	81	97.56%	100.00%	98.78%
165	40	40	80	97.56%	97.56%	97.56%
166	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
167	41	40	81	100.00%	97.56%	98.78%
168	40	41	81	97.56%	100.00%	98.78%
169	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
170	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
171	40	41	81	97.56%	100.00%	98.78%
172	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
173	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
174	41	39	80	100.00%	95.12%	97.56%
175	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
176	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
177	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
178	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
179	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
180	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
181	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
182	40	41	81	97.56%	100.00%	98.78%

183	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
184	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
185	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
186	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
187	41	40	81	100.00%	97.56%	98.78%
188	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
189	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
190	40	41	81	97.56%	100.00%	98.78%
191	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
192	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
193	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
194	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
195	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
196	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
197	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
198	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
199	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%
200	41	41	82	100.00%	100.00%	100.00%

Estadística	Precisión Tipo I	Precisión Tipo II	Precisión General
Media	99.44%	99.50%	99.47%
Desviación Estándar	0.01	0.01	0.01
Varianza	0.00	0.00	0.00

Límite Inferior	99.25%	99.33%	99.33%
Límite Superior	99.25%	99.33%	99.33%

Nota: Elaboración propia.