



Colegio de Estudios
Superiores de Administración

Modelo de evaluación financiera de proyectos de inversión

Patricia Carrillo Manotas

**Colegio de Estudios Superiores de Administración –CESA-
Maestría en Finanzas Corporativas**

**Bogotá
2017**

Modelo de evaluación financiera de proyectos de inversión

Patricia Carrillo Manotas

**Director:
Fabio Carrillo Rodríguez**

**Colegio de Estudios Superiores de Administración –CESA-
Maestría en Finanzas Corporativas
Bogotá
2017**

Contenido

Tabla de ilustraciones.....	5
Introducción.....	6
Capítulo 1. El tema de la investigación.....	8
1.1. El problema de la investigación.....	8
1.2. Objetivos de la investigación.....	8
1.2.1. Objetivo general.....	8
1.2.2. Objetivos específicos.....	9
1.3. Estado del Arte.....	9
1.4. La metodología de la investigación.....	12
Capítulo 2. Marco Teórico.....	13
Capítulo 3. Inconsistencias en la aplicación y en los resultados de los métodos de evaluación.....	16
3.1. Tasa Interna de Retorno sobreestimada.....	16
3.2. VPN, CAE y R B/C con flujos intermedios.....	19
3.3. Múltiples Tasas Internas de Retorno.....	21
3.4. Divergencias entre Tasa Interna de Retorno y Valor Presente Neto.....	23
3.5. Discrepancias entre Tasa Interna de Retorno y los otros métodos de evaluación.....	27
3.6. La Tasa Interna de Retorno Modificada (TIRM).....	29
Capítulo 4. Los flujos intermedios.....	33
4.1. Flujos intermedios colocados a una tasa de inversión realista.....	33
4.2. Flujos intermedios no invertidos.....	34
Capítulo 5. Los déficits de tesorería.....	36
5.1. Déficit cubiertos por el inversionista.....	36
5.2. Déficit cubiertos mediante un crédito de terceros.....	39
Capítulo 6. Modelo de evaluación de proyectos.....	42
6.1. Variables del modelo.....	42
6.2. Tasa Interna de Retorno Verdadera.....	42
6.3. El Valor Presente Neto Verdadero.....	43
6.4. El Costo Anual Equivalente Verdadero.....	43
6.5. La Relación Beneficio a Costo Verdadera.....	43
7. Aplicación del modelo.....	44
Conclusiones.....	48

Trabajos citados	50
Anexo 1. Fórmulas del valor del dinero en el tiempo	52

Tabla de ilustraciones

1	Gráfico 1. Tasa Interna de Retorno con flujos invertidos a la TIR	17
2	Gráfico 2. Flujos intermedios invertidos a la TIR.....	18
3	Tabla 1. TIR con diferentes tasas de inversión de los flujos intermedios	19
4	Gráfico 3. Flujos intermedios invertidos a la tasa de descuento	20
5	Tabla 2. VPN, CAE y R B/C con diferentes tasas de inversión de los excedentes y tasa de descuento del 10% anual	21
6	Tabla 3. Flujo de caja con dos cambios de signo.....	21
7	Tabla 4. Proyectos mutuamente excluyentes	23
8	Gráfico 4. VPN con diferentes tasas de descuento	25
9	Tabla 5. Evaluación por los cuatro métodos con diferentes tasas de descuento	28
10	Tabla 6. CAE y R B/C con inversión de flujos intermedios y tasa de descuento del 10% anual.	28
11	Tabla 7. TIRM con flujos intermedios positivos.....	29
12	Tabla 8. TIRM con flujos intermedios negativos	30
13	Tabla 9. Flujo neto calculado con TIRM	30
14	Gráfico 5. Flujos intermedios invertidos al 5% anual	31
15	Tabla 10. Proyecto sin déficits de caja	33
16	Tabla 11. Valor Futuro de los excedentes con diferentes tasa de inversión.....	34
17	Tabla 12. TIR, VPN, CAE y R B/C con varias tasas de inversión de los excedentes.....	34
18	Tabla 13. Proyecto de inversión con flujos intermedios no invertidos	35
19	Tabla 14. Proyecto con déficits cubiertos por el inversionista	36
20	Tabla 15. Flujo neto del inversionista	37
21	Tabla 16. Proyecto evaluado sin tener en cuenta la inversión de flujos intermedios	38
22	Tabla 17. Flujo de caja con préstamo.....	39
23	Tabla 18. Flujo del inversionista en proyecto con déficit cubierto por entidad financiera	40
24	Tabla 19. Características del bono	44
25	Tabla 20. Flujo de dineros del bono	44
26	Tabla 21. Resultados comparativos de la evaluación sin aplicar y aplicando el modelo.....	46

Introducción.

La evaluación financiera de proyectos de inversión requiere realizar un análisis exhaustivo de las alternativas que coincidan con los objetivos empresariales o personales y que contribuyan a la creación de valor mediante la toma de decisiones óptimas y coherentes.

El analista de proyectos debe reunir la información necesaria y suficiente que permita evaluar cada opción disponible y debe contemplar cada una de las variables que afectan dichas alternativas antes de aplicar uno o varios métodos de evaluación.

La rentabilidad de cada proyecto contemplado dependerá de estas variables y por lo tanto el criterio del evaluador y la correcta aplicación de los métodos de evaluación son fundamentales para la toma de decisiones de inversión.

Cuando una persona, natural o jurídica, se enfrenta a la decisión de invertir en uno o varios proyectos, debe evaluarlos para optimizar la toma de decisiones y minimizar el riesgo en el cual incurre. Cualquiera de los cuatro métodos de evaluación financiera de proyectos de inversión analizados en este trabajo – Tasa Interna de Retorno o TIR, Valor Presente Neto o VPN, Costo Anual Equivalente o CAE y Relación Beneficio Costo o R B/C - debe llevar al evaluador a la misma decisión de invertir o no en un proyecto y así guiar al inversionista a tomar la decisión óptima.

Una de los principales inconvenientes al evaluar proyectos de inversión desde el punto de vista financiero es que cierto tipo de proyectos presentan resultados aparentemente divergentes al ser evaluados por TIR y por los otros tres métodos.

El presente trabajo plantea un modelo de evaluación financiera de proyectos de inversión que tiene en cuenta el valor del dinero en el tiempo y en donde los cuatro métodos analizados - TIR, VPN, CAE y R B/C - sean convergentes y tengan en cuenta el monto de la inversión, los excedentes intermedios del proyecto a evaluar, así como la tasa de descuento a utilizar, los déficits de tesorería y los tiempos de evaluación.

El propósito del modelo es corregir errores que se puedan estar cometiendo al tomar decisiones de inversión con base en cualquiera de los métodos anteriormente mencionados.

Cuando un proyecto presenta varios cambios de signo en su flujo de caja (de positivo a negativo o viceversa), se pueden presentar múltiples TIR o puede haber discrepancias entre las conclusiones a las cuales llega la TIR, con las conclusiones

de los otros tres métodos. En Infante (1988) y Carrillo; Carrillo (2012) se explica desde el punto de vista matemático la razón por la cual existen múltiples Tasas Internas de Retorno. Esta situación se basa en el teorema de Descartes, que demostró que un polinomio de grado n tiene como máximo tantas raíces positivas como cambios de signo (Avendaño, 2010), (Beruvides, 2015). Esta situación supondría que un proyecto puede tener varias rentabilidades y en realidad un proyecto presenta una única y verdadera rentabilidad de acuerdo a sus variables.

Por otro lado, los proyectos que presentan déficits de caja no se deben evaluar hasta resolver sus saldos negativos de efectivo, pues de lo contrario el proyecto se detendría al no poder cubrir sus necesidades de caja.

Las fallas mencionadas anteriormente se deben en parte a que al aplicar la definición clásica de Tasa Interna de Retorno como la tasa que hace que el Valor Presente Neto sea igual a cero, no se toman en cuenta factores como el uso que se le da a los ingresos intermedios de un proyecto y a cómo se van a cubrir los déficits de tesorería que se presenten.

En este trabajo pretendo demostrar que la TIR es una herramienta muy útil cuando es bien aplicada y no hay necesidad de desecharla sino que, para evaluar proyectos de inversión correctamente, se deben enfocar dichos proyectos y sus variables desde el punto de vista financiero, no matemático, porque la rentabilidad de un proyecto depende de cómo se financian los déficits de tesorería y de lo que se haga con los excedentes intermedios.

Por esta razón es muy importante definir con claridad el monto y los momentos de la inversión, el uso que se va a dar a los excedentes intermedios de caja, cómo se van a financiar los posibles déficits de tesorería, el tiempo total del proyecto y la tasa de descuento, que debe ser la tasa mínima que atrae al inversionista al proyecto en cuestión, teniendo en cuenta el factor riesgo.

El modelo planteado en este trabajo, que aplica TIR, VPN, CAE y R B/C, permite que los resultados obtenidos mediante cualquiera de los métodos analizados sean convergentes, es decir que lo que se demuestre por uno de ellos se puede demostrar por cualquiera de los otros tres, al tener en cuenta todas las variables relevantes y así facilitar y optimizar la toma de decisiones de inversión.

Capítulo 1. El tema de la investigación.

El presente trabajo trata sobre cuatro métodos de evaluación financiera de proyectos de inversión que son comúnmente utilizados y analizados en los textos académicos. Los métodos que se tienen en consideración son el Valor Presente Neto, la Tasa Interna de Retorno, el Costo Anual Equivalente y la Relación Beneficio Costo.

1.1. El problema de la investigación.

Los métodos anteriormente mencionados deben ser convergentes. Es decir, deben llevar al evaluador de proyectos de inversión a la misma conclusión, acerca de si un proyecto es o no es viable desde el punto de vista financiero.

Al comparar proyectos mutuamente excluyentes, los métodos deben llevar a un ordenamiento de los proyectos de acuerdo a su bondad financiera.

Sin embargo, en algunas ocasiones los resultados de la Tasa Interna de Retorno son contradictorios con las conclusiones arrojadas por los otros tres métodos. Además, los resultados numéricos arrojados por la TIR, el VPN, el CAE y la R B/C no siempre se atañen a la realidad.

Esto sucede cuando el método de evaluación utilizado no tiene en cuenta todas las variables del proyecto analizado, como los déficits de tesorería y los excedentes intermedios de caja, entre otros.

1.2. Objetivos de la investigación.

1.2.1. Objetivo general

Plantear un modelo de evaluación financiera de proyectos de inversión aplicando TIR, VPN, CAE y R B/C, que permita que los resultados obtenidos mediante cualquiera de los métodos conocidos sean reales y convergentes al tener en cuenta todas las variables relevantes para facilitar la correcta toma de decisiones de inversión.

1.2.2. Objetivos específicos

- Evaluar cada una de las propuestas expuestas en el estado del arte.
- Estudiar casos de evaluación de proyectos que presenten incoherencias en su aplicación y análisis.
- Identificar los errores cometidos en dichos casos.
- Corregir las incoherencias existentes mediante el modelo planteado.
- Aplicar el modelo en un proyecto de inversión y comparar los resultados antes y después de aplicar el modelo.

1.3. Estado del Arte.

Referente al estado del arte, numerosos autores han propuesto soluciones a los problemas mencionados.

Magni (2010) critica el método de la TIR por presentar múltiples respuestas y por ser incompatible con el VPN y sugiere contemplar el proyecto a evaluar como un préstamo y cuyos retornos implícitos por periodo se promedian y resulta una Tasa Interna de Retorno Media. Este modelo no tiene en cuenta factores como inversión de excedentes intermedios ni saldos negativos de caja. Cabe mencionar que al aplicar TIR en los flujos de caja de un préstamo, el resultante será el costo del crédito o la tasa de interés del mismo si no se incluyen otros costos aparte de los intereses. Pero darle el mismo tratamiento a un préstamo que a un proyecto de inversión implicaría que los flujos intermedios estarían invertidos a la Tasa Interna de Retorno, lo cual es por lo general falso.

Bosch, Serrats y Tarrazon (2007) afirman que la Tasa Interna de Retorno es un valor clave del Valor Presente Neto y que cualquier flujo de caja está en función de un coeficiente de recuperación de la TIR y del tiempo. Por medio del coeficiente de recuperación obtienen una Tasa Interna de Retorno normalizada que es compatible con el VPN y la diferencia entre la TIR y el costo de oportunidad lo descuentan al principio del periodo. Los autores no contemplan proyectos que presentan varios cambios de signo y no tienen en cuenta la inversión de excedentes de tesorería.

Brown (1981) analiza la tasa de descuento variable en relación a los movimientos del tipo de cambio, lo cual dependerá del proyecto de inversión a evaluar, pues el tipo de cambio puede ser una variable relevante. Pero no contempla la inversión de saldos de caja intermedios a tasas diferentes a la TIR.

Rosillo, en su libro *Matemáticas Financieras para Decisiones de Inversión y Financiación* (2009), tiene en cuenta tasas de descuento variables al calcular el Valor Presente Neto, pero calcula TIR, VPN, R B/C y CAE en proyectos simples con ingresos intermedios, sin contemplar la reinversión de excedentes de caja. El autor utiliza la inversión de flujos intermedios cuando compara proyectos mutuamente excluyentes con la misma vida útil para calcular TIR, pero no lo hace en VPN y el resultado es que las conclusiones arrojadas por ambos métodos son inconsistentes. Para resolver estas discrepancias, iguala las inversiones al llevar a valor futuro la diferencia entre la inversión inicial de un proyecto con otro, a la tasa de descuento. Entonces calcula lo que él llama la TIR verdadera o ponderada.

Ruíz, García & Romero (2009) proponen incluir opciones reales en el análisis cuantitativo de proyectos para minimizar riesgos, lo cual no resuelve los problemas de divergencias entre los métodos porque no tienen en cuenta la inversión de ingresos intermedios en los proyectos, por lo cual la TIR calculada queda invertida a su misma rentabilidad.

Young (1983) analiza las diferencias entre VPN y TIR y concluye que se debe utilizar el VPN al evaluar proyectos. Se puede deducir de sus conclusiones que también se podría utilizar CAE y R B/C. Pero no recomienda utilizar TIR y afirma que ésta tiene errores matemáticos, lo cual no es preciso pues desde el punto de vista numérico, un proyecto puede tener tantas Tasas Internas de Retorno como cambios de signo. Sin embargo, al utilizar los otros tres métodos de evaluación sin incluir TIR, los flujos intermedios quedan invertidos a la tasa de descuento, lo cual puede introducir un sesgo dentro del proyecto cuando los excedentes de caja están invertidos a otra tasa.

Las inconsistencias mencionadas al aplicar TIR le han dado a este método mala fama y por ende algunos autores, tales como Balyeat & Cagle (2015) y Osborne (2010) prefieren utilizar el Valor Presente Neto o los otros métodos de evaluación de proyectos (CAE o R B/C), lo cual desprecia a la Tasa Interna de Retorno sin tratar de solucionar los problemas que ésta pueda presentar.

Infante (1988) es uno de los autores analizados que tiene en cuenta la inversión de excedentes intermedios. La TIR calculada después de invertir los flujos de caja intermedios la denomina Verdadera Tasa Interna de Retorno, pero omite el análisis de déficits de tesorería que el proyecto no pueda cubrir.

Meza Orozco afirma que la Tasa Interna de Retorno, como su nombre lo indica, no debe considerar factores externos al proyecto, pues éste no debe responder por el uso que el inversionista de a los excedentes intermedios producidos por él (*Matemáticas Financieras Aplicadas*, 2004). Pero en dicho caso, los excedentes se

deberían llevar a valor futuro con una tasa del 0%, para que éstos no queden invertidos a la TIR. El autor propone entonces utilizar la Tasa Interna de Retorno Modificada (TIRM) con una tasa de reinversión igual al costo de oportunidad del inversionista. Sin embargo, en los métodos de VPN y CAE no aplica la inversión de flujos positivos a esta tasa.

Si en un proyecto los excedentes intermedios de caja se invierten a una tasa dada o al 0%, la evaluación por cualquiera de los cuatro métodos debe contemplar esta misma reinversión; no solamente la TIR lo debe hacer.

Ezra Solomon (1956) resuelve las discrepancias entre los métodos financieros de evaluación de proyectos, al sostener que la única rentabilidad de un proyecto depende de lo que se haga con los ingresos netos intermedios. Gracias a esta premisa nace la Tasa Interna de Retorno Modificada (TIRM) que invierte los excedentes de tesorería a una tasa de reinversión dada; el resultado de llevar los flujos intermedios a valor futuro es que el proyecto presenta un solo cambio de signo en sus flujos. Sin embargo, el autor no tiene en cuenta proyectos con déficits de tesorería que el proyecto no pueda cubrir. Solomon supone que el inversionista cubre los déficits de caja como parte de su inversión. El modelo planteado en este trabajo contempla varias alternativas para financiar estos déficits.

El mismo autor propone igualar tiempos e inversiones al comparar proyectos mutuamente excluyentes.

Carrillo & Carrillo (2012, págs. 101-127) le dan crédito a Ezra Solomon y proponen un modelo que resuelve el problema de TIR múltiples. Los mismos autores proponen evaluar proyectos mutuamente excluyentes al igualar tiempos e inversiones en la comparación de los mismos. (2012, págs. 143-146). Además, contemplan proyectos con flujos intermedios negativos.

A pesar de que Solomon (1956) resolvió los problemas presentados en la aplicación de la Tasa Interna de Retorno y- por ende- de los otros métodos, de acuerdo a estudios realizados, existen falencias en las empresas al evaluar proyectos debido a la falta de conocimiento en la aplicación de los métodos de evaluación.

Vecino, Rojas y Munoz (2015) realizaron un estudio para identificar las prácticas y los criterios utilizados por las empresas que operan en Colombia en la evaluación de proyectos de inversión. Llegaron a la conclusión de que los métodos más utilizados por los empresarios en nuestro país son el VPN, la R B/C y la TIR. Los autores afirman que en las micro y en las pequeñas empresas no hay claridad en la utilización de estas técnicas, mientras que en las medianas y grandes compañías hay un buen conocimiento teórico sobre la aplicación de los métodos de evaluación, pero la mayoría no tiene en cuenta el factor riesgo en la tasa de descuento.

Kelleher y MacCormack, en un artículo publicado en la prestigiosa revista McKinsey, afirman que en un estudio realizado con 30 ejecutivos de empresas, fondos de inversión y empresas de capital de riesgo en Estados Unidos, solamente 6 de ellos estaban conscientes de las inconsistencias en la aplicación de la Tasa Interna de Retorno (Internal rate of return: A cautionary tale, 2004).

1.4. La metodología de la investigación

Para llegar al modelo, previamente se identifican los errores cometidos en la evaluación financiera de proyectos de inversión y finalmente se corrigen las incoherencias existentes.

La metodología utilizada comprende una investigación aplicada que busca resolver los inconvenientes planteados, involucrando en el modelo objeto de este trabajo los principios planteados por Ezra Solomon (1956) y cuya aplicación sigue vigente hoy en día. También se utiliza investigación explicativa para establecer cómo las variables independientes analizadas afectan a la TIR, al VPN, al CAE y a la R B/C.

Se utiliza el método inductivo para llegar al modelo general a partir de ejemplos específicos.

Para medir las variables del modelo, se utilizan varios ejemplos de inversiones que se evalúan mediante los cuatro métodos enunciados.

Inicialmente se utilizan los métodos de evaluación sin aplicar los principios planteados por Solomon (1956) y se analizan entonces las incongruencias de los resultados obtenidos.

Posteriormente se propone el modelo de evaluación financiera de proyectos de inversión y finalmente se aplica éste a los ejemplos anteriores.

La validez de los resultados se determina mediante un análisis de los valores obtenidos sin aplicar el modelo versus los valores resultantes del mismo.

Capítulo 2. Marco Teórico.

El enfoque teórico se basa en la definición clásica de los métodos de evaluación que son objeto de estudio en este trabajo y en la manera como éstos se aplican en evaluación de proyectos de inversión.

El origen de las Matemáticas Financieras y de los métodos de evaluación de proyectos es incierto.

Según Azofra (2012) las finanzas se separaron de la disciplina económica a principios del siglo XX. Posteriormente se le dio gran importancia al concepto de la rentabilidad esperada en las inversiones realizadas.

En 1938, Williams (The Theory of Investment Value) le da gran importancia a la tasa de descuento en la evaluación de proyectos y a los métodos del Valor Presente Neto y la Tasa Interna de Retorno como instrumentos en la valoración de inversiones.

La fundamentación teórica de estos dos métodos se basa en el trabajo de Irving Fisher (1930), quien define la medida del valor del capital de flujos descontados en decisiones de proyectos de inversión, que da origen al Valor Presente Neto. Y plantea el modelo de tasa de rendimiento sobre costo, que finalmente se convirtió en la Tasa Interna de Retorno.

Posteriormente nacen el Costo Anual Equivalente y la Relación Beneficio a Costo, que se derivan del VPN.

El Valor Presente Neto “es el resultado de descontar (traer a valor presente) los flujos de caja proyectados de una inversión a la tasa de interés de oportunidad o costo de capital y sustraerle el valor de la inversión.” (Rosillo, 2009).

“Por convencionalismo, se ha determinado el momento cero para hacer esta comparación, pero es perfectamente válido hacerla en cualquier otra fecha.” (Meza O, 2004).

El método del VPN es uno de los más utilizados en evaluación de proyectos y en valoración de empresas, pues permite valorar en el momento cero los flujos futuros. La tasa de interés a la cual se descuentan dichos flujos es llamada tasa de descuento.

La tasa de descuento seleccionada dependerá del proyecto y del inversionista, quien es el que desea obtener una rentabilidad específica sobre su inversión. Un

proyecto puede financiarse con capital del inversionista, con deuda de terceros o con una combinación de ambos e inclusive con venta de activos.

Se puede utilizar como tasa de descuento el costo de oportunidad del inversionista que es “la tasa de rendimiento que se podría ganar sobre inversiones alternativas de riesgo similar.” (Weston & Brigham, 1994).

Es común en las empresas utilizar el WACC (Weighted Average Cost of Capital) o Costo Promedio Ponderado de Capital como tasa de descuento. Rosillo (2009) define el WACC como “el costo promedio de los recursos propios y externos después de impuestos que requiere un proyecto.”

Se puede definir la Tasa Interna de Retorno (TIR) como “la tasa de interés que hace el VPN sea igual a cero, o también, la tasa de interés que iguala el valor presente de los flujos descontados con la inversión.” (Meza O, 2004).

La TIR mide la rentabilidad o retorno porcentual de la inversión promedio por periodo y es una medida muy útil pues permite hacer un símil directo con tasas comparativas.

El Costo Anual Equivalente (CAE), también llamado Costo Anual Uniforme Equivalente (CAUE) “consiste en convertir los ingresos y egresos asociados al proyecto en cantidades anuales iguales equivalentes. (...) El término costo anual por lo general hace referencia a cuotas anuales, pero en realidad éstas pueden expresarse para cualquier periodo.” (Meza O, 2004).

El método del CAE es muy útil en proyectos que no tengan ingresos o beneficios, debido a que cuando las vidas útiles de los proyectos a comparar son diferentes, el CAE permite realizar cálculos de un sólo proyecto e igualarlo al CAE de varios proyectos, Este tipo de proyectos no será analizado en este trabajo, pero también es válido aplicarlo en proyectos con beneficios y retorno de la inversión.

La Relación Beneficio a Costo (R B/C) “es la razón que existe entre el valor presente de los beneficios y el valor presente de los costos de inversión.” (Carrillo Rodríguez & Carrillo Manotas, 2012).

Por regla general, si la TIR es mayor o igual que la tasa mínima exigida por el o los inversionistas y si el VPN o el CAE descontados a esta tasa son mayores o iguales a cero, el proyecto es conveniente y se recomienda invertir en él porque la alternativa en cuestión estaría cumpliendo con las expectativas del inversor, en términos relativos o absolutos. Esto, después de aplicar el modelo propuesto en el presente trabajo.

En el caso de la R B/C en el modelo propuesto, ésta debe ser mayor a uno para que el proyecto evaluado sea beneficioso, porque los beneficios serán mayores que la inversión, comparados en el mismo periodo de tiempo.

Los analistas pronto se vieron enfrentados a incoherencias en la aplicación de los métodos, especialmente cuando utilizaban TIR y VPN, porque las conclusiones de si se debía invertir o no en un proyecto eran contrarias en algunas ocasiones. Además, un proyecto podía presentar múltiples TIR. Estas inconsistencias se analizarán y resolverán en el modelo propuesto.

Capítulo 3. Inconsistencias en la aplicación y en los resultados de los métodos de evaluación.

Si un proyecto arroja una TIR del 40% anual, sin invertir los excedentes de tesorería a la tasa de reinversión de los mismos, los flujos intermedios quedan automáticamente invertidos a la TIR, lo cual distorsiona el valor de la verdadera rentabilidad del proyecto.

En el caso del VPN – sin llevar los flujos positivos a futuro a la tasa de reinversión de los mismos - si éste resultara ser de \$2000 millones descontados a un costo de capital del 15% anual, significa que los saldos intermedios estarían invertidos al 15% anual. Este caso se ajusta más a la realidad que si evaluáramos por TIR, pero sigue siendo muy optimista la asunción de invertir los excedentes al costo de capital, pues los saldos de caja se invierten por lo general a tasas bajas de corto plazo que pueden llegar a ser hasta del 0% en caso de que no se reinviertan los excedentes de caja.

Así mismo, si se evalúa algún proyecto con flujos intermedios de caja por Costo Anual Equivalente o Relación Beneficio a Costo, sin tener en cuenta la reinversión de flujos intermedios, se está presumiendo que éstos quedan invertidos a la tasa de descuento, lo cual no siempre se ajusta a la realidad y puede llevar a tomar decisiones erróneas de inversión.

El programa Excel tiene la función Tasa Interna de Retorno Modificada (TIRM) que resuelve el problema de múltiples TIR, pues invierte los excedentes de tesorería a una tasa de reinversión dada (Anderson & Barber, 1994), pero cuando se presentan déficits de caja los financia todos en el momento inicial, lo cual no siempre sucede en la vida real. La función TIRM toma la decisión de financiar los déficits en cero, cuando los inversionistas son quienes deben tomar dicha decisión.

El VPN que en Excel se llama Valor Neto Actual o VNA, tampoco tiene en cuenta la reinversión de ingresos intermedios. (Microsoft, 2016).

3.1. Tasa Interna de Retorno sobreestimada.

Tal como afirman Kelleher y MacCormack en la revista McKinsley Quarterly, el cálculo de la Tasa Interna de Retorno sin invertir los excedentes intermedios al costo de oportunidad de tesorería del proyecto, asume que los flujos intermedios estarían invertidos a la misma TIR. Esto hace que los malos proyectos parezcan buenos y

los buenos proyectos se consideren excelentes. Por lo tanto, cuando un analista aplica la TIR en un proyecto con excedentes intermedios, está suponiendo que éstos están invertidos a la misma TIR, lo cual por lo general sobrestima la rentabilidad del proyecto y esto puede llevar al inversionista a tomar decisiones equivocadas y peligrosas que pueden incluso destruir valor (2004).

Un proyecto de inversión que tenga un solo cambio de signo deberá arrojar una única Tasa Interna de Retorno.

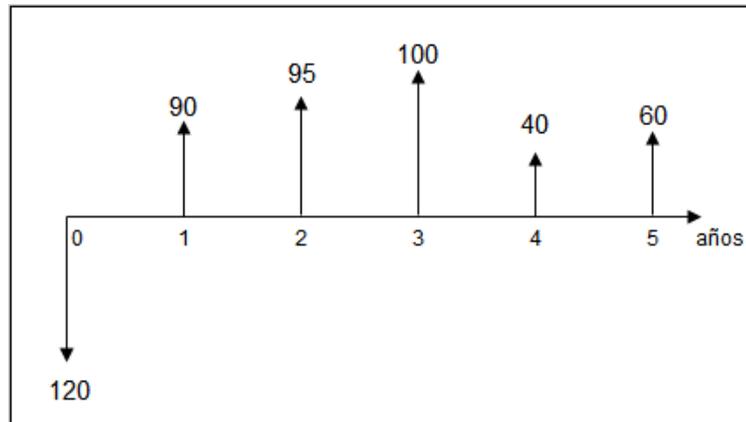


Gráfico 1. Tasa Interna de Retorno con flujos invertidos a la TIR

La TIR (t) del proyecto correspondiente al ejemplo visualizado en el Gráfico 1, sin tener en cuenta la inversión de flujos intermedios, será:

$$VPN = 0 = -120 + \frac{90}{1+t} + \frac{95}{(1+t)^2} + \frac{100}{(1+t)^3} + \frac{40}{(1+t)^4} + \frac{60}{(1+t)^5} \Rightarrow t = 66,41\% \text{ anual}$$

El único caso en el cual la rentabilidad del proyecto sea del 66,41% anual, será cuando los flujos intermedios queden invertidos a esta misma tasa.

Para comprobarlo, calculamos el Valor Futuro de los excedentes invertidos a esta tasa:

$$VF_{66,41\%} = 90(1,664)^4 + 95(1,664)^3 + 100(1,664)^2 + 40(1,664) + 60 = \$1.531,59$$

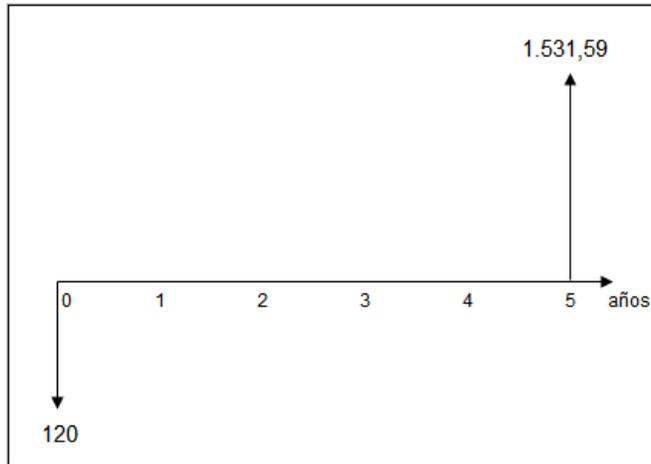


Gráfico 2. Flujos intermedios invertidos a la TIR

Y la Tasa Interna de Retorno (t) será:

$$VPN = 0 = -120 + \frac{1.531,59}{(1+t)^5} \Rightarrow t = 66,41\% \text{ anual}$$

Si los flujos intermedios se invierten a tasas menores al 66,41% anual, la TIR anterior estará inflada o sobreestimada.

Miremos qué sucede con la Tasa Interna de Retorno cuando los flujos intermedios se invierten a otras tasas:

- Al 5% anual: $VF_{5\%} = 90(1,05)^4 + 95(1,05)^3 + 100(1,05)^2 + 40(1,05) + 60 = \$431,62$

$$VPN = 0 = -120 + \frac{431,62}{(1+t)^5} \Rightarrow t = 29,18\% \text{ anual}$$

- Al 10% anual: $VF_{10\%} = 90(1,1)^4 + 95(1,1)^3 + 100(1,1)^2 + 40(1,1) + 60 = \$483,21$

$$VPN = 0 = -120 + \frac{483,21}{(1+t)^5} \Rightarrow t = 32,13\% \text{ anual}$$

Tasa de inversión de flujos intermedios	Valor Futuro (\$ millones)	TIR anual
0% anual	385,00	26,26%
5% anual	431,62	29,18%
10% anual	483,21	32,13%
15% anual	540,14	35,10%
20% anual	602,78	38,10%

Tabla 1. TIR con diferentes tasas de inversión de los flujos intermedios

Podemos entonces afirmar que la rentabilidad de un proyecto depende de lo que se haga con los ingresos intermedios. (Carrillo Rodríguez & Carrillo Manotas, 2012).

3.2. VPN, CAE y R B/C con flujos intermedios

Al evaluar el proyecto anterior por los métodos de Valor Presente Neto, Costo Anual Equivalente y Relación Beneficio a Costo, los ingresos intermedios quedarían invertidos a la tasa de descuento.

Supongamos una tasa de descuento del 10% anual.

El método del Costo Anual Equivalente (CAE) consiste en llevar el flujo de un proyecto a anualidades o pagos periódicos iguales. (Carrillo Rodríguez & Carrillo Manotas, 2012).

El cálculo del CAE se realiza llevando el VPN de cada proyecto a la tasa de descuento del 10% anual.

La Relación Beneficio a Costo (R B/C) es la razón del Valor Presente Neto de los Beneficios sobre el valor absoluto del Valor Presente Neto de los Costos de Inversión. (Carrillo Rodríguez & Carrillo Manotas, 2012).

$$VPN_{10\%} = -120 + \frac{90}{1,1} + \frac{95}{(1,1)^2} + \frac{100}{(1,1)^3} + \frac{40}{(1,1)^4} + \frac{60}{(1,1)^5} = \$18004 \text{ millone.}$$

$$CAE_{10\%} = 180,04 \left[\frac{0,1(1,1)^5}{(1,1)^5 - 1} \right] = \$47,49 \text{ millones al año}$$

$$RB/C_{10\%} = \frac{\frac{90}{1,1} + \frac{95}{(1,1)^2} + \frac{100}{(1,1)^3} + \frac{40}{(1,1)^4} + \frac{60}{(1,1)^5}}{|-120|} = \frac{30004}{120} = 2,50 \text{ veces}$$

Para demostrar que los flujos quedan invertidos a la tasa de descuento, encontramos el Valor Futuro de los flujos invertidos al 10% anual:

$$VFN_{10\%} = 90(1,1)^4 + 95(1,1)^3 + 100(1,1)^2 + 40(1,1) + 60 = \$483,21$$

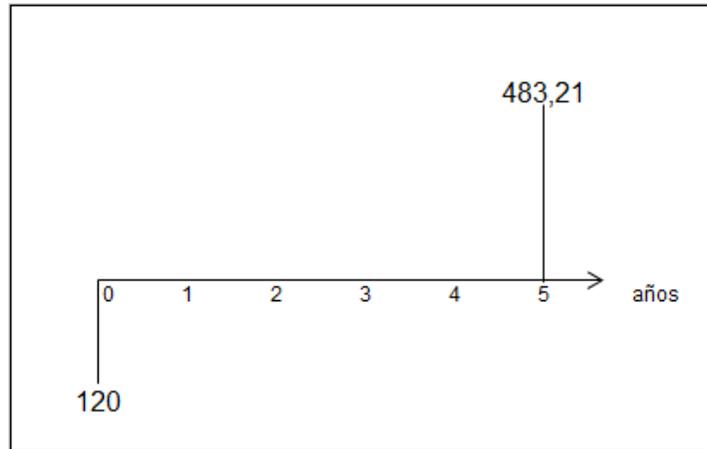


Gráfico 3. Flujos intermedios invertidos a la tasa de descuento

Al calcular VPN, CAE y R B/C, los resultados serán idénticos a los calculados anteriormente, como se demuestra a continuación:

$$VPN_{10\%} = -120 + \frac{48321}{(1,1)^5} = \$18004 \text{ millone.}$$

$$CAE_{10\%} = -120 \left[\frac{0,1(1,1)^5}{(1,1)^5 - 1} \right] + 483,21 \left[\frac{0,1}{(1,1)^5 - 1} \right] = \$47,79 \text{ millones al año}$$

$$RB/C_{10\%} = \frac{\frac{48321}{(1,1)^5}}{|-120|} = 2,50 \text{ veces}$$

Con una tasa de descuento del 10% anual y los flujos intermedios invertidos a diferentes tasas, tendremos los siguientes resultados:

Tasa de inversión de flujos intermedios	Valor Futuro de los excedentes	VPN _{10% anual}	CAE _{10% anual}	R B/C _{10% anual}
0% anual	\$ 385,00 millones	\$ 119,05 millones	\$ 31,41 millones	1,99 veces
2% anual	\$ 403,07 millones	\$ 130,28 millones	\$ 34,37 millones	2,09 veces
4% anual	\$ 421,91 millones	\$ 141,97 millones	\$ 37,45 millones	2,18 veces
5% anual	\$ 431,62 millones	\$ 148,00 millones	\$ 39,04 millones	2,23 veces
10% anual	\$ 483,21 millones	\$ 180,04 millones	\$ 47,49 millones	2,50 veces

Tabla 2. VPN, CAE y R B/C con diferentes tasas de inversión de los excedentes y tasa de descuento del 10% anual

La bondad del proyecto dependerá entonces de lo que se haga con los flujos de caja intermedios.

3.3. Múltiples Tasas Internas de Retorno.

Un proyecto que tenga más de un cambio de signo en sus flujos, puede tener más de una Tasa Interna de Retorno.

Un proyecto con dos cambios de signo puede presentar dos TIR, de acuerdo al teorema de Descartes (Avendaño, 2010).

Año	Flujo de caja (\$ millones)
0	-100
1	230
2	-132

Tabla 3. Flujo de caja con dos cambios de signo

Aplicando la definición clásica de TIR como la tasa que hace que el Valor Presente Neto sea igual a cero (Dumrauf, 2013), se pueden encontrar dichas tasas:

$$VPN=0=-100+\frac{230}{(1+t)}-\frac{132}{(1+t)^2}$$

En donde VPN es el Valor Presente Neto y t es la Tasa Interna de Retorno.

Al multiplicar ambos lados de la ecuación por $(1+t)^2$ nos queda:

$$0=-100(1+t)^2+230(1+t)-132$$

Para simplificar reemplazamos: $1+t = X$.

$$0 = -100X^2 + 230X - 132$$

Y nos encontramos ante una ecuación cuadrática (Encyclopaedia of Mathematics, 2002), en donde:

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Siendo a el coeficiente de X^2 , b el coeficiente de X y c la constante.

Al reemplazar, nos queda:

$$X = \frac{-230 \pm \sqrt{230^2 - 4(-100)(-132)}}{2(-100)}$$

$$X_1 = 1,2 \text{ y } X_2 = 1,1$$

Por lo tanto, $t_1 = 0,2 = 20\%$ anual y $t_2 = 0,1 = 10\%$ anual.

La Tasa Interna de Retorno indica el porcentaje promedio de retorno de la inversión por período. Una TIR del 20% significa que cada año retorna un promedio del 20% del valor invertido. Esta tasa se compara con la tasa de rentabilidad deseada por el inversionista.

Una persona que quiera obtener una rentabilidad del 5% anual podría aceptar el proyecto porque ambas tasas le servirían y otro inversionista que tenga una rentabilidad esperada del 22% anual puede desechar el proyecto. Pero cualquier otro que desee una rentabilidad entre el 10% y el 20% anual – por ejemplo 15% anual - no sabría muy bien qué hacer debido a que una de las respuestas es una rentabilidad del 10%, que no le serviría al inversionista pero la rentabilidad del 20% sí sería atractiva para el mismo.

No es coherente que un proyecto tenga más de una Tasa Interna de Retorno, pues tendría varias rentabilidades. Cuando un proyecto arroja dos o más Tasas Internas de Retorno hay una paradoja desde el punto de vista financiero y esta incoherencia se debe corregir.

Al invertir el flujo del año 1 a una tasa equivalente al costo de oportunidad del inversionista (por ejemplo del 15% anual), obtendremos un Valor Futuro de:

$$VF = 230(1,15) - 132 = \$132,5 \text{ millones}$$

Y la Tasa Interna de Retorno será:

$$VPN = 0 = -100 + \frac{1325}{(1+t)^2} \Rightarrow TIR = 15,11\% \text{ anual}$$

En cuyo caso el proyecto es conveniente por que la TIR es mayor al costo de oportunidad del inversionista.

3.4. Divergencias entre Tasa Interna de Retorno y Valor Presente Neto.

En varias ocasiones, al comparar proyectos de inversión mutuamente excluyentes, los resultados obtenidos por Tasa Interna de Retorno difieren de los resultados evaluados por Valor Presente Neto.

Los siguientes flujos de caja ilustran esta situación.

Si *A* y *B* proyectos mutuamente excluyentes; es decir, el inversionista interesado escoge uno sólo de los proyectos, podremos compararlos siempre y cuando la inversión y el tiempo sean iguales.

Año	Flujo de caja A (\$ millones)	Flujo de caja B (\$ millones)
0	-100	-100
1	30	70
2	60	40
3	50	20

Tabla 4. Proyectos mutuamente excluyentes

Calculamos la TIR en ambos proyectos:

$$VPN(A) = 0 = -100 + \frac{30}{1+t_A} + \frac{60}{(1+t_A)^2} + \frac{50}{(1+t_A)^3}$$

$$VPN(B) = 0 = -100 + \frac{70}{1+t_B} + \frac{40}{(1+t_B)^2} + \frac{20}{(1+t_B)^3}$$

En donde t_A es la TIR del proyecto A y t_B es la TIR del proyecto B.

Con la ayuda de una calculadora financiera o de un Excel, encontramos la Tasa Interna de Retorno para cada caso:

$$TIR_A = 17,39\% \text{ anual}$$

$TIR_B = 18,17\%$ anual

Ambos proyectos presentan un cambio de signo y por lo tanto una sola Tasa Interna de Retorno.

Estos resultados indicarían que, desde el punto de vista financiero, el proyecto B sería mejor que el proyecto A debido a que $TIR_B > TIR_A$.

Al evaluar por Valor Presente Neto con una tasa de descuento del 10% anual, obtenemos los siguientes resultados:

$$VPN_{10\%}(A) = -100 + \frac{30}{1,1} + \frac{60}{(1,1)^2} + \frac{50}{(1,1)^3} = \$14,43 \text{ millone.}$$

$$VPN_{10\%}(B) = -100 + \frac{70}{1,1} + \frac{40}{(1,1)^2} + \frac{20}{(1,1)^3} = \$11,72 \text{ millone.}$$

Si el VPN resulta ser mayor a cero, el proyecto sería recomendable porque estaría arrojando una rentabilidad mayor a la tasa de descuento.

Según los resultados anteriores, A sería mejor que B porque $VPN(A) > VPN(B)$.

Si evaluamos por VPN con una tasa de descuento del 17% anual, obtenemos los siguientes valores:

$$VPN_{17\%}(A) = -100 + \frac{30}{1,17} + \frac{60}{(1,17)^2} + \frac{50}{(1,17)^3} = \$0,69 \text{ millone.}$$

$$VPN_{17\%}(B) = -100 + \frac{70}{1,17} + \frac{40}{(1,17)^2} + \frac{20}{(1,17)^3} = \$1,54 \text{ millone.}$$

En cuyo caso $VPN(B) > VPN(A)$.

La ordenación de proyectos por Valor Presente Neto dependerá entonces de la tasa de descuento.

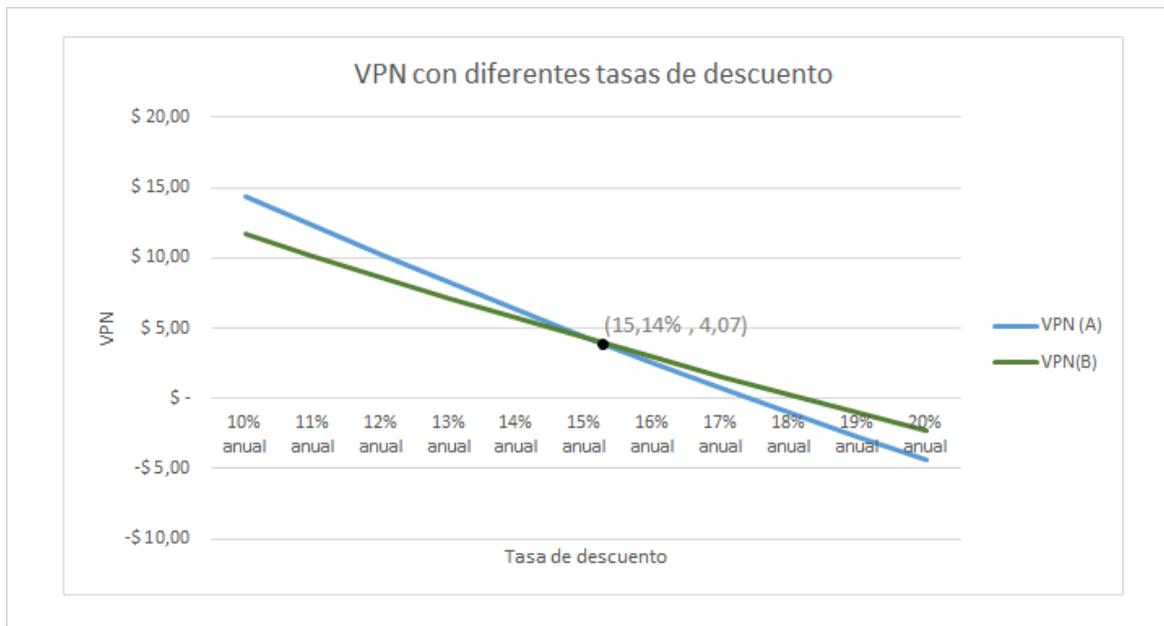


Gráfico 4. VPN con diferentes tasas de descuento

En la gráfica anterior se observan los diferentes Valores Presentes Netos de ambos proyectos con diversas tasas de descuento.

Se puede observar que a tasas menores al 15,14% anual, el $VPN(A) > VPN(B)$ y con tasas de descuento superiores a este valor, $VPN(B) > VPN(A)$.

Si calculamos el valor Presente Neto de cada proyecto al 15,14% debemos obtener resultados iguales:

$$VPN_{15,14\%}(A) = -100 + \frac{30}{1,1514} + \frac{60}{(1,1514)^2} + \frac{50}{(1,1514)^3} = \$4,07 \text{ millone}$$

$$VPN_{15,14\%}(B) = -100 + \frac{70}{1,1514} + \frac{40}{(1,1514)^2} + \frac{20}{(1,1514)^3} = \$4,07 \text{ millone}$$

En cuyo caso ambos proyectos serían equivalentes en cuanto a su VPN.

¿Significa esto que inversionistas que deseen una rentabilidad menor al 15,14% deban escoger al proyecto A y que los que deseen obtener más del 15,14% anual deban escoger el proyecto B? Esto no tendría sentido porque la rentabilidad de cada proyecto es única y los resultados obtenidos por cualquier método de evaluación deben ser convergentes.

Las conclusiones arrojadas por TIR indican que se debería escoger el proyecto B, siempre y cuando la rentabilidad esperada sea menor a 18,17% anual y en caso

contrario se deberían desechar ambos proyectos. Sin embargo, esto tampoco es exacto. Al calcular Tasa Interna de Retorno se está presumiendo una inversión de los excedentes intermedios a la misma TIR. Al calcular Valor Presente Neto se está suponiendo que los excedentes intermedios se invierten a la tasa de descuento. Y en realidad los flujos intermedios se están invirtiendo a otra tasa, que puede ser el costo de oportunidad del tesorero del proyecto, o al costo de oportunidad del inversionista si éste recibe los excedentes en cada periodo, o puede que no se estén invirtiendo, en cuyo caso se deben llevar a Valor Futuro al 0% anual.

Si los excedentes del proyecto A se invierten al 7% anual y los excedentes del proyecto B se invierten al 8% anual, veamos qué sucede con la TIR y con el VPN de cada proyecto. Supongamos una tasa de descuento del 15% anual.

$$VF_{7\%}(A) = 30(1,07)^2 + 60(1,07) + 50 = \$148,55 \text{ millones}$$

$$VF_{8\%}(B) = 70(1,08)^2 + 40(1,08) + 20 = \$144,85 \text{ millones}$$

$$TIR(A) : VPN = 0 = -100 + \frac{14855}{(1+t_A)^3} \Rightarrow TIR(A) = 14,10\% \text{ anual}$$

$$TIR(B) : VPN = 0 = -100 + \frac{14485}{(1+t_B)^3} \Rightarrow TIR(B) = 13,15\% \text{ anual}$$

Si el inversionista tiene una rentabilidad mínima esperada del 10% anual, ambas TIR son mayores a la tasa de descuento. La $TIR(A) > TIR(B)$, con lo cual se escoge el proyecto A.

$$VPN(A)_{10\%} = -100 + \frac{14855}{(1,1)^3} = \$11,61 \text{ millones}$$

$$VPN(B)_{10\%} = -100 + \frac{14485}{(1,1)^3} = \$8,83 \text{ millones}$$

Ambos VPN son mayores a cero y $VPN(A) > VPN(B)$, por lo cual llegamos a la misma conclusión que con Tasa Interna de Retorno: se escoge el proyecto A.

3.5. Discrepancias entre Tasa Interna de Retorno y los otros métodos de evaluación.

Al igual que con Valor Presente Neto, la Tasa Interna de Retorno presenta divergencias con los otros dos métodos.

Al analizar el ejemplo anterior por medio de Costo Anual Equivalente y Relación Beneficio Costo y utilizando una tasa de descuento del 10% anual, obtenemos los siguientes resultados:

$$CAE(A)_{10\%} = 14,43 \left[\frac{0,1(1,1)^3}{(1,1)^3 - 1} \right] = \$5,80 \text{ millones al año}$$

$$CAE(B)_{10\%} = 11,72 \left[\frac{0,1(1,1)^3}{(1,1)^3 - 1} \right] = \$4,71 \text{ millones al año}$$

Cuando el Costo Equivalente es mayor a cero, el proyecto estaría arrojando una rentabilidad mayor a la tasa de descuento, por lo que el proyecto sería recomendable para un inversionista con dicha tasa deseada de rentabilidad deseada.

$$RB/C(A)_{10\%} = \frac{\frac{30}{1,1} + \frac{60}{(1,1)^2} + \frac{50}{(1,1)^3}}{|-100|} = 1,14 \text{ veces}$$

$$RB/C(B)_{10\%} = \frac{\frac{70}{1,1} + \frac{40}{(1,1)^2} + \frac{20}{(1,1)^3}}{|-100|} = 1,12 \text{ veces}$$

Cuando R B/C es mayor a uno, el valor presente de los beneficios descontados a la tasa deseada es mayor al valor presente de los costos de inversión y el proyecto sería recomendable.

Al repetir el mismo ejercicio con diferentes tasas de descuento, obtenemos los siguientes resultados:

Tasa de descuento	TIR anual (A)	TIR anual (B)	VPN (A) (\$ millones)	VPN (B) (\$ millones)	CAE (A) (\$ millones)	CAE (B) (\$ millones)	R B/C (A) (veces)	R B/C (B) (veces)
10% anual	17,39%	18,17%	14,43	11,72	5,80	4,71	1,14	1,12
11% anual	17,39%	18,17%	12,28	10,15	5,03	4,15	1,12	1,10
12% anual	17,39%	18,17%	10,21	8,62	4,25	3,59	1,10	1,09
13% anual	17,39%	18,17%	8,19	7,13	3,47	3,02	1,08	1,07
14% anual	17,39%	18,17%	6,23	5,68	2,68	2,45	1,06	1,06
15,14% anual	17,39%	18,17%	4,07	4,07	1,79	1,79	1,04	1,04
16% anual	17,39%	18,17%	2,48	2,88	1,11	1,28	1,02	1,03
17% anual	17,39%	18,17%	0,69	1,54	0,31	0,70	1,01	1,02
18% anual	17,39%	18,17%	-1,05	0,22	-0,48	0,10	0,99	1,00
19% anual	17,39%	18,17%	-2,75	-1,06	-1,28	-0,50	0,97	0,99
20% anual	17,39%	18,17%	-4,40	-2,31	-2,09	-1,10	0,96	0,98

Tabla 5. Evaluación por los cuatro métodos con diferentes tasas de descuento

Al utilizar una tasa de descuento del 15,14% anual, los métodos de VPN, CAE y RB/C indicarían que los proyectos son igualmente rentables y que para el inversionista sería indiferente escoger el uno o el otro. Por debajo de esta tasa, el proyecto A sería el recomendado y por encima del 15,14% ($15,14\% < \text{tasa} < 17\%$), el proyecto B sería el elegido.

Sin embargo, los resultados de TIR nos indican que el proyecto B sería el más rentable y que éste le serviría a inversionistas con tasas deseadas menores al 17,39 % anual, lo cual sigue siendo impreciso porque no hay convergencia entre la TIR y los otros tres métodos.

Es por esto que, al igual que con VPN y TIR, los excedentes se deben llevar a Valor Futuro a la tasa a la cual se van a invertir los flujos intermedios.

En el proyecto A los flujos se invierten al 7% anual y en el proyecto B al 8% anual, dando como resultado un Valor Futuro de \$148,55 millones en A y de \$144,85 millones en B.

Al calcular CAE y R B/C, debemos llegar a la misma conclusión que llegamos con TIR y VPN:

Proyecto	Tasa de inversión excedentes	VF	CAE _{10% anual}	R B/C _{10% anual}
A	7%	\$ 148,55 millones	\$ 4,67 millones	1,12 veces
B	8%	\$ 144,85 millones	\$ 3,55 millones	1,09 veces

Tabla 6. CAE y R B/C con inversión de flujos intermedios y tasa de descuento del 10% anual

Efectivamente, ambos proyectos son recomendables para un inversionista con una tasa mínima requerida del 10% anual, pero el proyecto A es mejor que el proyecto B.

3.6. La Tasa Interna de Retorno Modificada (TIRM).

La Tasa Interna de Retorno Modificada “Devuelve la tasa interna de retorno modificada para una serie de flujos de caja periódicos. TIRM toma en cuenta el costo de la inversión y el interés obtenido por la reinversión del dinero”. (Microsoft Corporation, s.f.).

En un proyecto en donde no haya flujos intermedios negativos, la función TIRM encuentra la TIR con los flujos intermedios invertidos a una tasa dada.

Tabla 7. TIRM con flujos intermedios positivos

Para verificar esta respuesta dada por Excel, vamos a calcular el Valor Futuro de los flujos intermedios al 5% anual.

$$VFN = 50(1,05)^3 + 30(1,05)^2 + 20(1,05) + 60 = 1719563$$

Ahora se calcula la Tasa Interna de Retorno:

$$VPN = 0 = -100 + \frac{1719563}{(1+t)^4} \rightarrow t = 14,51\% \text{ anual}$$

La función TIRM puede presentar inconsistencias cuando hay flujos negativos, porque los financia en el momento cero, como veremos a continuación.

Tabla 8. TIRM con flujos intermedios negativos

Excel pide una tasa de financiamiento, que es una tasa de descuento a la cual se llevan los flujos negativos a Valor Presente. En este caso se tomó el 15% anual.

$$VP (\text{flujos intermedios negativos}) = \frac{20}{(1,15)^3} = 13,1503$$

Entonces un déficit de 20 en el año 3 será equivalente a 13,1503 en el año cero, si el inversionista, que tiene un costo de oportunidad del 15% anual, invierte 13,1503 durante 3 años y cubre el déficit de -20 en el año 3.

Otra manera de ver esta situación es suponer que el inversionista cubre los 100 iniciales y los 20 en el año 3, lo cual para él es equivalente a invertir 113,1503 en el año cero.

Al invertir los flujos positivos al 5% anual, al final de los cuatro años se tendrá un valor de

$$VF_{5\%} = 50(1,05)^3 + 30(1,05)^2 + 60 = 150,9563$$

Y el flujo quedaría:

Año	Flujo
0	-113,1503
1	0
2	0
3	0
4	150,9563

Tabla 9. Flujo neto calculado con TIRM

Y la TIR será:

$$VPN = 0 = -1131503 + \frac{1509563}{(1+t)^4} \Rightarrow TIR = 7,47\% \text{ anual}$$

Sin embargo, al invertir los flujos intermedios al 5% se puede ver claramente que el déficit de 20 en el año 3 puede ser cubierto por el proyecto sin necesidad de que el inversionista cubra este valor.

Al final del año 2, los flujos invertidos al 5% serán:

$$Flujos_2 = 50(1,05) + 30 = 82,5$$

Y en el año 3:

$$Flujos_3 = 82,5(1,05) - 20 = 66,625$$

Y finalmente en el año 4:

$$Flujos_4 = 66,625(1,05) + 60 = 129,9563$$

En resumen, el inversionista debe poner 100 en el momento cero y recibirá 129,9563 en el año 4.

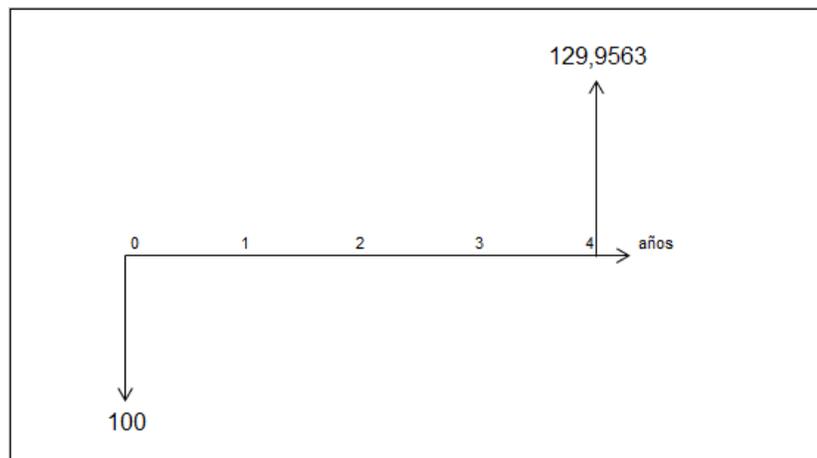


Gráfico 5. Flujos intermedios invertidos al 5% anual

La Tasa Interna de Retorno de este proyecto será:

$$VPN = 0 = -100 + \frac{129,9563}{(1+t)^4} \rightarrow t = 6,77\% \text{ anual}$$

Por lo tanto, cuando un proyecto presenta flujos negativos intermedios, el analista debe investigar cómo se van a cubrir dichos déficits y en caso de que el inversionista sea quien los cubra, éstos deben permanecer en el sitio en donde se van a financiar y no en el periodo cero, como sugiere la función TIRM.

Capítulo 4. Los flujos intermedios.

Todas las inconsistencias presentadas anteriormente podrían indicar que los métodos de evaluación no son convergentes y que se debería tener cuidado al decidir qué método de evaluación utilizar.

Pero en realidad los métodos calculados con el modelo propuesto son convergentes, teniendo cuidado en la forma como se utilizan.

De acuerdo a los ejemplos anteriores, los resultados de la Tasa Interna de Retorno, del VPN, CAE o R B/C varían según la tasa de reinversión de los ingresos intermedios y de la manera en cómo se cubren los déficits de caja que se presenten.

Anteriormente se mencionó a Ezra Solomon, quien demostró que la única y verdadera rentabilidad de un proyecto depende de los que se haga con sus flujos intermedios. (Solomon, 1956).

4.1. Flujos intermedios colocados a una tasa de inversión realista.

Los proyectos que no presentan déficits de tesorería tienen un cambio de signo y por lo tanto una sola Tasa Interna de Retorno.

Los flujos intermedios, si los hay, serán positivos, en cuyo caso se deben llevar a Valor Futuro a una tasa de inversión de los mismos.

Esta tasa puede ser el costo de oportunidad de tesorería o el costo de oportunidad del inversionista, si éste recibe los excedentes en cada periodo del proyecto. También es usual llevar los excedentes a Valor Futuro al 0% en caso de que no se reinviertan o de que los valores resultantes del flujo ya contemplen las inversiones de tesorería.

Año	Flujo de caja (\$ millones)
0	-450
1	100
2	120
3	200
4	200

Tabla 10. Proyecto sin déficits de caja

Vamos a calcular al Valor Futuro de los flujos intermedios con varias tasas de reinversión:

	Tasa de reinversión de los excedentes					
	5% anual	6% anual	7% anual	8% anual	9% anual	10% anual
Valor Futuro	658,06	665,93	673,89	681,94	690,07	698,30

Tabla 11. Valor Futuro de los excedentes con diferentes tasa de inversión

Al calcular TIR, VPN, CAE y R B/C en los 6 escenarios, utilizando una tasa de descuento del 10% anual, se obtienen los siguientes resultados:

	Tasa de reinversión de los excedentes					
	5% anual	6% anual	7% anual	8% anual	9% anual	10% anual
TIR	9,97%	10,29%	10,62%	10,95%	11,28%	11,61%
VPN _{10%anual}	- \$ 0,53 millones	\$ 4,84 millones	\$ 10,28 millones	\$ 15,77 millones	\$ 21,33 millones	\$ 26,95 millones
CAE _{10%anual}	- \$ 0,17 millones	\$ 1,53 millones	\$ 3,24 millones	\$ 4,98 millones	\$ 6,73 millones	\$ 8,50 millones
R B/C _{10%anual}	0,9988 veces	1,01 veces	1,02 veces	1,04 veces	1,05 veces	1,06 veces

Tabla 12. TIR, VPN, CAE y R B/C con varias tasas de inversión de los excedentes

De acuerdo con los resultados obtenidos, los métodos son convergentes.

Con una tasa reinversión de los flujos intermedios del 5% anual, el proyecto no es conveniente porque presenta una TIR menor a la tasa de descuento del 10% anual, el VPN y el CAE son negativos y la R B/C es menor a 1.

Si los excedentes se invirtieran al 6% anual o a tasas mayores a ésta, el proyecto presenta una Tasa Interna de Retorno mayor al 10% anual, el Valor Presente Neto y el Costo Anual Equivalente son positivos y la Relación Beneficio Costo es mayor a 1. En este escenario, el proyecto sería conveniente para un inversionista que espera ganar una rentabilidad mínima del 10% anual.

4.2. Flujos intermedios no invertidos.

Es posible que los flujos de caja intermedios de un proyecto no se inviertan sino que se dejen en caja. En ese caso, lo más indicado será llevar a Valor Futuro dichos flujos a una tasa del 0%, pues de no hacerlo se supondrá una tasa de reinversión de los mismos igual a la Tasa Interna de Retorno o a la tasa de descuento, según el método de evaluación aplicado.

O si un proyecto presenta un flujo de caja que ya tenga incluidos los intereses por inversiones temporales, entonces calculamos el valor futuro como la suma simple de los flujos intermedios.

Año	Flujo de caja (\$ millones)
0	-500
1	150
2	200
3	250
4	300

Tabla 13. Proyecto de inversión con flujos intermedios no invertidos

El Valor Futuro de los ingresos intermedios correspondiente a la tabla anterior, será igual a:

$$150 + 200 + 250 + 300 = 900$$

Al evaluar por los cuatro métodos objeto de estudio, utilizando una tasa de descuento del 10% anual, tendremos:

$$TIR : t : VPN = 0 = -500 + \frac{900}{(1+t)^4} \Rightarrow TIR = 15,83\% \text{ anual}$$

$$VPN_{10\%} = -500 + \frac{900}{(1,1)^4} = \$11471 \text{ millone.}$$

$$CAE_{10\%} = -500 \left[\frac{0,1(1,1)^4}{(1,1)^4 - 1} \right] + 900 \left[\frac{0,1}{(1,1)^4 - 1} \right] = \$36,19 \text{ millones}$$

$$RB/C_{10\%} = \frac{\frac{900}{(1,1)^4}}{-500} = 1,23 \text{ veces}$$

Los cuatro métodos son convergentes (el proyecto es conveniente porque la TIR es mayor a la tasa comparativa del 10% anual; el VPN y el CAE son mayores a 0; la RB/C es mayor a 1, y se aplican en un escenario conservador en donde los excedentes de caja no se invierten, lo cual equivale a decir que se invierten a una tasa del 0% anual.

Capítulo 5. Los déficits de tesorería.

Cuando un proyecto presenta saldos negativos en su flujo de caja, éste se para y no puede continuar hasta que no se cubran dichos déficits. El inversionista puede asumir estos saldos negativos como parte de su inversión o una entidad financiera puede cubrirlos mediante un préstamo, entre otros.

5.1. Déficits cubiertos por el inversionista.

El inversionista puede cubrir los tres déficits en el año cero, o puede cubrirlos todos en el año 1, o también cabe la posibilidad de que cubra cada déficit en el momento en que se presente.

Año	Flujo de caja
0	-7.000.000
1	-200.000
2	-300.000
3	1.000.000
4	2.000.000
5	3.000.000
6	2.000.000
7	500.000
8	0
9	5.000.000
10	7.000.000

Tabla 14. Proyecto con déficits cubiertos por el inversionista

Si los déficits quedan cubiertos en el año en que se presentan -años 1 y 2-, podemos ahora invertir los excedentes de caja a partir del año 3 y llevarlos a Valor Futuro. En este caso en particular, suponemos una tasa de inversión de los flujos del 8% anual. Los valores del año 1 y 2 entran a formar parte de la inversión.

Año	Flujo de caja	Flujos acumulados invertidos al 8% anual	Flujo neto del inversionista
0	-7.000.000		-7.000.000
1	-200.000		-200.000
2	-300.000		-300.000
3	1.000.000	1.000.000	0
4	2.000.000	3.080.000	0
5	3.000.000	6.326.400	0
6	2.000.000	8.832.512	0
7	500.000	10.039.113	0
8	0	10.842.242	0
9	5.000.000	16.709.621	0
10	7.000.000	25.046.391	25.046.391

Tabla 15. Flujo neto del inversionista

La última columna del cuadro anterior muestra el flujo de movimientos del inversionista, suponiendo que éste recibe las utilidades al final de la vida útil del proyecto.

En caso de que se repartan dividendos periódicamente, se debe investigar qué hace el inversionista con estos flujos de dividendos y en caso de que se inviertan, se deben llevar a Valor Futuro con la tasa de inversión de dichos dividendos.

Después de resolver cómo se cubren los déficits y de calcular el Valor Futuro de los flujos intermedios a partir del año 3, se puede evaluar el proyecto. Para ello vamos a suponer una tasa mínima atractiva de rendimientos del 15% anual.

$$VPN = 0 = -7 \times 10^6 - \frac{200000}{(1+t)} - \frac{300000}{(1+t)^2} + \frac{25046391}{(1+t)^{10}} \Rightarrow TIR = 12,95\% \text{ anual}$$

$$VPN_{15\%} = -7 \times 10^6 - \frac{200000}{1,15} - \frac{300000}{(1,15)^2} + \frac{25046391}{(1,15)^{10}} = -1'209.671$$

$$CAE_{15\%} = -1'209.671 \left[\frac{0,15(1,15)^{10}}{(1,15)^{10} - 1} \right] = -241.030$$

$$RB/C_{15\%} = \frac{25046391}{(1,15)^{10}} \div \left[-7 \times 10^6 - \frac{200000}{1,15} - \frac{300000}{(1,15)^2} \right] = 0,84 \text{ veces}$$

De acuerdo con los resultados anteriores, el proyecto no es conveniente para un inversionista que desee una rentabilidad mínima del 15% anual. Los cuatro métodos llegan a la misma conclusión.

- La Tasa Interna de Retorno del 12,95% anual es menor a la tasa de rentabilidad mínima deseada del 15% anual.
- El Valor Presente Neto es negativo. El inversionista estaría ganando 1'209.671 por debajo de lo esperado
- El Costo Anual Equivalente es menor a cero. El inversionista estaría ganando 241.030 cada año por debajo de lo esperado.
- La Relación Beneficio Costo es menor a 1. Por cada peso invertido, el inversionista está ganando 0,16 pesos por debajo de lo esperado. (0,84 – 1 = - 0,16).

Si el proyecto anterior lo hubiéramos evaluado sin tener en cuenta la inversión de excedentes de caja intermedios, los resultados hubieran sido:

Método de evaluación	Resultado
TIR	15,22% anual
VPN _{15% anual}	96.026
CAE _{15% anual}	19.133
R B/C _{15% anual}	1,01 veces

Tabla 16. Proyecto evaluado sin tener en cuenta la inversión de flujos intermedios

Aunque los métodos dan resultados convergentes, la conclusión hubiera sido otra. Al evaluar sin tener en cuenta la inversión de flujos intermedios, los excedentes quedan automáticamente invertidos al TIR para el primer método y al 15% anual – que es la tasa de descuento – para los otros tres métodos. En este caso le hubiéramos recomendado al inversionista invertir en el proyecto porque lo estaríamos sobreestimando y se habría cometido un error al invertir en él.

5.2. Déficits cubiertos mediante un crédito de terceros.

En el ejemplo anterior podemos cubrir los déficits con un préstamo ante una entidad financiera, teniendo en cuenta que el proyecto puede amortizar al saldo del préstamo a partir del tercer año, por lo cual lo más conveniente sería pedir el préstamo en el año 1 y un año de gracia, en donde no se pagan intereses ni se abona a capital. (Superintendencia Financiera de Colombia, 1995). Este tipo de préstamos no son asequibles para todo el mundo pues suponen una buena relación con la entidad financiera y un buen respaldo de garantía.

Supongamos una tasa de interés del crédito del 20% anual.

El valor mínimo del préstamo será entonces:

$200000 + \frac{300000}{1,08} = 477.778$, debido a que los excedentes se pueden invertir al 8% anual.

Para redondear, suponemos un préstamo de 500.000 en el año 1, pagadero en su totalidad – capital más intereses – en el año 3. Por lo tanto, el valor a pagar en el año 3 será:

$$500000(1,2)^2 = 720000$$

Al incluir el flujo del préstamo en el proyecto, tendremos:

Año	Flujo de caja	Préstamo	Excedentes
0	-7.000.000		
1	-200.000	500.000	300.000
2	-300.000	0	-300.000
3	1.000.000	-720.000	280.000
4	2.000.000	0	2.000.000
5	3.000.000	0	3.000.000
6	2.000.000	0	2.000.000
7	500.000	0	500.000
8	0	0	0
9	5.000.000	0	5.000.000
10	7.000.000	0	7.000.000

Tabla 17. Flujo de caja con préstamo

Y después de invertir los flujos intermedios al 8% anual tendremos:

Año	Excedentes	Flujos acumulados invertidos al 8% anual	Flujo neto del inversionista
0			-7.000.000
1	300.000	300.000	0
2	-300.000	24.000	0
3	280.000	305.920	0
4	2.000.000	2.330.394	0
5	3.000.000	5.516.825	0
6	2.000.000	7.958.171	0
7	500.000	9.094.825	0
8	0	9.822.411	0
9	5.000.000	15.608.204	0
10	7.000.000	23.856.860	23.856.860

Tabla 18. Flujo del inversionista en proyecto con déficit cubierto por entidad financiera

El proyecto ya tiene los saldos negativos cubiertos y los excedentes intermedios invertidos al 8% anual. Por lo tanto, ya se puede evaluar:

$$VPN = 0 = -7'000'000 + \frac{23856860}{(1+t)^{10}} \Rightarrow TIR = 13,05\% \text{ anual}$$

$$VPN_{15\%} = -7'000'000 + \frac{23856860}{(1,15)^{10}} = -1'102'949$$

$$CAE_{15\%} = -1'102'949 \frac{0,15(1,15)^{10}}{(1,15)^{10} - 1} = -219'765$$

$$RB/C_{15\%} = \frac{23856860}{(1,15)^{10}} = 0,84 \text{ veces}$$

En el caso de cubrir los déficits mediante un préstamo bancario, el proyecto tampoco es recomendable.

- La Tasa Interna de Retorno del 13,05% anual es menor a la tasa deseada del 15% anual.
- El Valor Presente Neto es negativo. El inversionista estaría recibiendo 1'102.949 por debajo de lo esperado
- El Costo Anual Equivalente es menor a cero. El inversionista estaría recibiendo 219.765 cada año por debajo de lo esperado.

- La Relación Beneficio Costo es menor a 1. Por cada peso invertido, el inversionista está recibiendo 0,84 pesos por debajo de lo esperado. ($0,84 - 1 = - 0,16$).

Capítulo 6. Modelo de evaluación de proyectos

El modelo de evaluación de proyectos propuesto resuelve los problemas de las múltiples TIR y de las divergencias entre la TIR y los otros métodos, además de evaluar la realidad del proyecto.

Después de resolver los déficits de caja, los saldos negativos deben corresponder únicamente a las inversiones y a los déficits que pueden ser cubiertos por flujos anteriores.

6.1. Variables del modelo

Las variables del modelo son:

F_t : Los flujos positivos del proyecto y los flujos negativos que serán cubiertos por flujos anteriores.

I_t : Los flujos de inversión.

r : La tasa de inversión de los flujos intermedios.

d : La tasa de descuento, la tasa mínima requerida de rentabilidad.

N : La vida útil del proyecto.

$TIRV$: La Tasa Interna de Retorno Verdadera.

$VPNV$: El Valor Presente Neto Verdadero.

$CAEV$: El Costo Anual Equivalente Verdadero.

RB/CV : La Relación Beneficio a Costo Verdadera.

6.2. Tasa Interna de Retorno Verdadera

El modelo para evaluar por TIRV es:

$$TIRV \Rightarrow VPNV = 0 = \frac{\sum_{t=1}^N I_t (1+r)^{N-t}}{(1+TIRV)^N} + \sum_{t=0}^N \frac{F_t}{(1+TIRV)^t}$$

6.3. El Valor Presente Neto Verdadero

El modelo para VPNV será:

$$VPNV_{d\%} = \frac{\sum_{t=1}^N I_t (1+r)^{N-t}}{(1+d)^N} + \sum_{t=0}^N \frac{F_t}{(1+d)^t}$$

6.4. El Costo Anual Equivalente Verdadero.

El CAEV será entonces:

$$CAEV_{d\%} = \frac{\sum_{t=1}^N I_t (1+r)^{N-t}}{(1+d)^N} \frac{d(1+d)^N}{(1+d)^N - 1} + \sum_{t=0}^N \frac{F_t}{(1+d)^t} \frac{d(1+d)^N}{(1+d)^N - 1}$$

Simplificando nos queda:

$$CAEV_{d\%} = \sum_{t=1}^N I_t (1+r)^{N-t} \frac{d}{(1+d)^N - 1} + \sum_{t=0}^N \frac{F_t}{(1+d)^t} \frac{d(1+d)^N}{(1+d)^N - 1}$$

6.5. La Relación Beneficio a Costo Verdadera

Finalmente, la RB/CV del modelo es:

$$RB/CV_{d\%} = \frac{\frac{\sum_{t=1}^N I_t (1+r)^{N-t}}{(1+d)^N}}{\left| \sum_{t=0}^N \frac{F_t}{(1+d)^t} \right|}$$

7. Aplicación del modelo

En los cálculos, se puede suponer años de 360, de 365 o de 366 días, modificando la variable t y la variable N .

Para verificar el modelo, se tomará un bono con las siguientes características:

Bono-cupón:	
Valor nominal:	\$ 10.000.000,00
Vencimiento en:	4 años
Tasa cupón anual:	9%
Precio de compra:	\$ 10.200.000,00

Tabla 19. Características del bono

El flujo de dineros del flujo será entonces:

Año	Cupón	Valor nominal	Flujos
0	\$ -	\$ -	-\$ 10.200.000
1	\$ 900.000	\$ -	\$ 900.000
2	\$ 900.000	\$ -	\$ 900.000
3	\$ 900.000	\$ -	\$ 900.000
4	\$ 900.000	\$ 10.000.000	\$ 10.900.000

Tabla 20. Flujo de dineros del bono

Al evaluar sin aplicar el modelo tendremos:

Suponemos una tasa mínima de rentabilidad deseada ($d\%$) del 8% anual.

$$TIR \Rightarrow VPN = 0 = -10200000 + \frac{900000}{(1+TIR)} + \frac{900000}{(1+TIR)_2} + \frac{900000}{(1+TIR)^3} + \frac{10900000}{(1+TIR)^4}$$

$$TIR = 8,39\% \text{ anual}$$

$$VPN_{8\%} = -10200000 + \frac{900000}{1,08} + \frac{900000}{(1,08)^2} + \frac{900000}{(1,08)^3} + \frac{10900000}{(1,08)^4} = \$131213$$

$$CAE_{8\%} = 131213 \frac{0,08(1,08)^4}{(1,08)^4 - 1} = \$39.616$$

$$RB/C_{8\%} = \frac{\frac{900000}{1,08} + \frac{900000}{(1,08)^2} + \frac{900000}{(1,08)^3} + \frac{10900000}{(1,08)^4}}{-10200000} = 1,01 \text{ veces}$$

Aunque los métodos son convergentes, no reflejan la realidad de lo que se hace con los flujos intermedios y se puede llegar a tomar la decisión equivocada.

Vamos ahora aplicar el modelo, suponiendo que los flujos intermedios no se invierten, por lo cual tomamos r como 0% anual.

$$TIRV \Rightarrow VPNV = 0 = \frac{\sum_{t=1}^N I_t (1+r)^{N-t}}{(1+TIRV)^N} + \sum_{t=0}^N \frac{F_t}{(1+TIRV)^t}$$

$$TIRV \Rightarrow VPNV = 0 = \frac{900000(1,0)^3 + 900000(1,0)^2 + 900000(1,0)^1 + 10900000(1,0)^0}{(1+TIRV)^4} + \frac{-10200000}{(1+TIRV)^0}$$

$$TIRV = 7,46\% \text{ anual}$$

$$VPNV_{d\%} = \frac{\sum_{t=1}^N I_t (1+r)^{N-t}}{(1+d)^N} + \sum_{t=0}^N \frac{F_t}{(1+d)^t}$$

$$VPNV_{8\%} = \frac{900000(1,0)^3 + 900000(1,0)^2 + 900000(1,0)^1 + 10900000(1,0)^0}{(1,08)^4} + \frac{-10200000}{(1,08)^0}$$

$$VPNV_{8\%} = \$ -203594$$

$$CAEV_{d\%} = \sum_{t=1}^N I_t (1+r)^{N-t} \frac{d}{(1+d)^N - 1} + \sum_{t=0}^N \frac{F_t}{(1+d)^t} \frac{d(1+d)^N}{(1+d)^N - 1}$$

$$CAEV_{8\%} = \left[900000(1,0)^3 + 900000(1,0)^2 + 900000(1,0)^1 + 10900000(1,0)^0 \right] \frac{0,08}{(1,08)^4 - 1} + \frac{-10200000,08(1,08)^4}{(1,08)^0 (1,08)^4 - 1}$$

$$CAEV_{8\%} = \$ -61.469$$

$$RB/CV_{d\%} = \frac{\sum_{t=1}^N I_t (1+r)^{N-t}}{(1+d)^N} \bigg/ \left| \sum_{t=0}^N \frac{F_t}{(1+d)^t} \right|$$

$$RB/CV_{8\%} = \frac{900000(1,0)^3 + 900000(1,0)^2 + 900000(1,0)^1 + 10900000(1,0)^0}{(1,08)^4} \bigg/ \left| \frac{-10200000}{(1,08)^0} \right|$$

$$RB/C_{8\%} = 0,98 \text{ veces}$$

A pesar de que los datos no difieren mucho desde el punto de vista numérico, si lo hacen desde el punto de vista de las recomendaciones, como se observa a continuación:

Evaluación sin aplicar el modelo:		Evaluación aplicando el modelo:	
TIR	8,39% anual	TIRV	7,46% anual
VPN _{8%}	\$ 131.213	VPNV _{8%}	-\$ 203.594
CAE _{8%}	\$ 39.616	CAEV _{8%}	-\$ 61.469
R B/C _{8%}	1,01 veces	R B/CV _{8%}	0,98 veces
Se recomienda invertir		No se recomienda invertir	

Tabla 21. Resultados comparativos de la evaluación sin aplicar y aplicando el modelo

El bono evaluado por los métodos tradicionales llega a la conclusión de que es recomendable comprar dicho bono a un precio de \$10'200.000.

Sin embargo, la recomendación del modelo, por los cuatro métodos, es no invertir.

El modelo refleja la realidad de lo que el inversionista hace con los cupones, que en este caso no los invierte.

Conclusiones.

Los cuatro métodos de evaluación de proyectos – Tasa Interna de Retorno o TIR, Valor Presente Neto o VPN, Costo Equivalente o CE y Relación Beneficio Costo o R B/C – pueden presentar incoherencias y divergencias entre sí al no tener en cuenta la reinversión de flujos positivos intermedios y los déficits de caja que se presentan.

Algunos autores, como aquellos analizados en el estado del arte, han tratado de resolver las aparentes inconsistencias que puede presentar la Tasa Interna de Retorno. Sin embargo, no se han percatado que los otros métodos evaluados en este trabajo –VPN, CAE y R B/C- también podría presentar incoherencias en sus resultados porque los ingresos intermedios pueden estar invertidos a tasas diferentes a la tasa de descuento.

Las incoherencias que se pueden presentar en la aplicación de los métodos de evaluación son causadas por malas interpretaciones financieras, no matemáticas y por esto la solución debe darse desde una perspectiva financiera.

Lo primero que debe hacerse al evaluar proyectos de inversión es analizar los déficits de caja que se presenten e investigar cómo se van a cubrir, pues de lo contrario el proyecto evaluado se pararía y no sería viable. En caso de que el inversionista los cubra, los valores de dichos déficits entrarán a formar parte de la inversión y sus flujos deben permanecer en el momento en que son cubiertos.

En el caso en que los déficits sean cubiertos mediante uno o varios créditos, el flujo de caja de dichos préstamos debe incluirse dentro del flujo del proyecto antes de evaluarse.

La aplicación correcta de los métodos mencionados anteriormente debe realizarse después de haber llevado a Valor Futuro los flujos positivos intermedios y los flujos negativos que el proyecto cubra, a una tasa mayor o igual a 0% por periodo, lo cual evita que se presenten múltiples TIR y que dichos flujos intermedios queden invertidos al TIR o a la tasa de descuento.

Si los flujos intermedios no se invierten, lo correcto será llevarlos a Valor Futuro con una tasa del 0% antes de aplicar algún método de evaluación, pues no hacerlo implica que dichos flujos quedarían invertidos al TIR en caso de evaluar por Tasa Interna de Retorno o que los excedentes intermedios estarían invertidos a la tasa de descuento en el caso de aplicar los métodos de Valor Presente Neto, Costo Anual Equivalente o Relación Beneficio a Costo.

Finalmente, después de haber cubierto los déficits de tesorería y de haber invertido los flujos intermedios a una tasa que concuerde con la realidad del proyecto, el proyecto tendrá una o varias inversiones –que son flujos negativos- y un solo valor futuro. Por ende, presentará un solo cambio de signo.

Después de haber corregido las falencias mencionadas en la aplicación de los métodos de evaluación, éstos se vuelven convergentes y realistas y facilitan la toma de decisiones de inversión.

Cada proyecto de inversión es único y antes de evaluarlo por cualquier método se debe investigar cómo se va a cubrir cada uno de los déficits y qué se va a hacer con los excedentes intermedios.

Una evaluación que se limite a aplicar las fórmulas de TIR, VPN, CE y R B/C sin tener en cuenta las características propias del proyecto, puede llevar a errores en la toma de decisiones e inclusive puede llevar a destruir valor.

Trabajos citados

- Anderson, G., & Barber, J. (1994). Project Holding - Period Rate of Return and the MIRR. *Journal of Business Finance & Accounting*, 613-618.
- Avendaño, M. (2010). Descartes' rules is exact. *Journal of Algebra.*, 2884-2892.
- Azofra, V. (2012). Pasado y presente de las finanzas corporativas. *Revista de Contabilidad y Dirección*, 15, 135-166.
- Balyeat, B., & Cagle, J. (2015). MIRR: The means to an end? Reinforcing optimal investment decisions using the NPV rule. *Journal of Financial Education.*, 90-102.
- Beruides, M. G. (2015). Multiple Internal Rate of Return Revisited: Frequency of Occurrences. *Engineering Economist.*, 75-87.
- Bosch, M. T., Serrats, J. M., & Tarrazon, M. A. (2007). NPV as a function of the IRR: the value. *Journal of Applied Finance*, 41-45.
- Brown, K. H. (1981). Estudio internacional de la relación entre las modificaciones de la tasa de descuento y los movimientos del tipo de cambio (Spanish). *Monetaria.*, 1-16.
- Carrillo Rodríguez, F., & Carrillo Manotas, P. (2012). *Estructura Matemática para la Evaluación de Proyectos*. Bogotá: C.E.S.A.
- Dumrauf, G. (2013). *Finanzas Corporativas*. Buenos Aires: Alfaomega.
- Fisher, I. (1930). *The Theory of Interest: As Determined by Impatience to Spend Income and Opportunity to Invest It*. Nueva York: Macmillan.
- Infante Villareal, A. (1988). *Evaluación Financiera de Proyectos de Inversión*. Bogotá: Norma.
- Kelleher, J. C., & MacCormack, J. J. (2004). Internal rate of return: A cautionary tale. *McKinsey Quarterly*.
- Magni, C. A. (2010). Average Internal Rate of Return and investment decisions: a new perspective. *The Engineering Economist*, 150-180.
- Meza O, J. d. (2004). *Matemáticas Financieras Aplicadas*. Bogotá D. C.: Ecoe Ediciones.
- Microsoft. (9 de 24 de 2016). *Office support*. Recuperado el 2015, de <https://support.office.com/es-es/article/VNA-funci%C3B3n-VNA-8672cb67-2576-4d07-b67b-ac28acf2a568>
- Microsoft Corporation. (s.f.). *Office - Soporte*. Obtenido de <https://support.office.com/es-es/article/TIRM-funci%C3B3n-TIRM-b020f038-7492-4fb4-93c1-35c345b53524>

- Osborne, M. J. (Mayo de 2010). A resolution to the NPV - IRR debate? *Quarterly Review of Economics & Finance*, 234-239.
- Rosillo, J. (2009). *Matemáticas Financieras para decisiones de inversión y financiación*. Bogotá D.C., Colombia: Cengage Learning.
- Ruiz, F., García, A., & Romero, R. (2009). Characterization and analysis of economic valuation models and investment decisions under uncertainty. *Ingeniería Industrial*, 35-50.
- Solomon, E. (1956). The Arithmetic of Capital-Budgeting Decisions. *The Journal of Business*, 124-129.
- Springer Science + Business Media B.V. (2002). *Encyclopaedia of Mathematics*. Netherlands: Michiel Hazewinkel.
- Superintendencia Financiera de Colombia. (8 de Agosto de 1995). Concepto No. 95025305-2. *Intereses, Período de Gracia*. Bogotá D.C.
- Varios. (1987). *La Biblia - Dios habla hoy*. Bogotá, Colombia: Sociedades Bíblica Unidas.
- Vecino, C. E., Rojas, S. C., & Muñoz, Y. (2015). Prácticas de evaluación financiera de inversiones en Colombia. *Estudios Gerenciales*, 41-49.
- Weston, F., & Brigham, E. (1994). *Fundamentos de Administración Financiera*. México: Mc Graw Hill.
- Williams, J. B. (1938). *The Theory of Investment Value*. Augustus M Kelly Pubs.
- Young, M. S. (1983). A Note of the Nonequivalence of NPV and IRR. *Appraisal Journal*, 51, 459.

Anexo 1. Fórmulas del valor del dinero en el tiempo

Variables:

P: Valor Presente.

F: Valor Futuro.

A: Anualidad.

i: Tasa de interés.

N: Número de períodos.

$$F = P(1+i)^N$$

$$P = \frac{F}{(1+i)^N}$$

$$A = F \frac{i}{(1+i)^N - 1}$$

$$A = P \frac{i(1+i)^N}{(1+i)^N - 1}$$